Límites

NOMBRE:
Samantha Molina

CURSO:
2do BGU "B"

MATERIA:
Matemáticas

LICENCIADO:
Tupac Vallejo

Sensopercepción

$\lim_{x \to 🍎} f(🍎) = L$

Límite cuando x de ∞
F de ecuación de s

Límite por la izquierda: $x \to a^-$
Límite por la derecha: $x \to a^+$

Límites

En matemáticas un límite describe al valor al que se acerca una función a medida que la variable independiente(x) se aproxima a un punto determinado, sin necesidad de llegar a tocar ese punto. Es basicamente el estudio de la tendencia de una función se expresa así:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

El límite de $f(x)$ cuando x tiende a a es igual a L.

Propiedades principales

Estas reglas permiten resolver límites complejos de forma sencilla.

1. Suma y Resta: El límite de una suma es la suma de los límites.

$$\lim_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$$

2. Producto: El límite de un producto es el producto de los límites.

$$\lim_{x \to a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x)$$

3. Cociente: El límite de una división es la división de los límites siempre y cuando el denominador no sea 0.

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)} \quad (\lim g(x) \neq 0)$$

Concepto clave: El Conjugado

- La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:

$$(a-b)\ (a+b) = a^2 - b^2 \qquad \text{siempre positivo}$$

- Si tienes $\sqrt{x-a}$ el conjugado será: $\sqrt{x+a}$

$$(\sqrt{x} - a)\ (\sqrt{x} + a) = (\sqrt{x})^2 - (a)^2 = x - a^2$$

Pasos para resolver el límite

1. Evaluar y sustituir para encontrar la indeterminación.
2. Multiplicar por el conjugado.
3. Simplificar aplicando la diferencia de cuadrados.
4. Cancelar términos.
5. Sustituir de nuevo y encontrar el valor final.

Ejemplos

Ejemplo inicial:

$$\lim_{x \to 7} \frac{\sqrt{x-3}}{x-3}$$

1. Sustituimos $x = 7$:

$$\frac{\sqrt{7}-3}{7-3} = \frac{0}{4} = 0 \rightarrow$$

No es indeterminación.

2. Por lo tanto, el límite es:

$\boxed{0}$

Otro ejemplo con indeterminación:

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$$

1. Sustituimos $x = 4$: $\frac{\sqrt{4}-2}{4-4} = \frac{0}{0}$ → Indeterminación.
2. Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{x} + 2$:

$$\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x-4}{(x-4)(\sqrt{x}+2)}$$

3. Simplificamos: $= \frac{1}{\sqrt{x}+2}$
4. Sustituimos $x = 4$: $= \frac{1}{\sqrt{4}+2} = \frac{1}{2+2} = \boxed{\frac{1}{4}}$

Límites Laterales

Los límites laterales son una herramienta fundamental en el cálculo para entender el comportamiento de una función $f(x)$, cuando la variable x se aproxima a un valor específico desde una dirección determinada (ya sea por la izquierda o la derecha).

Definición y notación

- Para que un límite exista en un punto, debemos analizar qué sucede cuando nos acercamos por los dos lados.

Límite por la izquierda

- Se denota con un signo (-) como un superíndice. Representa al valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x ligeramente menores de a: alfa.

$$\lim_{x \to a^-} = f(x)$$

Límite por la derecha

- Se denota con un signo (+) como un superíndice. Representa al valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x ligeramente mayores de a: alfa.

$$\lim_{x \to a^+} = f(x)$$

Usos para resolver el límite

4. Constante: El límite de un número fijo es ese mismo número.

$$\lim_{x \to a} k = k \qquad (k \text{ es constante}).$$

Puede sacar la k.

