E-LKPD
Matematika (A) Kelas XI

Fase F+

Penyusun: Brigita Wahyu Minarni, S.Pd.

Determinan

Ordo 2x2

LIVEWORKSHEETS

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari E-LKPD diharapkan murid mampu:

1. **memodelkan** permasalahan konservasi energi ke dalam bentuk sistem persamaan linear dan matriks ordo 2 x 2.
2. **menghitung** nilai determinan matriks ordo 2 x 2.
3. **menganalisis** keberadaan solusi tunggal/unik suatu sistem energi berdasarkan nilai determinannya

Petunjuk :

- Bacalah materi terkait dengan determinan matriks ordo 2x2;
- Diskusikan setiap soal pada LKPD berikut bersama teman sebangku;
- Ikuti petunjuk pada setiap aktivitas yang ada.

LIVEWORKSHEETS

Aktivitas 1: Literasi

Mari simak permasalahan dalam bidang konservasi energi berikut ini!

Sebuah tim auditor energi sedang menguji konsumsi daya dari dua jenis perangkat hemat energi: Lampu LED (x) dan Kipas Angin DC(y). Pada pengujian pertama di Gedung A, kombinasi 2 unit Lampu LED dan 3 unit Kipas Angin DC mengonsumsi total daya listrik sebesar 35 Watt. Pada pengujian kedua di Gedung B, kombinasi 3 unit Lampu LED dan 4 unit Kipas Angin DC mengonsumsi total daya listrik sebesar 50 Watt. Untuk merancang sistem efisiensi energi yang lebih optimal, bantulah tim auditor menentukan konsumsi daya listrik dari setiap 1 unit Lampu LED dan 1 unit Kipas Angin DC!

Penyelesaian:

Tentu Ananda pernah menyelesaikan permasalahan di atas saat mempelajari materi SPLDV. Namun tahukah bahwa permasalahan di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan model matriks? Pertama-tama Ananda susun model sistem persamaan linearnya kemudian selesaikan dengan matriks.

Misalkan : $x =$ Misalkan : $x =$ konsumsi daya 1 unit Lampu LED (Watt)
$y =$ konsumsi daya 1 unit Kipas Angin DC (Watt)

Alternatif penyelesaian – 1:

Sistem persamaan linearnya adalah : $2x + 3y = 35$
$3x + 4y = 50$

Apabila disusun dalam model matriksnya adalah:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 \\ 50 \end{bmatrix}$$

Mari kita ingat kembali bentuk umum sistem persamaan linear dua variabel:

$\left.\begin{aligned} ax + by &= s \\ cx + dy &= t \end{aligned}\right\}$ bila disusun dalam matriks menjadi $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix}$

Solusi persamaan di atas adalah:

$$x = \frac{sd - tb}{ad - bc} \text{ dan } y = \frac{at - cs}{ad - bc}, \quad ad \neq bc$$

LIVEWORKSHEETS

Alternatif penyelesaian – 2:

Perhatikan bilangan skalar yang dihasilkan oleh perkalian $ad - bc$ pada matriks $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$!

Dalam konsep matriks, apabila matriksnya adalah $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, maka bilangan $ad - bc$ tersebut disebut **determinan matriks berordo 2×2**

Notasi determinannya $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ atau $\det A$ atau $|A|$.

Dengan demikian untuk menentukan nilai x dan y dari permasalahan di atas dapat ditulis menjadi:

$$x = \frac{|D_x|}{|D|} = \frac{\begin{vmatrix} s & b \\ t & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 35 & 3 \\ 50 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{35(4) - 50(3)}{2.4 - 3.3} = \frac{140 - 150}{8 - 9} = \frac{-10}{-1} = 10$$

$$y = \frac{|D_y|}{|D|} = \frac{\begin{vmatrix} a & s \\ c & t \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 35 \\ 3 & 50 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{(2).50 - (3).35}{2.4 - 3.3} = \frac{100 - 105}{8 - 9} = \frac{-5}{-1} = 5$$

Diperoleh konsumsi daya 1 unit Lampu LED adalah 10 watt dan konsumsi daya 1 unit kipas angin DC adalah 5 watt.

LIVEWORKSHEETS

Cara penyelesaian SPLDV di atas disebut dengan Metode Cramer.

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \neq O$, maka determinan matriks A adalah:

$$|A| = \det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Mari berlatih determinan matriks 2×2 di sini!

Apabila Kamu belum paham, kamu dapat menyimak video berikut ini!

Aktivitas 2: Menentukan Determinan Matriks Ordo 2x2

Isilah titik-titik berikut ini dengan bilangan yang tepat!

