

MATEMATIKA KELAS XI

BERBASIS ETNOMATEMATIKA ULOS BATAK MANDAILING (SADUM)

MATERI: GEOMETRI TRANSFORMASI & ANALISIS OBJEK BANGUN RUANG BERSINAMBUNGAN



Motif Asli Ulos Batak Mandailing (Sadum)

Konteks Etnomatematika Ulos Sadum Mandailing:

Kain **Ulos Sadum Mandailing** adalah kain adat kebanggaan masyarakat Batak Mandailing yang sarat dengan simbol kegembiraan, keteguhan, dan sistem kekerabatan adat *Dalihan Na Tolu*.

Secara geometri, motif tenun Ulos Sadum memuat keteraturan matematis yang tinggi:

- **Motif Belah Ketupat (*Bindu Matogu*):** Merepresentasikan penampang alas **Prisma Tegak Belah Ketupat** dan modul **Limas Segiempat**.
- **Motif Gerigi Segitiga Tepi (*Pinar Patu Ni Horbo*):** Membentuk deretan bidang sisi tegak **Limas / Piramida Segitiga**.
- **Pola Bintang 8 Arah (*Bintang Sidongdong*):** Terbentuk dari keteraturan rotasi simetris 45° dan 90° .

1. TRANSLASI

Pergeseran Kolom Tenun

2. REFLEKSI

Simetri Lipat Kiri-Kanan

3. ROTASI

Perputaran Bindu Matogu

4. DILATASI

Skala Lapisan Belah Ketupat

Nama Lengkap	:	_____
Kelas / No. Absen	:	_____
Kelompok	:	_____
Tanggal Pengerjaan	:	_____

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Peserta didik dapat menganalisis konsep translasi, refleksi, rotasi, dan dilatasi pada motif geometris **Ulos Sadum Mandailing**.
2. Peserta didik dapat menentukan koordinat bayangan objek motif tenun pada bidang kartesius secara tepat.
3. Peserta didik dapat menghubungkan penampang 2D motif Ulos Sadum dengan struktur 3D **Bangun Ruang** (Prisma Segi-4 Belah Ketupat, Limas Piramida, dan Rangka Atap *Bagas Godang*).
4. Peserta didik dapat mengapresiasi nilai-nilai filosofis dan kearifan lokal etnomatematika masyarakat Batak Mandailing.

B. ANALISIS ETNOMATEMATIKA: MOTIF ULOS SADUM & MODEL BANGUN RUANG



Visualisasi Pola Ulos Sadum Mandailing

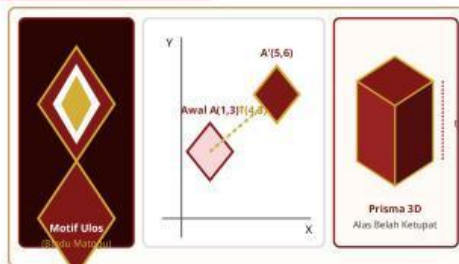
Elemen Motif Ulos Sadum	Transformasi Geometri (2D)	Keterkaitan Bangun Ruang (3D)
Belah Ketupat Tengah (<i>Bindu Matogu</i>)	Dilatasi konsentris ($k_1 < k_2 < k_3$) & Rotasi simetris 90° , 180°	Penampang alas Prisma Tegak Belah Ketupat & proyeksi puncak Limas Segiempat .
Gerigi Segitiga Tepi (<i>Pinar Patu Ni Horbo</i>)	Translasi linear bertingkat $T(a, b)$ & Refleksi sumbu cermin vertikal	Bidang sisi tegak (selubung) Limas Piramida & Kerangka Atap Rumah Adat .
Bintang Sudut 8 (<i>Bintang Sidongdong</i>)	Rotasi 45° berulang terhadap titik pusat asal $O(0, 0)$	Simetri putar prisma segidelapan beraturan pada tiang adat <i>Bagas Godang</i> .
RUMUS ACUAN GEOMETRI TRANSFORMASI TITIK $P(x, y)$: • Translasi $T(a, b)$: $P'(x + a, y + b)$ • Refleksi Sumbu-X: $P'(x, -y)$ • Refleksi Sumbu-Y: $P'(-x, y)$ • Rotasi $[O, 90^\circ]$: $P'(-y, x)$ • Rotasi $[O, 180^\circ]$: $P'(-x, -y)$ • Dilatasi $[O, k]$: $P'(k \cdot x, k \cdot y)$		

KEGIATAN 1: TRANSLASI (PERGESERAN MODUL PRISMA PADA ULOS SADUM)

Ayo Mengamati Pola Ulos Sadum:

Perhatikan barisan belah ketupat kecil (*Bindu Matogu*) pada Ulos Sadum. Modul belah ketupat ini merupakan penampang alas **Prisma Belah Ketupat** yang disusun berulang secara teratur ke kanan dan ke atas dengan vektor translasi $T = (4, 3)$. Titik-titik sudut alas mula-mula adalah **A(1, 3), B(3, 1), C(1, -1), D(-1, 1)**.