5. Multiplicación por constante: Puede sacar la constante k que multiplican a la función fuera de los límites.

$$\lim_{x \to a} k \cdot f(x) = k \lim_{x \to a} f(x)$$

6. Potencia y raíz: El límite de una potencia es la potencia del límite.

$$\lim_{x \to a} [f(x)]^n = [\lim_{x \to a} f(x)]^n \quad (n \text{ entero})$$

$$\lim_{x \to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to a} f(x)} \quad (n \text{ impar})$$

Pregunta de práctica

1. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \to -2} \frac{\sqrt{x}+2}{x+2}$$

Resolución:

1. Sustituimos $x = -2$: $\frac{\sqrt{-2}+2}{-2+2} = \frac{0}{0}$ → Indeterminación.
2. Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{x} - 2$:

$$\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(x+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x-4}{(x+2)(\sqrt{x}-2)}$$

3. Simplificamos: $= \frac{x-4}{(x+2)(\sqrt{x}-2)}$ → $(x+2)$ se cancela

$= \sqrt{x} - 2$ (porque $x - 4 = (x+2)(x-2)$

4. Sustituimos $x = -2$: $= \frac{\sqrt{-2}-2}{-2-2} = \frac{-2-2}{-4} = \frac{-4}{-4} = \boxed{1}$

a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) 1

Recuerda: La racionalización es nuestra mejor aliada para eliminar raíces y resolver límites con indeterminación $\frac{0}{0}$.

Sensopersepción

Lim f(1.1)

Límite con valor absoluto

Evaluar o que valor se aproxima a un valor (función) cuando x tiende a un punto, manejando la magnitud sin importar el signo (distancia al 0). Su concepto clave es definir el valor "absoluto" como una función a trozos, escribiendo $|x-a|$ como $x-a$ (si $x \geq a$) o $-(x-a)$ (si $x < a$)

Definición de valor absoluto.- Representa la distancia a 0:

$|x| = x$ si $x \geq 0$; y $|x| = -x$ si $x < 0$.

Indeterminación:- A menudo, estos límites producen formas indeterminadas Ejemplo, $\left(\frac{0}{0}\right)$, requiriendo analizar los límites laterales.

Límites laterales: Debido a que la definición cambia de signo, se debe calcular los límites por la izquierda ($x \to a$) y por la derecha ($x \to a$).

Existencia de límites: El límite general existe si y solo si los límites laterales son iguales.

Ejemplo:

$+ > 0$
$- < 0$

$$\lim_{x \to 3} |x-3| \quad \begin{cases} x-3 & (x>3) \\ x-3 & (x<3) \end{cases}$$

Pregunta de práctica

1. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \to -2} |x+2|$$

a) −4 b) −2 c) 0 d) 2

Recuerda: El valor absoluto mide la distancia a 0, por eso siempre es positivo o 0.

Sensopercepción
Límites con racionalización

Ejemplo inicial:

$$\lim_{x \to 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

- Para resolver límites que involucran raíces, especialmente cuando resultan en la indeterminación $\frac{0}{0}$, el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave: El Conjugado.

- La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

- Si tienes $\sqrt{x - a}$ el conjugado será: $\sqrt{x + a}$

$$(\sqrt{x - a})(\sqrt{x + a}) = (\sqrt{x})^2 - (a)^2 = x - a^2$$

Pasos para resolver el límite.

1.- Evaluar y sustituir para encontrar la indeterminación.
2.- Multiplicar por el conjugado.
3.- Simplificar aplicando la diferencia de cuadrados.
4.- Cancelar términos.
5.- Sustituir de nuevo y encontrar el valor final.

Casos para resolver el límite.

- Sustitución directa. Si hay indeterminación, simplifica o factoriza y sustituir otra vez.
- Factorización. Simplifica la expresión antes de sustituir.
- Racionalización. Multiplica por el conjugado si hay raíces.
- Simplificación. Cancela factores comunes.
- Sustitución final. Sustituye nuevamente para obtener el valor del límite.

Límites laterales

- Los límites laterales son una herramienta fundamental en el cálculo para entender el comportamiento de una función $f(x)$ cuando la variable x se aproxima a un valor específico a desde una dirección determinada (ya sea por la izquierda o la derecha)

Definición y notación.

- Para que un límite exista en un punto, debemos analizar qué sucede cuando nos acercamos por los dos lados.

