

مفهوم التناسب

التناسب هو تساوى نسبتين أو معدلين على الأقل.

فمثلاً: $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ (تساوى نسبتين) ، $\frac{4 \text{ بيضات}}{1 \text{ كوب دقيق}} = \frac{8 \text{ بيضات}}{2 \text{ كوب دقيق}}$ (تساوى معدلين)

كتابة التناسب

إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
فإن:

الوسطان
 $a : b = c : d$
الطرفان

• إذا كانت الكميات a, b, c, d كميات متناسبة فإن: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فإن: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

فمثلاً: 3 ، 4 ، 6 ، 8 كميات متناسبة

فإن: a, b, c, d كميات متناسبة

فإن: 3 ، 4 ، 6 ، 8 كميات متناسبة

• والعكس صحيح: أى أنه إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فمثلاً: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

خاصية الضرب التبادلى

فى أى تساوى بين نسبتين نجد أن: حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

فإن: $a \times d = b \times c$

• إذا كان: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فإن: $3 \times 8 = 4 \times 6$
24 24

فمثلاً: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

• والعكس إذا كان: $a \times d = b \times c$ فإن: a, b, c, d كميات متناسبة.

مثال 1

حدد أيًا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا:

$\frac{12}{15}$ ، $\frac{8}{10}$ 2

$\frac{6}{10}$ ، $\frac{3}{8}$ 1



الحل

- إذا كان حاصل ضرب الطرفين يساوى حاصل ضرب الوسطين فإن الزوج النسب يمثل تناسبًا.
- إذا كانت النسبتان متكافئتين فإن زوج النسب يمثل تناسبًا.

$$\begin{array}{ccc} \frac{12}{15} & , & \frac{8}{10} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{حاصل ضرب الطرفين} & 12 \times 10 & 8 \times 15 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{حاصل ضرب الوسطين} & 120 & = & 120 \\ \frac{12}{15} & = & \frac{8}{10} & \text{لذلك} \\ \text{أى أن } \frac{12}{15} & , & \frac{8}{10} & \text{تمثل تناسبًا.} \end{array}$$

حل آخر:

$$\begin{array}{ccc} \frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5} & , & \frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4}{5} \\ \frac{12}{15} & = & \frac{8}{10} \\ \text{أى أن } \frac{12}{15} & , & \frac{8}{10} & \text{تمثل تناسبًا.} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \frac{6}{10} & , & \frac{3}{8} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{حاصل ضرب الطرفين} & 6 \times 8 & 3 \times 10 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{حاصل ضرب الوسطين} & 48 & \neq & 30 \\ \frac{6}{10} & \neq & \frac{3}{8} & \text{لذلك} \\ \text{أى أن } \frac{6}{10} & , & \frac{3}{8} & \text{لا تمثل تناسبًا.} \end{array}$$

حل آخر:

$$\begin{array}{ccc} \frac{6 \div 2}{10 \div 2} = \frac{3}{5} & \text{(بالتبسيط)} \\ \frac{3}{5} & \neq & \frac{3}{8} \\ \text{أى أن } \frac{6}{10} & , & \frac{3}{8} & \text{لا تمثل تناسبًا.} \end{array}$$

حاول بنفسك 1

- حدد أيًا من أزواج النسب التالية يمثل تناسبًا: 1 $\frac{10}{14}$ ، $\frac{5}{7}$ 2 $\frac{3}{9}$ ، $\frac{4}{21}$ 3 $\frac{2}{5}$ ، $3 : 10$

حل التناسب

المقصود بحل التناسب إيجاد القيمة المجهولة فى التناسب.