Vektor Translasi: $T = (4, 3)$ | **Rumus:** $P'(x', y') = (x + 4, y + 3)$



AKTIVITAS 1: Menentukan Koordinat Bayangan Translasi Alas Prisma

Titik Sudut Alas	Koordinat Awal (x, y)	Proses Translasi: $(x + 4, y + 3)$	Koordinat Bayangan (x', y')
Titik A	(1, 3)	$(1 + 4, 3 + 3)$	A'(5, 6)
Titik B	(3, 1)	$(3 + 4, 1 + 3)$	B'(.....,)
Titik C	(1, -1)	$(1 + 4, -1 + 3)$	C'(.....,)
Titik D	(-1, 1)	$(-1 + 4, 1 + 3)$	D'(.....,)

AKTIVITAS 2: Analisis Sifat Bangun Ruang Pasca Translasi

Pertanyaan Analisis Bangun Ruang:

Sebuah kolom dekorasi tenun dianalogikan sebagai bangun ruang prisma tegak belah ketupat dengan panjang diagonal alas $d_1 = 4$ cm, $d_2 = 4$ cm, dan tinggi prisma $t = 12$ cm.

- Hitunglah Volume prisma mula-mula: $Luas\ Alas = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8\text{ cm}^2$ | $Volume = Luas\ Alas \times tinggi$

Volume (V_0) =

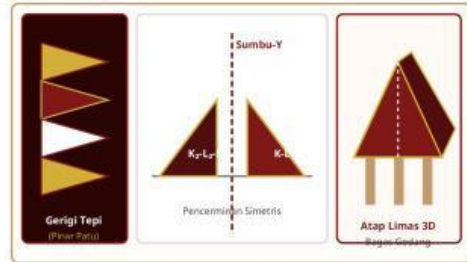
- Apakah proses translasi $T = (4, 3)$ mengubah luas penampang alas dan volume prisma bangun ruang tersebut? Mengapa translasi disebut transformasi isometri (mempertahankan bentuk dan ukuran)?

KEGIATAN 2: REFLEKSI (SIMETRI LIPAT & PENCERMINAN SISI LIMAS)

Ayo Mengamati Simetri Ulos Sadum:

Kain Ulos Sadum memiliki garis simetri tengah membujur yang membagi tenunan menjadi dua bagian kiri-kanan yang kongruen. Segitiga gerigi tepi (*Pinar Patu Ni Horbo*) di sisi kanan memiliki titik sudut **K(2, 2)**, **L(6, 2)**, **M(2, 5)** yang merepresentasikan bidang sisi tegak limas segitiga.

Refleksi Sumbu-X: $P(x, y) \rightarrow P'(x, -y)$ | **Refleksi Sumbu-Y:** $P(x, y) \rightarrow P'(-x, y)$



AKTIVITAS 3: Tabel Pencermian Segitiga Bidang Tegak Limas

Titik Sudut	Koordinat Awal (x, y)	Refleksi thd Sumbu-X: (x, -y)	Refleksi thd Sumbu-Y: (-x, y)
Titik K	(2, 2)	$K_1(2, -2)$	$K_2(-2, 2)$
Titik L	(6, 2)	$L_1(\dots, \dots)$	$L_2(\dots, \dots)$
Titik M	(2, 5)	$M_1(\dots, \dots)$	$M_2(\dots, \dots)$

AKTIVITAS 4: Rekonstruksi Bangun Ruang Limas Hasil Refleksi Sumbu-Y

Penyelidikan Limas Simetris:

Ketika segitiga siku-siku KLM di kuadran I direfleksikan terhadap Sumbu-Y menghasilkan segitiga $K_2L_2M_2$ di kuadran II, kedua segitiga saling berhadapan dan bersatu membentuk penampang segitiga sama kaki untuk atap piramidal *Bagas Godang*.

- Berapakah panjang alas segitiga gabungan dari titik $L_2(-6, 2)$ ke titik $L(6, 2)$?