Límite por la izquierda

- Se denota con un signo $(-)$ como un superíndice. Representa el valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x ligeramente menores de a.

$$\lim_{x \to a^-} f(x)$$

Pregunta de práctica

1. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \to -2} \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2}$$

Racionalizamos multiplicando por el conjugado $(\sqrt{x} - 2)$:

$$\lim_{x \to -2} \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \to -2} \frac{(\sqrt{x})^2 - 2^2}{(x + 2)(\sqrt{x} - 2)}$$

$$= \lim_{x \to -2} \frac{x - 4}{(x + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \lim_{x \to -2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x + 2)(\sqrt{x} - 2)}$$

$$= \lim_{x \to -2} \frac{x - 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{-2 - 2}{\sqrt{-2} - 2} = \frac{-4}{-2 - 2} = 1$$

Respuesta correcta: d) 1

Límites

- En matemáticas un límite describe al valor al que se acerca una función a medida que la variable independiente se aproxima a un punto determinado sin necesidad de llegar a tocar ese punto. Es básicamente el estudio de la tendencia de una función se expresa así:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

El límite de $f(x)$ cuando x tiende a a es igual a L.

Propiedades principales.

- Estas reglas permiten resolver límites complejos de forma sencilla.

1.- Suma y Resta: El límite de una suma es la suma de los límites

$$\lim [f(x) + g(x)] = \lim f(x) + \lim g(x)$$

2.- Producto: El límite de un producto es el producto de los límites

$$\lim [f(x) \cdot g(x)] = \lim f(x) \cdot \lim g(x)$$

3.- Cociente: El límite de una división es la división de los límites siempre y cuando el denominador no sea 0.

$$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim f(x)}{\lim g(x)} \quad g(x) \neq 0$$

Límite por la derecha

- Se denota con un signo $(+)$ como un superíndice. Representa el valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x ligeramente mayores de a.

$$\lim_{x \to a^+} f(x)$$

Límite bilateral

- El límite bilateral existe si los límites laterales son iguales.

$$\lim_{x \to a} f(x) = L \quad \text{si} \quad \lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = L$$

Ejemplo inicial resuelto

$$\lim_{x \to 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

Racionalizamos multiplicando por el conjugado $(\sqrt{x} + 3)$:

$$\lim_{x \to 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3} \cdot \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} = \lim_{x \to 7} \frac{(\sqrt{x})^2 - 3^2}{(x - 3)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$= \lim_{x \to 7} \frac{x - 9}{(x - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \lim_{x \to 7} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$= \lim_{x \to 7} \frac{x + 3}{\sqrt{x} + 3} = \frac{7 + 3}{\sqrt{7} + 3} = \frac{10}{\sqrt{7} + 3}$$

Racionalizamos de nuevo:

$$\frac{10}{\sqrt{7} + 3} \cdot \frac{\sqrt{7} - 3}{\sqrt{7} - 3} = \frac{10(\sqrt{7} - 3)}{7 - 9} = \frac{10(\sqrt{7} - 3)}{-2} = -5(\sqrt{7} - 3)$$

$$= -5\sqrt{7} + 15$$

Respuesta final: $-5\sqrt{7} + 15$

Recuerda: La racionalización es nuestra mejor aliada para eliminar raíces y resolver límites con indeterminación $\frac{0}{0}$.

Sensopercepción

Límites con raíces

Ejemplo inicial:

$$\lim_{x \to 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

Para resolver límites que involucran raíces especialmente cuando resultan en la indeterminación $\frac{0}{0}$, el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave: El Conjugado.

- La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \quad \text{siempre positivo}$$

- Si tienes $\sqrt{x - a}$ el conjugado será: $\sqrt{x + a}$

$$(\sqrt{x - a})(\sqrt{x + a}) = (\sqrt{x})^2 - (a)^2 = x - a^2$$

Pasos para resolver el límite.

1.- Evaluar y sustituir para encontrar la indeterminación.
2.- Multiplicar por el conjugado.
3.- Simplificar aplicando la diferencia de cuadrados.
4.- Cancelar términos.
5.- Sustituir de nuevo y encontrar el valor final.

Ejemplo:

$$\lim_{x \to 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

1. Sustituimos $x = 7$:

$$\frac{\sqrt{7} - 3}{7 - 3} = \frac{0}{4} = 0$$

→ indeterminación.

2. Por lo tanto, el límite es:

$\boxed{0}$

Otro ejemplo con indeterminación:

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

1. Sustituimos $x = 4$:

$$\frac{\sqrt{4} - 2}{4 - 4} = \frac{0}{0} \to \text{Indeterminación.}$$

2. Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{x} + 2$:

$$\frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x - 4}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)}$$

3. Simplificamos: $= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$

4. Sustituimos $x = 4$: : $\frac{1}{\sqrt{4} + 2} = \frac{1}{2\,2} = \frac{1}{4}$

Pregunta de práctica

1. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \to -2} |x + 2|$$

a) -4 b) -2 c) 0 d) 2

Resolución: Al acercarse x a -2, tenemos $|0| = 0$.