مثال 2

حل كلا من التناسبات الآتية :

$$2 : 8 = (x + 1) : 12 \quad 3 \quad \frac{x}{14} = \frac{15}{21} \quad 2 \quad \frac{6}{9} = \frac{10}{x} \quad 1$$

الحل

1 استخدم الضرب التبادلى :

$$\begin{array}{l} 6 \times x = 9 \times 10 \\ 6x = 90 \\ \text{اضرب :} \\ \frac{6x}{6} = \frac{90}{6} : 6 \\ x = 15 \\ \text{بسط :} \end{array}$$

2 استخدم الضرب التبادلى :

$$\begin{array}{l} x \times 21 = 14 \times 15 \\ 21x = 210 \\ \text{اضرب :} \\ \frac{21x}{21} = \frac{210}{21} : 21 \\ x = 10 \\ \text{اقسم على 21 :} \\ \text{بسط :} \end{array}$$

3

$$\frac{2}{8} = \frac{x+1}{12}$$

$$x+1 = \frac{2 \times 12}{8} = 3$$

$$x = 3 - 1 = 2$$

حل آخر:

$$\frac{2 \div 2}{8 \div 2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{x+1}{12}$$

$$x+1 = 3$$

$$x = 3 - 1 = 2$$

حاول بنفسك 2

$$\frac{8}{x-1} = \frac{16}{10} \quad 2$$

$$\frac{x}{32} = \frac{9}{36} \quad 1$$

مثال 3

إذا كانت كلًا من الكميات التالية متناسبة ، فأوجد قيمة x :

$$3, x-3, 12, 8 \quad 3$$

$$4, 7, x, 35 \quad 2$$

$$4, 12, 20, x \quad 1$$

2 إذا كان : 4 ، 12 ، 20 ، x ، 7 ، 35 ، 4 كميات متناسبة

$$\frac{4}{7} = \frac{x}{35}$$

استخدم الضرب التبادلي :

$$\frac{4}{7} = \frac{x}{35}$$

$$x = \frac{4 \times 35}{7}$$

$$x = 20$$

$$4 \times 35 = 7 \times x$$

$$140 = 7x$$

$$\frac{140}{7} = \frac{7x}{7} \quad \text{اقسم على 7 :}$$

$$20 = x$$

بسط :

1 إذا كان : 4 ، 12 ، 20 ، x ، 4 كميات متناسبة

$$\frac{4}{12} = \frac{20}{x}$$

استخدم الضرب التبادلي :

$$\frac{4}{12} = \frac{20}{x}$$

$$x = \frac{12 \times 20}{4}$$

$$x = 60$$

$$4 \times x = 12 \times 20$$

$$4x = 240$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{240}{4} \quad \text{اقسم على 4 :}$$

$$x = 60$$

بسط :

3 إذا كان : 3 ، $x-3$ ، 12 ، 8 ، 3 كميات متناسبة

$$\frac{3}{x-3} = \frac{12}{8}$$

$$x-3 = \frac{3 \times 8}{12} = 2$$

$$x = 2 + 3 = 5$$

حل آخر:

$$\frac{12}{8} = \frac{3}{x-3}$$

$$\frac{3}{x-3} = \frac{3}{2}$$

$$x-3 = 2$$

$$x = 2 + 3 = 5$$

حاول بنفسك 3

إذا كانت كلًا من الكميات التالية متناسبة ، فأوجد قيمة x :

$$40, 2x, 5, 7 \quad 3$$

$$x, 2, 3, 6 \quad 2$$

$$8, x, 48, 30 \quad 1$$

تطبيقات حياتية على التناسب

مثال 4



تستهلك سيارة 3 لترات من البنزين لقطع مسافة 33 كم ، فكم لترًا تحتاجها من البنزين لقطع مسافة 121 كم إذا سارت بنفس المعدل ؟

الحل

نفرض أن السيارة تستهلك x لترًا من البنزين لقطع مسافة 121 كم.

$$\frac{x}{121} = \frac{3}{33}$$

$$33 \times x = 3 \times 121$$

$$33x = 363$$

$$\frac{33x}{33} = \frac{363}{33}$$

$$x = 11$$

أي أن السيارة تحتاج 11 لترًا من البنزين.

مثال 5



قام مصطفى بتعبئة 120 كرتونة في 3 ساعات ،

فأوجد الزمن اللازم لتعبئة 200 كرتونة

إذا عمل وفق نفس المعدل.

