

PERMUTASI

Mengatur Urutan, Banyak Cara!



Permutasi adalah penyusunan atau pengurutan objek di mana urutan diperhitungkan.

FAKTORIAL

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$
$$0! = 1$$

1 PERMUTASI DARI SEJUMLAH UNSUR YANG BERBEDA (PERMUTASI BIASA)

Semua unsur digunakan sekali dalam suatu susunan, dan semua unsur saling berbeda.

RUMUS

$${}_n P_n = n!$$

CONTOH

Empat siswa berbeda: A, B, C, dan D disusun berjajar.



Penyelesaian:

$${}_4 P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Jadi, ada 24 cara menyusun keempat siswa tersebut.

Catatan:

Jika ada n unsur berbeda yang disusun semua, banyak susunannya adalah $n!$ (dibaca: n faktorial).

Contoh lain:

Lima buku berbeda disusun pada rak.

$$\text{Banyak susunan} = {}_5 P_5 = 5! = 120$$

2 PERMUTASI DARI SEBAGIAN UNSUR YANG TERSEDIA (PERMUTASI r DARI n)

Dari n unsur berbeda, dipilih sebanyak r unsur ($r \leq n$) untuk disusun berurutan.

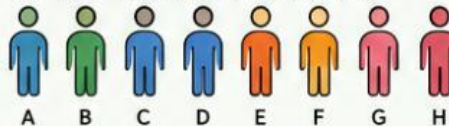
RUMUS

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

dengan $0 \leq r \leq n$

CONTOH

Dari 8 pengurus OSIS (A, B, C, D, E, F, G, H) akan dipilih 5 orang untuk berdiri berjajar.



Penyelesaian:

$${}_8 P_5 = \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8!}{3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 6.720$$

Jadi, ada 6.720 cara memilih dan menyusun 5 orang dari 8 pengurus.

Catatan:

- Urutan diperhatikan.
- Tidak semua unsur harus dipakai.
- Jika $r = n$, maka ${}_n P_n = n!$.

Contoh lain:

Dari 6 peserta lomba akan diambil 3 juara (juara 1, 2, 3).

$$\text{Banyak cara} = {}_6 P_3 = \frac{6!}{3!} = 120$$

3 PERMUTASI YANG MEMUAT UNSUR-UNSUR YANG SAMA

Jika dalam susunan terdapat unsur yang sama (berulang), harus diperhitungkan agar tidak menghitung susunan yang sama berkali-kali.

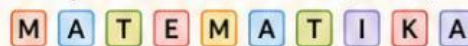
RUMUS

$$\frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_k!}$$

dengan $n_1, n_2, \dots, n_k$ adalah banyaknya unsur yang sama.

CONTOH

Susun semua huruf pada kata "MATEMATIKA". Hurufnya: M, A, T, E, M, A, T, I, K, A (10 huruf)



Jumlah huruf yang sama:

$$M = 2, A = 3, T = 2, E = 1, I = 1, K = 1$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Banyak susunan} &= \frac{10!}{2! 3! 2! 1! 1! 1!} \\ &= \frac{3.628.800}{2 \times 6 \times 2} = \frac{3.628.800}{24} = 151.200 \end{aligned}$$

Jadi, ada 151.200 susunan huruf berbeda.

Catatan:

- n = jumlah seluruh unsur.
- $n_1, n_2, \dots, n_k$ = banyaknya unsur yang sama.
- Rumus ini mencegah pengulangan yang identik.

Contoh lain:

Kata "MISS" (M, I, S, S)

$$\text{Banyak susunan} = \frac{4!}{2!} = 12$$

4 PERMUTASI SIKLIS (SUSUNAN MELINGKAR)

Unsur-unsur disusun melingkar. Susunan yang dapat diperoleh dengan memutar lingkaran dianggap sama.

RUMUS

$$(n-1)!$$

untuk n unsur berbeda ($n \geq 2$)

CONTOH

Enam tamu (A, B, C, D, E, F) duduk mengelilingi meja bundar.



Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{Banyak susunan} &= (6-1)! \\ &= 5! \\ &= 120 \end{aligned}$$

Jadi, ada 120 cara susunan melingkar.

Catatan:

- Pada susunan melingkar, satu posisi dianggap tetap, lalu yang lain disusun secara linear.
- Untuk $n = 1$, banyak susunan = 1.

Contoh lain:

Empat orang duduk mengelilingi meja bundar.

$$\text{Banyak cara} = (4-1)! = 3! = 6$$



INGAT! Permutasi selalu memperhatikan urutan. Perubahan posisi akan menghasilkan susunan yang berbeda.





TUJUAN PEMBELAJARAN

- Memahami konsep permutasi.
- Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan permutasi.
- Bekerja sama dan berkomunikasi dalam kelompok.



KONSEP CEPAT

- Permutasi r dari n unsur (nPr)
$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$
- Permutasi Siklis (meja bundar)
$$(n-1)!$$
- Permutasi dengan Unsur Sama
$$\frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots}$$
- Permutasi dengan Syarat Tertentu
Anggap sebagai satu kesatuan atau blok, lalu susun.



PETUNJUK KERJA

- Bacalah setiap permasalahan dengan cermat.
- Diskusikan strategi penyelesaian bersama anggota kelompok.
- Tulis langkah penyelesaian secara sistematis pada kolom jawaban.
- Pastikan semua anggota kelompok memahami hasil akhirnya.

1 Susunan Foto Kelas



Pengurus OSIS SMA Nusantara terdiri atas 8 orang. Pada acara perpisahan, panitia dokumentasi ingin memilih 5 dari 8 pengurus tersebut untuk berdiri berjejer di depan panggung dan difoto. Karena posisi berdiri (paling kiri sampai paling kanan) akan menghasilkan tampilan foto yang berbeda, urutan berdiri diperhitungkan.

Pertanyaan:

Ada berapa banyak cara panitia dapat menyusun 5 dari 8 pengurus OSIS tersebut untuk berdiri berjejer dalam foto?

Jawab:

2 Kata Sandi Loker Sekolah



Sekolah baru saja memasang loker elektronik untuk 6 kelas XII. Setiap loker menggunakan kata sandi yang terdiri atas 4 digit angka berbeda yang diambil dari angka 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (tidak boleh ada angka yang berulang dalam satu kata sandi).

Pertanyaan:

Berapa banyak kata sandi loker yang berbeda dapat dibentuk dari ketujuh angka tersebut?

Jawab:

3 Meja Makan Bundar Reuni Keluarga



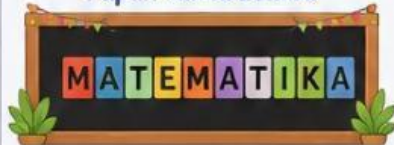
Dalam acara reuni keluarga besar, disediakan satu meja makan berbentuk bundar yang akan diduduki oleh 6 orang tamu kehormatan. Karena meja berbentuk lingkaran, yang diperhatikan hanyalah posisi duduk relatif antartamu (susunan yang dapat diperoleh dengan memutar meja dianggap sama).

Pertanyaan:

Ada berapa banyak cara keenam tamu kehormatan tersebut dapat duduk mengelilingi meja bundar tersebut?

Jawab:

4 Menyusun Huruf pada Papan Nama Lomba



Panitia lomba cerdas cermat ingin membuat papan nama unik dengan menyusun ulang seluruh huruf pada kata "MATEMATIKA" (10 huruf) menjadi berbagai susunan huruf, meskipun susunan yang terbentuk belum tentu memiliki arti.

Pertanyaan:

Berapa banyak susunan huruf yang berbeda dapat dibentuk dari seluruh huruf pada kata "MATEMATIKA"? (Perhatikan huruf yang muncul lebih dari satu kali)

Jawab:

5 Jadwal Tampil Pentas Seni



Pada acara pentas seni sekolah, terdapat 6 kelompok penampil, yaitu grup Band, Tari, Paduan Suara, Teater, Stand-up Comedy, dan Puisi. Panitia menyusun urutan tampil keenam grup tersebut secara acak dari urutan pertama sampai keenam. Namun, karena alasan teknis pergantian alat musik, grup Band dan grup Paduan Suara harus tampil berurutan (berdampingan), boleh Band dahulu baru Paduan Suara, atau sebaliknya.

Pertanyaan:

Ada berapa banyak susunan urutan tampil yang mungkin, dengan syarat grup Band dan Paduan Suara harus tampil berdampingan?

Jawab:

ANGGOTA KELOMPOK

- _____
- _____
- _____
- _____



REFLEKSI

Setelah mengerjakan LKPD ini, kami:
(beri tanda centang ✓)

- ☐ Memahami konsep permutasi.
- ☐ Dapat menyelesaikan masalah dengan tepat.
- ☐ Bekerja sama dengan baik dalam kelompok.



PENILAIAN DIRI

Lingkari tingkat pemahamanmu!



Belum Paham



Cukup Paham



Paham



Sangat Paham