Respuesta correcta: c) 0

Límites con racionalización

Ejemplo inicial:

$$\lim_{x \to 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

Para resolver límites que involucran raíces especialmente cuando resultan en la indeterminación $\frac{0}{0}$, el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave: El Conjugado.

- La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \quad \text{siempre positivo}$$

- Si tienes $\sqrt{x - a}$ el conjugado será: $\sqrt{x + a}$

$$(\sqrt{x - a})(\sqrt{x + a}) = (\sqrt{x})^2 - (a)^2 = x - a^2$$

Pasos para resolver el límite.

1.- Evaluar y sustituir para encontrar la indeterminación.
2.- Multiplicar por el conjugado.
3.- Simplificar aplicando la diferencia de cuadrados.
4.- Cancelar términos.
5.- Sustituir de nuevo y encontrar el valor final.

Ejemplo:

$$\lim_{x \to 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

1. Sustituimos $x = 7$:

$$\frac{\sqrt{7} - 3}{7 - 3} = \frac{0}{4} = 0$$

→ No es indeterminación.

2. Por lo tanto, el límite es:

$\boxed{0}$

Otro ejemplo con indeterminación:

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

1. Sustituimos $x = 4$:

$$\frac{\sqrt{4} - 2}{4 - 4} = \frac{0}{0} \to \text{Indeterminación.}$$

2. Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{x} + 2$:

$$\frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x - 4}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)}$$

3. Simplificamos: $= \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$

4. Sustituimos $x = 4$: : $\frac{1}{\sqrt{4} + 2} = \frac{1}{2\,2} = \frac{1}{4}$

Pregunta de práctica

1. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \to -2} \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2}$$

a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) 1

Resolución:

1 Sustituimos $x = -2$: $\frac{\sqrt{-2} + 2}{-2 + 2} = \frac{0}{0} \to$ Indeterminación.

2. Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{x} - 2$:

$$\frac{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}{(x + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{x - 4}{(x + 2)(\sqrt{x} - 2)}$$

3. Simplificamos: $= \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$

4. Sustituimos $x = -2$: $= \frac{1}{\sqrt{-2} - 2} = \frac{1}{-2 - 2} = -\frac{1}{4}$

Respuesta correcta: c) $-\frac{1}{2}$

Límites con logaritmos

Límites con logaritmos.

- Los límites con logaritmos es un caso especial que combina sus propiedades y conocer dos límites notables.

Propiedades de los logaritmos:

Logaritmo de un producto:

$$\log_b (x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$$

Logaritmo de un cociente:

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$$

Logaritmo de una potencia:

$$\log_b x^n = n \log_b x$$

Gráfica y límites de logaritmos

Es fundamental saber cómo se comporta la función logaritmica natural $(\ln(x))$ en sus extremos, para números mayores que 0 $(x > 0)$

- Cuando x tiende a $0^+ \to \ln(x) \to -\infty$
- Cuando x tiende a $\infty \to \ln(x) \to \infty$

Nota: Crece lentamente pero va al infinito.

* Cuando x tiende a 0 por la derecha $\lim_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

Nota: se pega al eje y y hacia abajo.

Notables con logaritmos

Cuando te encuentras con indeterminaciones $x|^{lim}$. sigue los siguientes pasos, será aplicar cualquiera de sus propiedades:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x)}{x} = 1$$

Pasos para resolver

1- Calculamos la indeterminación.
2- Aplicamos o cualquier de sus propiedades en una función continua.
3- Identificamos el valor del límite y lo resolvemos.

Ejemplo

$$\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x)}{x - 1} \Rightarrow \frac{\ln(1)}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{x}{x - 1} \cdot \frac{\ln(x)}{x} = \lim_{x \to 1} \frac{x}{x - 1} \cdot 1 = \frac{1}{1 - 1} = 1$$

Respuesta: 1

Límites laterales y notables

Límites laterales

Los límites laterales son una herramienta fundamental en el cálculo para entender el comportamiento de una función $f(x)$, cuando la variable x se aproxima a un valor especifico, desde una dirección determinada (ya sea por la izquierda o la derecha).