الحل

نفرض أن الزمن اللازم لتعبئة 200 كرتونة هو x ساعة

$$\frac{120}{3} = \frac{200}{x}$$

$$120 \times x = 3 \times 200$$

$$120x = 600$$

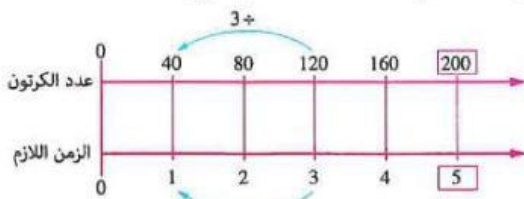
$$\frac{120x}{120} = \frac{600}{120}$$

$$x = 5$$

أي أن الزمن اللازم هو 5 ساعات.

حل آخر :

باستخدام خط الأعداد المزدوج



أي أن الزمن اللازم هو 5 ساعات.

حاول بنفسك 4

يحتاج عامل الحلوى إلى 5 أكواب من السكر لعمل 3 فطائر من الحلوى، فكم كوبًا يحتاج من السكر لعمل 15 فطيرة من الحلوى ؟

التمثيل البياني للتناسب

عند التمثيل البياني :

- إذا كانت النقط تقع على خط مستقيم يمر بنقطة الأصل فإن العلاقة تمثل تناسباً.
- إذا كانت النقط لا تقع على خط مستقيم واحد، أو تقع على خط مستقيم ولكن لا يمر بنقطة الأصل فإن العلاقة لا تمثل تناسباً.

مثال 6

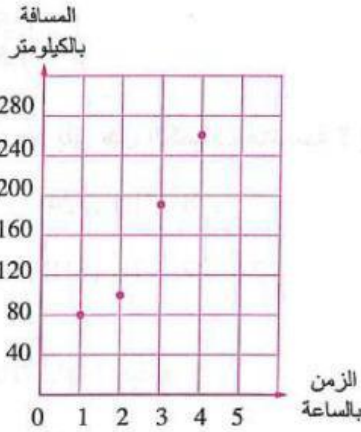
الجدولان التاليان يوضحان المسافة بالكيلومتر التي تقطعها سيارة. مثل بيانياً العلاقة بين المسافة والزمن ثم حدد ما إذا كانت المسافة بالكيلومتر متناسبة مع الزمن بالساعة.

المسافات المقطوعة	
المسافة بالكيلومتر	الزمن بالساعة
80	1
100	2
190	3
260	4

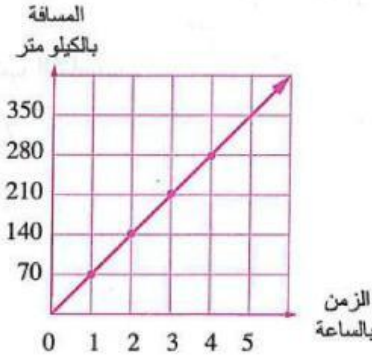
2

المسافات المقطوعة	
المسافة بالكيلومتر	الزمن بالساعة
70	1
140	2
210	3
280	4

1



2



1

الحل

المسافة بالكيلومتر لا تتناسب مع الزمن بالساعة.

المسافة بالكيلومتر تتناسب مع الزمن بالساعة.

عدد الصفحات المكتوبة	
عدد الصفحات	الزمن بالساعة
3	1
6	2
9	3
12	4

حاول بنفسك 5

يبين الجدول المقابل العلاقة بين عدد الصفحات التي يمكن أن يكتبها آدم على الكمبيوتر والزمن بالساعة. مثل العلاقة بين عدد الصفحات والزمن، ثم حدد ما إذا كان عدد الصفحات متناسباً مع الزمن بالساعة.