Petunjuk: Panjang alas = $x_2 - x_1 = 6 - (-6)$ | **Panjang Alas =**

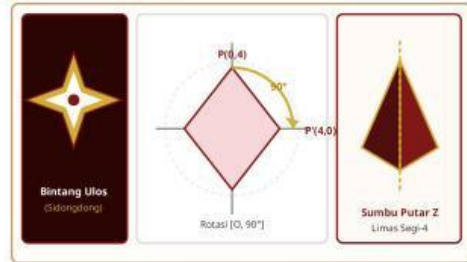
- Bagaimana makna pencerminan simetris ini dikaitkan dengan filosofi keseimbangan adat Batak Mandailing *Daliha Na Tolu* (Mora, Kahanggi, Anak Boru)?

KEGIATAN 3: ROTASI (PERPUTARAN SUDUT BINTANG & BINDU MATOGU)

Ayo Mengamati Motif Bintang & Belah Ketupat Sadum:

Pada ornamen tengah Ulos Sadum, terdapat ornamen *Bindu Matogu* dan bintang delapan arah (*Bintang Sidongdong*) yang memusat di titik origin $O(0, 0)$. Pola ini dibangun dengan memutar titik puncak sebesar 90° , 180° , dan 270° berlawanan arah jarum jam.

Rotasi 90° : $P'(-y, x)$ | Rotasi 180° : $P'(-x, -y)$ | Rotasi 270° : $P'(y, -x)$



AKTIVITAS 5: Menghitung Rotasi Titik Puncak Ornamen Limas

Diberikan titik awal ornamen $P(4, 1)$ dan $Q(2, 5)$. Tentukan koordinat hasil rotasi terhadap pusat $O(0, 0)$:

Titik Awal (x, y)	Rotasi 90° : $(-y, x)$	Rotasi 180° : $(-x, -y)$	Rotasi 270° : $(y, -x)$
$P(4, 1)$	$P_1'(-1, 4)$	$P_2'(\dots, \dots)$	$P_3'(\dots, \dots)$
$Q(2, 5)$	$Q_1'(\dots, \dots)$	$Q_2'(\dots, \dots)$	$Q_3'(\dots, \dots)$

AKTIVITAS 6: Rotasi Sumbu Simetri pada Bangun Ruang Prisma & Limas Segi-4

Penyelidikan Geometri Ruang:

Sebuah limas segiempat beraturan tegak (alas bujur sangkar/belah ketupat *Bindu Matogu*) diputar sebesar 90° mengelilingi garis tinggi puncak T (sumbu simetri vertikal Z).

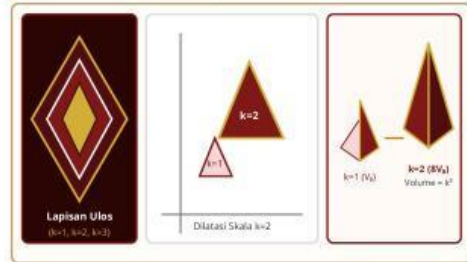
- Apakah bentuk penampang alas, luas permukaan, dan volume limas tersebut berubah setelah dirotasi 90° ? Jelaskan alasannya!
- Mengapa masyarakat Mandailing menerapkan rotasi simetris 4 arah mata angin pada ornamen sakral?

KEGIATAN 4: DILATASI (PERBESARAN LAPISAN MOTIF & PENGARUH VOLUME)

Ayo Mengamati Lapisan Konsentris Ulos Sadum:

Motif *Bindu Matogu* pada Ulos Sadum tersusun atas lapisan belah ketupat konsentris dari ukuran kecil di dalam hingga ukuran besar di luar yang saling sebangun. Secara matematis, hal ini merupakan konsep **Dilatasi berpusat di $O(0, 0)$** dengan faktor perbesaran skala $k > 1$.

Rumus Dilatasi: $P(x, y) \rightarrow P'(k \cdot x, k \cdot y)$ | **Rasio Dimensi:** Luas = $k^2 \cdot L_0$,
Volume = $k^3 \cdot V_0$



AKTIVITAS 7: Dilatasi Titik Bidang Alas Piramida Limas

Titik Sudut Alas	Koordinat Asli (x, y)	Dilatasi k = 2: (2x, 2y)	Dilatasi k = 3: (3x, 3y)
Titik A	(1, 2)	A'(2, 4)	A''(3, 6)
Titik B	(3, 1)	B'(.....,)	B''(.....,)
Titik C	(2, 4)	C'(.....,)	C''(.....,)

AKTIVITAS 8: Penyelidikan Dampak Dilatasi terhadap Luas Penampang & Volume

Penyelidikan Kritis Dimensi Ruang:

Sebuah model bangun ruang limas Ulos mula-mula memiliki **Luas Alas $L_0 = 16 \text{ cm}^2$** dan **tinggi $t_0 = 9 \text{ cm}$** , sehingga **Volume $V_0 = \frac{1}{3} \times 16 \times 9 = 48 \text{ cm}^3$** . Jika seluruh dimensi linier didilatasi dengan faktor skala $k = 2$:

1. Berapakah luas alas baru? (Gunakan rumus: $L' = k^2 \times L_0 = 2^2 \times 16$) | **Luas Alas Baru (L') =**

.....