Definición y notación

Para que un límite exista en un punto, debemos analizar que sucede cuando nos acercamos por los dos lados.

Límite por la izquierda

Se denota con un signo $(-)$ como un superíndice. Representa el valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x, ligeramente menores de a $(x \to a^-)$

$$\lim_{x \to a^-} f(x)$$

Límite por la derecha

Se denota con un signo $(+)$ como un superíndice. Representa el valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x, ligeramente mayores de a $(x \to a^+)$

$$\lim_{x \to a^+} f(x)$$

Ejemplo

Sea $f(x) = \frac{1}{x}$ y evaluemos los límites laterales en $a = 2$:

- Límite por la izquierda:

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

- Límite por la derecha:

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Como ambos límites laterales son iguales, el límite general también existe:

$$\lim_{x \to 2} \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

Límites notables

Cuando te encuentras con indeterminaciones $x|^{lim}$, puedes aplicar cualquiera de estos límites notables:

Límites notables:

1. $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x)}{x} = 1$
2. $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
3. $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
4. $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

Donde $e = 2.71828$ (número de Euler)

Ejemplo

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x)}{x} = 1 \quad (\text{Límite notable } 1)$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad (\text{Límite notable } 2)$$

Recuerda: Comprender y dominar estos conceptos te permitirá resolver una gran variedad de límites y problemas en cálculo de manera más eficiente

Sensopercepción

Inducción a la Derivada

¿Qué es una derivada?

La derivada es una herramienta matemática que permite medir la rapidez con la que cambia una función respecto a una variable. Se utiliza para analizar el crecimiento, decrecimiento y comportamiento de una función.

Concepto clave: Razón de cambio

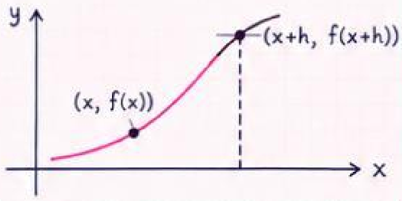
La derivada representa la tasa de cambio instantánea de una función en un punto determinado.

Por ejemplo:

- Velocidad de un automóvil.
- Crecimiento de una planta.
- Cambio de temperatura con el tiempo.

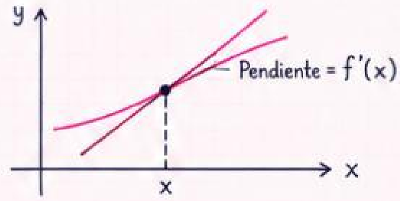
Definición intuitiva

Si una función cambia cuando la variable x cambia, la derivada indica qué tan rápido ocurre ese cambio.



Interpretación geométrica

La derivada de una función en un punto corresponde a la pendiente de la recta tangente a la curva en ese punto.



Notación de la derivada

Se puede representar de varias formas:

- $f'(x)$
- $\dfrac{dy}{dx}$
- y'

Fórmula de la derivada

La definición formal es:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Esta expresión permite calcular la derivada mediante límites.

Importancia de las derivadas

- Permiten calcular velocidades instantáneas.
- Ayudan a encontrar máximos y mínimos.
- Se utilizan en física, economía, ingeniería y muchas otras áreas.
- Describen cómo cambian las cantidades en el tiempo.

Pasos para comprender una derivada

1. Identificar la función.
2. Analizar cómo cambia la variable.
3. Aplicar la definición de derivada.
4. Simplificar la expresión.
5. Interpretar el resultado obtenido.

Ejemplo sencillo

Sea: $f(x) = x^2$

Su derivada es: $f'(x) = 2x$

Esto significa que la pendiente cambia dependiendo del valor de x.

Aplicaciones de las derivadas

- Movimiento de vehículos.
- Crecimiento poblacional.
- Economía y finanzas.
- Física y ciencias naturales.
- Ingeniería y tecnología.

Recuerda

- La derivada mide el cambio instantáneo de una función.
- Está relacionada con la pendiente de una recta tangente.
- Se obtiene a partir del concepto de límite.
- Es una de las herramientas más importantes del cálculo diferencial.