التناسب

1 تقارين ؟

اختبار
تفاعلي

أسئلة كتاب الوزارة

حل مشكلات

تطبيقات

تذكر • فهم •

1 أكمل ما يأتي :

1 التناسب هو

2 إذا تساوت نسبتان فإن حاصل ضرب الطرفين =

$$\frac{48}{72} = \frac{\dots}{15}$$

5

$$\frac{20}{25} = \frac{36}{\dots}$$

4

$$\frac{3}{5} = \frac{\dots}{15}$$

3

$$\frac{12}{\dots} = \frac{\dots}{15}$$

8

$$\frac{6}{8} = \frac{\dots}{\dots}$$

7

$$\frac{18}{12} = \frac{12}{\dots}$$

6

2 أي مما يلي يمثل تناسبًا :

$$\frac{15}{25} \stackrel{?}{=} \frac{30}{60}$$

3

$$\frac{3}{4} \stackrel{?}{=} \frac{6}{9}$$

2

$$\frac{2}{5} \stackrel{?}{=} \frac{4}{10}$$

1

$$\frac{10}{3} \stackrel{?}{=} \frac{40}{12}$$

6

$$\frac{5}{4} \stackrel{?}{=} \frac{7.5}{6}$$

5

$$\frac{1}{3} \stackrel{?}{=} \frac{0.5}{1.5}$$

4

3 في كل مما يأتي هل الكميات متناسبة ؟ إذا كانت متناسبة، اكتب التناسب .

$$7, 8, 14, 15$$

2

$$5, 8, 15, 24$$

1

$$8, 24, 6, 18$$

4

$$12, 27, 16, 18$$

3

4 حل التناسبات الآتية :

$$\frac{15}{x} = \frac{30}{12}$$

3

$$\frac{6}{x} = \frac{12}{14}$$

2

(توجيه - أسوان 25)

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{20}$$

1

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{b+1}$$

6

$$7 : 8 = 21 : m$$

5

$$a : 16 = 5 : 4$$

4

$$\frac{16}{3x} = \frac{8}{12}$$

9

$$\frac{l-3}{12} = \frac{5}{4}$$

8

(الجمرك - الإسكندرية 25)

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{k+1}$$

7

$$\frac{8}{y} = \frac{y}{2} \text{ (حيث } y \text{ عدد صحيح موجب).}$$

10

المبلغ بالجنيه	300	600	900	1,200
عدد الشهور	2	4	6	8

5 اذخار : يوضح الجدول المقابل عدد الجنيهات التي يذخرها إبراهيم خلال عدد معين من الشهور هل المبلغ يتناسب مع عدد الشهور ؟

6 فى إحدى المدارس يوجد 221 طالبًا و13 مدرسًا، فكم يكون عدد المدرسين إذا زاد عدد الطلاب وأصبح 272 طالبًا لى تبقى النسبة ثابتة بين عدد الطلاب وعدد المدرسين ؟

7 إذا كان ثمن $\frac{3}{4}$ لتر من اللبن 24 جنيهاً فما ثمن $1\frac{3}{4}$ لتر من اللبن ؟



(أوسيم - الجيزة 25)

8 تسوق : اشترى عمر 8 تفاحات بمبلغ 60 جنيهاً، كم تفاحة من نفس النوع يمكن أن يشتريها بمبلغ 105 جنيهات ؟



(سنورس - الفيوم 25)

9 الربط بالعلوم : تستخدم سيارة 5 لترات من البنزين لقطع مسافة 40 كم. ما هى كمية البنزين التى تحتاجها السيارة لتقطع مسافة 128 كم إذا سارت بنفس المعدل ؟

معلومة إثرائية

وحدات قياس الوزن تختلف عن وحدات قياس الكتلة. فمن وحدات قياس الوزن: النيوتن - الداين بينما: الطن - الكيلو جرام - الجرام هى وحدات لقياس الكتلة.

10 فضاء : يزن جسم على الأرض 90 نيوتن، فإذا علمت أن وزنه على القمر 15 نيوتن، فكم يبلغ وزن جسم آخر على القمر إذا كان وزنه على الأرض 60 نيوتن ؟

(السنبلوين - الدقهلية 25)



(البلينا - سوهاج 25)

11 ثقافة : تقرأ إيمان 10 صفحات فى 40 دقيقة، فما الزمن بالساعات الذى تستغرقه فى قراءة كتاب من 120 صفحة إذا قرأت بنفس المعدل ؟