1. Diketahui matriks $P = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$.

   Pilihlah determinan matriks P yang paling tepat: -17 | -13 | 10 | 13 | 17

2. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$. Tentukan det AB!

   Jawab:

   Mencari AB:

$$AB = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6\times...+3\times... & 6\times...+3\times... \\ -4\times...+(-2)\times... & -4\times...+(-2)\times... \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ...+... & ...+... \\ ...+... & ...+... \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ... & ... \\ ... & ... \end{bmatrix}$$

Matriks singular adalah matriks yang determinannya bernilai nol.

LIVEWORKSHEETS

$$|AB| = \begin{vmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{vmatrix} = \ldots \times \ldots - \ldots \times \ldots = \ldots$$

3. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} x+3 & -3 \\ -1 & 2x \end{bmatrix}$. Jika A adalah matriks singular, tentukan nilai $x_1 + x_2$ yang memenuhi!

Jawab:

$$|A| = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} \ldots & -3 \\ -1 & \ldots \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (\ldots)(\ldots) - (\ldots)(-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \ldots x^2 + \ldots x - \ldots = 0$$

$$\Rightarrow a = \ldots, \quad b = \ldots, \quad c = \ldots$$

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{\ldots}{\ldots} = \ldots$$

Aktivitas 3: Menyelesaikan Masalah Nyata Berkaitan Determinan Matriks Ordo 2x2

Simak bacaan berikut!

Seorang petugas kesehatan lingkungan menguji konsumsi daya listrik harian dua jenis fasilitas rumah tangga hemat energi, yaitu Lampu Hemat Energi (LED) dan Kipas Angin DC.

Di Ruang Posyandu, terdapat 2 unit Lampu LED dan 5 unit Kipas Angin DC dengan total konsumsi daya sebesar 93 Watt. Sementara itu, di Ruang Kantor, terdapat 3 unit Lampu LED dan 2 unit Kipas Angin DC dengan total konsumsi daya sebesar 57 Watt. Petugas tersebut ingin mengetahui konsumsi daya listrik dari masing-masing unit peralatan hemat energi tersebut. menyusun permasalahan di atas dalam model matriks;

Bantulah petugas tersebut untuk:

(a) menyusun permasalahan di atas dalam model matriks;

(b) menentukan konsumsi daya satu unit Lampu LED maupun Kipas Angin DC dengan menggunakan determinan matriks!

LIVEWORKSHEETS

Jawab:

Misalkan : x = konsumsi daya 1 unit Lampu LED (Watt)

y = konsumsi daya 1 unit Kipas Angin DC (Watt)

Susunan sistem persamaan linearnya adalah :

$$\begin{cases} \ldots x + \ldots y = \ldots \\ \ldots x + \ldots y = \ldots \end{cases}$$

Susunan model matriksnya adalah : $\begin{bmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ldots \\ \ldots \end{bmatrix}$

$$x = \frac{|D_x|}{|D|} = \frac{\begin{vmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{vmatrix}} = \frac{\ldots \times \ldots - \ldots \times \ldots}{\ldots \times \ldots - \ldots \times \ldots} = \frac{\ldots - \ldots}{\ldots - \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots$$

$$y = \frac{|D_y|}{|D|} = \frac{\begin{vmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{vmatrix}} = \frac{\ldots \times \ldots - \ldots \times \ldots}{\ldots \times \ldots - \ldots \times \ldots} = \frac{\ldots - \ldots}{\ldots - \ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots$$

$\therefore$ Kesimpulan : konsumsi daya 1 unit Lampu LED. . . . Watt dan konsumsi daya 1 unit Kipas Angin DC . . . . Watt

LIVEWORKSHEETS

Aktivitas 4: Sifat-sifat Determinan

Isilah pernyataan-pernyataan berikut ini dengan memilih jawaban benar atau salah!

Apabila diketahui $A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 5 \end{vmatrix}$, selidikilah

1. $\lvert A\rvert + \lvert B\rvert \neq \lvert A+B\rvert$	. . .	3. $\lvert A\rvert = \lvert A^T\rvert$	. . .
2. $\lvert AB\rvert = \lvert A\rvert\lvert B\rvert$	. . .	4. $\lvert A-B\rvert = \lvert B-A\rvert$	. . .

Keempat pernyataan di atas merupakan sifat-sifat determinan matrik. Temukan juga sifat-sifat determinan matriks yang lain pada buku modul atau buku paketmu!

Aktivitas 5: Kesimpulan Determinan Ordo 2x2

Dengan kata-katamu sendiri, susunlah kesimpulan yang berisikan tentang kegiatan aktivitas 1-4!

Kesimpulan

LIVEWORKSHEETS