2. Berapakah volume baru bangun ruang limas? (Gunakan rumus: $V' = k^3 \times V_0 = 2^3 \times 48$) | **Volume Baru (V') =**

.....

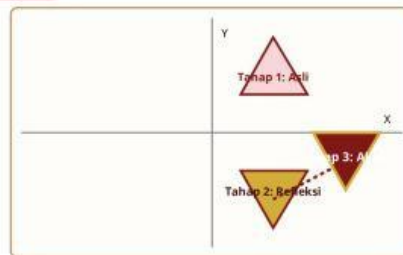
3. **Kesimpulan Dilatasi Ruang:** Jika faktor perbesaran panjang adalah k, maka luas penampang berubah sebesar faktor k^2 (..... kali) dan volume bangun ruang berubah sebesar faktor k^3 (..... kali).

KEGIATAN 5: TRANSFORMASI KOMPOSISI PADA POLA ULOS SADUM

Studi Kasus Desain Tenun Mandailing:

Dalam menyusun baris hias Ulos Sadum bertingkat, penenun menerapkan komposisi transformasi dua tahap secara berurutan: sebuah modul motif mula-mula **direfleksikan terhadap Sumbu-X**, kemudian dilanjutkan dengan **translasi sejauh $T = (3, 2)$** .

Tahap I (Refleksi): $(x, -y)$ | **Tahap II (Translasi):** $(x_1 + 3, y_1 + 2)$



AKTIVITAS 9: Menghitung Komposisi Transformasi Bertahap

Tentukan koordinat akhir titik sudut modul **P(1, 4), Q(4, 4), R(2, 6)**:

Titik Awal (x, y)	Tahap I: Refleksi Sumbu-X: $(x, -y)$	Tahap II: Translasi $T(3, 2)$: $(x_1 + 3, y_1 + 2)$
P(1, 4)	P ₁ (1, -4)	P ₂ (1 + 3, -4 + 2) = (4, -2)
Q(4, 4)	Q ₁ (.....,)	Q ₂ (..... + 3, + 2) = (.....,)
R(2, 6)	R ₁ (.....,)	R ₂ (..... + 3, + 2) = (.....,)

Refleksi Keteraturan Desain: Mengapa prinsip komposisi transformasi sangat penting dalam teknik tenun tradisional agar pola motif tidak saling bertumpuk (*overlapping*) secara tidak teratur?

Jawaban:

KEGIATAN 6: INTEGRASI ETNOMATEMATIKA, BANGUN RUANG & BUDAYA MANDAILING

Diskusi Kelompok - Eksplorasi Filosofis Ulos Sadum & Arsitektur Bagas Godang:

Diskusikan secara mendalam bagaimana konsep transformasi geometri diaplikasikan dalam membangun struktur bangun ruang (prisma tiang penyangga, atap limas piramida) dan nilai-nilai sosial budaya Batak Mandailing.

1. Translasi & Struktur Kolom Prisma Berulang:

Di manakah Anda melihat penerapan pergeseran baris motif tenun Sadum dan deretan tiang prisma penyangga rumah adat Mandailing?

2. Refleksi & Simetri Keseimbangan (Daliha Na Tolu):

Bagaimana pencerminan motif Ulos mencerminkan nilai keseimbangan relasi sosial tiga pilar kekerabatan (*Mora, Kahanggi, Anak Boru*)?

3. Rotasi & Kosmologi Motif 4 Penjuru (Bindu Matogu):

Bagaimana perputaran sudut ornamen segiempat membentuk limas piramidal yang mengarah ke penjuru mata angin?

4. Dilatasi & Hirarki Ornamen / Dimensi Ruang:

Mengapa terdapat variasi skala ukuran motif (faktor dilatasi k) pada Ulos yang dikenakan para pemangku adat?

KESIMPULAN AKHIR PEMBELAJARAN:

Tuliskan intisari kesimpulan kelompok Anda mengenai integrasi Geometri Transformasi, Bangun Ruang, dan Seni Ulos Sadum Mandailing:

Nilai / Catatan Guru:

Tanda Tangan Guru Pengajar: