

Límites



NOMBRE:

Samantha Molina



CURSO:

2do BGU "B"



MATERIA:

Matemáticas



LICENCIADO:

Tupac Vallejo

Sensopercepción

$$\lim_{x \rightarrow \text{🍎}} f(\text{🍎}) = L$$

Límite cuando x de ∞
F de ecuación de s

Límite por la izquierda: $x \rightarrow a^-$

Límite por la derecha: $x \rightarrow a^+$

Límites

- En matemáticas un límite describe al valor al que se acerca una función a medida que la variable independiente (x) se aproxima a un punto determinado, sin necesidad de llegar a tocar ese punto. Es básicamente el estudio de la tendencia de una función se expresa así:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

El límite de $f(x)$ cuando x tiende a a es igual a L .

Propiedades principales

- Estas reglas permiten resolver límites complejos de forma sencilla.

- Suma y Resta:** El límite de una suma es la suma de los límites.

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

- Producto:** El límite de un producto es el producto de los límites.

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

- Cociente:** El límite de una división es la división de los límites siempre y cuando el denominador no sea 0.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \quad (\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0)$$

Concepto clave: El Conjugado

- La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \quad \text{siempre positivo}$$

- Si tienes $\sqrt{x - a}$ el conjugado será: $\sqrt{x + a}$

$$(\sqrt{x - a})(\sqrt{x + a}) = (\sqrt{x})^2 - (a)^2 = x - a^2$$

Pasos para resolver el límite

- Evaluar y sustituir para encontrar la indeterminación.
- Multiplicar por el conjugado.
- Simplificar aplicando la diferencia de cuadrados.
- Cancelar términos.
- Sustituir de nuevo y encontrar el valor final.

Ejemplos

- Ejemplo inicial:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x - 3}}{x - 3}$$

- Sustituimos $x = 7$:

$$\frac{\sqrt{7 - 3}}{7 - 3} = \frac{0}{4} = 0 \rightarrow$$

No es indeterminación.

- Por lo tanto, el límite es:

$$0$$

Otro ejemplo con indeterminación:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x - 2}}{x - 4}$$

- Sustituimos $x = 4$: $\frac{\sqrt{4 - 2}}{4 - 4} = \frac{0}{0} \rightarrow$ indeterminación

- Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{x + 2}$:

$$\frac{(\sqrt{x - 2})(\sqrt{x + 2})}{(x - 4)(\sqrt{x + 2})} = \frac{x - 4}{(x - 4)(\sqrt{x + 2})}$$

- Simplificamos: $= \frac{1}{\sqrt{x + 2}}$

- Sustituimos $x = 4$: $= \frac{1}{\sqrt{4 + 2}} = \frac{1}{2 + 2} = \frac{1}{4}$

Límites Laterales

- Los límites laterales son una herramienta fundamental en el cálculo para entender el comportamiento de una función $f(x)$, cuando la variable x se aproxima a un valor específico desde una dirección determinada (ya sea por la izquierda o la derecha).

Definición y notación

- Para que un límite exista en un punto, debemos analizar qué sucede cuando nos acercamos por los dos lados.

Límite por la izquierda

- Se denota con un signo (-) como un superíndice. Representa al valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x ligeramente menores de a : alfa.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

Límite por la derecha

- Se denota con un signo (+) como un superíndice. Representa al valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x ligeramente mayores de a : alfa.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Usos para resolver el límite

- Constante:** El límite de un número fijo es ese mismo número.

$$\lim_{x \rightarrow a} k = k \quad (k \text{ es constante})$$

Puede sacar la k .

- Multiplicación por constante:** Puede sacar la constante k que multiplican a la función fuera de los límites.

$$\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

- Potencia y raíz:** El límite de una potencia es la potencia del límite.

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = [\lim_{x \rightarrow a} f(x)]^n \quad (n \text{ entero})$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} \quad (n \text{ impar})$$

Pregunta de práctica

- Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x + 2}}{x + 2}$$

Resolución:

- Sustituimos $x = -2$: $\frac{\sqrt{-2 + 2}}{-2 + 2} = \frac{0}{0} \rightarrow$ indeterminación
- Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{x - 2}$:

$$\frac{(\sqrt{x + 2})(\sqrt{x - 2})}{(x + 2)(\sqrt{x - 2})} = \frac{x - 4}{(x + 2)(\sqrt{x - 2})}$$

- Simplificamos: $\frac{x - 4}{(x + 2)(\sqrt{x - 2})} \rightarrow (x + 2)$ se cancela
 $= \sqrt{x - 2}$ (porque $x - 4 = (x + 2)(x - 2)$)

- Sustituimos $x = -2$: $\frac{\sqrt{-2 - 2}}{-2 - 2} = \frac{-2 - 2}{-4} = \frac{-4}{-4} = 1$

- a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) 1

Recuerda: La racionalización es nuestra mejor aliada para eliminar raíces y resolver límites con indeterminación $\frac{0}{0}$.

Sensopersepción

Lim $f(1, \heartsuit 1)$



Límite con valor absoluto

Evaluar o que valor se aproxima a un valor (función) cuando x tiende a un punto, manejando la magnitud sin importar el signo (distancia al 0). Su concepto clave es definir el valor "absoluto" como una función a trozos, escribiendo $|x - a|$ como $x - a$ (si $x \geq a$) o $-(x - a)$ (si $x < a$)

Definición de valor absoluto. - Representa la distancia a 0:

$$|x| = x \quad \text{si } x \geq 0 \quad ; \quad \text{y } |x| = -x \quad \text{si } x < 0.$$

Indeterminación: - A menudo, estos límites producen formas indeterminadas Ejemplo, $(\frac{0}{0})$, requiriendo analizar los límites laterales.

Límites laterales: Debido a que la definición cambia de signo, se debe calcular los límites por la izquierda ($x \rightarrow a$) y por la derecha ($x \rightarrow a$).

Existencia de límites: El límite general existe si y solo si los límites laterales son iguales.

Ejemplo:

$$\begin{array}{l} + > 0 \\ - < 0 \end{array}$$


$$\lim_{x \rightarrow 3} |x - 3| \quad \begin{array}{l} |x - 3| \quad (x > 3) \\ |x - 3| \quad (x < 3) \end{array}$$

Pregunta de práctica

1. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow -2} |x + 2|$$

- a) -4 b) -2 c) 0 d) 2

 **Recuerda:** El valor absoluto mide la distancia a 0, por eso siempre es positivo o 0.

Sensopercepción

Límites con racionalización

Ejemplo inicial:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

- Para resolver límites que involucran raíces, especialmente cuando resultan en la indeterminación $\frac{0}{0}$, el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave: El Conjugado.

- La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

- Si tienes $\sqrt{x - a}$ el conjugado será: $\sqrt{x + a}$
 $(\sqrt{x - a})(\sqrt{x + a}) = (\sqrt{x})^2 - (a)^2 = x - a^2$

Pasos para resolver el límite.

- 1.- Evaluar y sustituir para encontrar la indeterminación.
- 2.- Multiplicar por el conjugado.
- 3.- Simplificar aplicando la diferencia de cuadrados.
- 4.- Cancelar términos.
- 5.- Sustituir de nuevo y encontrar el valor final.

Casos para resolver el límite.

- Sustitución directa. Si hay indeterminación, simplifica o factoriza y sustituir otra vez.
- Factorización. Simplifica la expresión antes de sustituir.
- Racionalización. Multiplica por el conjugado si hay raíces.
- Simplificación. Cancela factores comunes.
- Sustitución final. Sustituye nuevamente para obtener el valor del límite.

Límites laterales

- Los límites laterales son una herramienta fundamental en el cálculo para entender el comportamiento de una función $f(x)$ cuando la variable x se aproxima a un valor específico a desde una dirección determinada (ya sea por la izquierda o la derecha).

Definición y notación.

- Para que un límite exista en un punto, debemos analizar qué sucede cuando nos acercamos por los dos lados.

Límite por la izquierda

- Se denota con un signo (-) como un superíndice. Representa el valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x ligeramente menores de a .

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

Pregunta de práctica



1. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2}$$

Racionalizamos multiplicando por el conjugado $(\sqrt{x} - 2)$:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(\sqrt{x})^2 - 2^2}{(x + 2)(\sqrt{x} - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x - 4}{(x + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x + 2)(\sqrt{x} - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x - 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{-2 - 2}{\sqrt{-2} - 2} = \frac{-4}{-2 - 2} = 1$$

Respuesta correcta: **d) 1**



Recuerda: La racionalización es nuestra mejor aliada para eliminar raíces y resolver límites con indeterminación $\frac{0}{0}$.

Límites

- En matemáticas un límite describe al valor al que se acerca una función a medida que la variable independiente se aproxima a un punto determinado sin necesidad de llegar a tocar ese punto. Es básicamente el estudio de la tendencia de una función se expresa así:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

El límite de $f(x)$ cuando x tiende a a es igual a L .

Propiedades principales.

- Estas reglas permiten resolver límites complejos de forma sencilla.

- 1.- **Suma y Resta:** El límite de una suma es la suma de los límites

$$\lim [f(x) + g(x)] = \lim f(x) + \lim g(x)$$

- 2.- **Producto:** El límite de un producto es el producto de los límites

$$\lim [f(x) \cdot g(x)] = \lim f(x) \cdot \lim g(x)$$

- 3.- **Cociente:** El límite de una división es la división de los límites siempre y cuando el denominador no sea 0.

$$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim f(x)}{\lim g(x)} \quad g(x) \neq 0$$

Límite por la derecha

- Se denota con un signo (+) como un superíndice. Representa el valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x ligeramente mayores de a .

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Límite bilateral

- El límite bilateral existe si los límites laterales son iguales.

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \quad \text{si} \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

Ejemplo inicial resuelto

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

Racionalizamos multiplicando por el conjugado $(\sqrt{x} + 3)$:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3} \cdot \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{(\sqrt{x})^2 - 3^2}{(x - 3)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x - 9}{(x - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x + 3}{\sqrt{x} + 3} = \frac{7 + 3}{\sqrt{7} + 3} = \frac{10}{\sqrt{7} + 3}$$

Racionalizamos de nuevo:

$$\frac{10}{\sqrt{7} + 3} \cdot \frac{\sqrt{7} - 3}{\sqrt{7} - 3} = \frac{10(\sqrt{7} - 3)}{7 - 9} = \frac{10(\sqrt{7} - 3)}{-2} = -5(\sqrt{7} - 3)$$

$$= -5\sqrt{7} + 15$$

Respuesta final: **$-5\sqrt{7} + 15$**

Sensopercepción



Límites con raíces

Ejemplo inicial:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

Para resolver límites que involucren raíces especialmente cuando resultan en la indeterminación $\frac{0}{0}$, el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave: El Conjugado.

- La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \text{ siempre positivo}$$

- Si tienes $\sqrt{x-a}$ el conjugado será: $\sqrt{x+a}$

$$(\sqrt{x-a})(\sqrt{x+a}) = (\sqrt{x})^2 - (a)^2 = x - a^2$$

Pasos para resolver el límite.

- 1.- Evaluar y sustituir para encontrar la indeterminación.
- 2.- Multiplicar por el conjugado.
- 3.- Simplificar aplicando la diferencia de cuadrados.
- 4.- Cancelar términos.
- 5.- Sustituir de nuevo y encontrar el valor final.

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

1. Sustituimos $x = 7$:

$$\frac{\sqrt{7} - 3}{7 - 3} = \frac{0}{4} = 0$$

→ indeterminación.

2. Por lo tanto, el límite es:

$$0$$

Otro ejemplo con indeterminación:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

1. Sustituimos $x = 4$:

$$\frac{\sqrt{4} - 2}{4 - 4} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{Indeterminación.}$$

2. Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{x} + 2$:

$$\frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x - 4}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)}$$

3. Simplificamos: $= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$

4. Sustituimos $x = 4$: $\frac{1}{\sqrt{4} + 2} = \frac{1}{2 + 2} = \frac{1}{4}$

Pregunta de práctica

1. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow -2} |x + 2|$$

- a) -4 b) -2 c) 0 d) 2

Resolución: Al acercarse x a -2 , tenemos $|0| = 0$.

Respuesta correcta: c) 0



Límites con racionalización

Ejemplo inicial:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

Para resolver límites que involucren raíces especialmente cuando resultan en la indeterminación $\frac{0}{0}$, el método más efectivo es la racionalización.

Concepto clave: El Conjugado.

- La idea es eliminar la raíz del numerador o denominador usando la diferencia de cuadrados:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \text{ siempre positivo}$$

- Si tienes $\sqrt{x-a}$ el conjugado será: $\sqrt{x+a}$

$$(\sqrt{x-a})(\sqrt{x+a}) = (\sqrt{x})^2 - (a)^2 = x - a^2$$

Pasos para resolver el límite.

- 1.- Evaluar y sustituir para encontrar la indeterminación.
- 2.- Multiplicar por el conjugado.
- 3.- Simplificar aplicando la diferencia de cuadrados.
- 4.- Cancelar términos.
- 5.- Sustituir de nuevo y encontrar el valor final.

Ejemplo:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 3}$$

1. Sustituimos $x = 7$:

$$\frac{\sqrt{7} - 3}{7 - 3} = \frac{0}{4} = 0$$

→ indeterminación.

2. Por lo tanto, el límite es:

$$0$$

Otro ejemplo con indeterminación:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

1. Sustituimos $x = 4$:

$$\frac{\sqrt{4} - 2}{4 - 4} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{Indeterminación.}$$

2. Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{x} + 2$:

$$\frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x - 4}{(x - 4)(\sqrt{x} + 2)}$$

3. Simplificamos: $= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$

4. Sustituimos $x = 4$: $\frac{1}{\sqrt{4} + 2} = \frac{1}{2 + 2} = \frac{1}{4}$

Pregunta de práctica

1. Calcula el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 2}$$

- a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) $-\frac{1}{2}$ d) 1

Resolución:

1. Sustituimos $x = -2$: $\frac{\sqrt{-2} + 2}{-2 + 2} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{Indeterminación.}$

2. Multiplicamos por el conjugado $\sqrt{x} - 2$:

$$\frac{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}{(x + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{x - 4}{(x + 2)(\sqrt{x} - 2)}$$

3. Simplificamos: $= \frac{1}{\sqrt{x} - 2}$

4. Sustituimos $x = -2$: $\frac{1}{\sqrt{-2} - 2} = \frac{1}{-1.41 - 2} = -\frac{1}{3.41} \approx -\frac{1}{4}$

Respuesta correcta: c) $-\frac{1}{2}$

Límites con logaritmos

Límites con logaritmos.

- Los límites con logaritmos es un caso especial que combina sus propiedades y conocer dos límites notables.

Propiedades de los logaritmos:

Logaritmo de un producto:

$$\log_b(x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$$

Logaritmo de un cociente:

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$$

Logaritmo de una potencia:

$$\log_b x^n = n \log_b x$$

Gráfica y límites de logaritmos

Es fundamental saber cómo se comporta la función logarítmica natural ($\ln(x)$) en sus extremos, para números mayores que 0 ($x > 0$)

- Cuando x tiende a 0^+ $\rightarrow \ln(x) \rightarrow -\infty$

- Cuando x tiende a ∞ $\rightarrow \ln(x) \rightarrow \infty$

Nota: Crece lentamente pero va al infinito.

* Cuando x tiende a 0 por la derecha $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$

Nota: se pega al eje y y hacia abajo.

Notables con logaritmos

Cuando te encuentras con indeterminaciones $x \lim$, sigue los siguientes pasos, será aplicar cualquiera de sus propiedades:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

Pasos para resolver

- 1.- Calculamos la indeterminación.
- 2.- Aplicamos a cualquier de sus propiedades en una función continua.
- 3.- Identificamos el valor del límite y lo resolvemos.

Ejemplo

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1} \Rightarrow \frac{\ln(1)}{1-1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} \cdot \frac{\ln(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} \cdot 1 = \frac{1}{1-1} = 1$$

Respuesta: 1



Límites laterales y notables

Límites laterales

Los límites laterales son una herramienta fundamental en el cálculo para entender el comportamiento de una función $f(x)$, cuando la variable x se aproxima a un valor específico, desde una dirección determinada (ya sea por la izquierda o la derecha).

Definición y notación

Para que un límite exista en un punto, debemos analizar que sucede cuando nos acercamos por los dos lados.

Límite por la izquierda

Se denota con un signo ($-$) como un superíndice. Representa el valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x , ligeramente menores de a ($x \rightarrow a^-$)

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

Límite por la derecha

Se denota con un signo ($+$) como un superíndice. Representa el valor que se acerca la función cuando tomamos valores de x , ligeramente mayores de a ($x \rightarrow a^+$)

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Ejemplo

Sea $f(x) = \frac{1}{x}$ y evaluemos los límites laterales en $a = 2$:

- Límite por la izquierda:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

- Límite por la derecha:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Como ambos límites laterales son iguales, el límite general también existe:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

Límites notables

Cuando te encuentras con indeterminaciones $x \lim$, puedes aplicar cualquiera de estos límites notables:

Límites notables:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

Donde $e = 2.71828$ (número de Euler)

Ejemplo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \text{ (Límite notable 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \text{ (Límite notable 2)}$$



Recuerda: Comprender y dominar estos conceptos te permitirá resolver una gran variedad de límites y problemas en cálculo de manera más eficiente y



Sensopercepción

Inducción a la Derivada

¿Qué es una derivada? ♥

La derivada es una herramienta matemática que permite medir la rapidez con la que cambia una función respecto a una variable. Se utiliza para analizar el crecimiento, decrecimiento y comportamiento de una función.

Concepto clave: Razón de cambio ♥

La derivada representa la tasa de cambio instantánea de una función en un punto determinado.

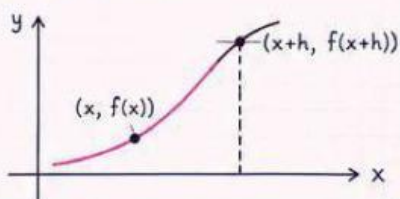
Por ejemplo:

- ♥ Velocidad de un automóvil.
- ♥ Crecimiento de una planta.
- ♥ Cambio de temperatura con el tiempo.



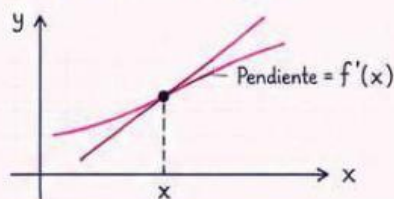
Definición intuitiva ♥

Si una función cambia cuando la variable x cambia, la derivada indica qué tan rápido ocurre ese cambio.



Interpretación geométrica ♥

La derivada de una función en un punto corresponde a la pendiente de la recta tangente a la curva en ese punto.



Notación de la derivada ♥

Se puede representar de varias formas:

- ♥ $f'(x)$
- ♥ $\frac{dy}{dx}$
- ♥ y'

Fórmula de la derivada ♥

La definición formal es:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Esta expresión permite calcular la derivada mediante límites. ♥

Importancia de las derivadas ♥

- ♥ Permiten calcular velocidades instantáneas.
- ♥ Ayudan a encontrar máximos y mínimos.
- ♥ Se utilizan en física, economía, ingeniería y muchas otras áreas.
- ♥ Describen cómo cambian las cantidades en el tiempo.



Pasos para comprender una derivada ♥

- 1 Identificar la función.
- 2 Analizar cómo cambia la variable.
- 3 Aplicar la definición de derivada.
- 4 Simplificar la expresión.
- 5 Interpretar el resultado obtenido.



Ejemplo sencillo ♥

Sea: $f(x) = x^2$

Su derivada es:

$$f'(x) = 2x$$

Esto significa que la pendiente cambia dependiendo del valor de x .

Aplicaciones de las derivadas ♥

- ♥ Movimiento de vehículos.
- ♥ Crecimiento poblacional.
- ♥ Economía y finanzas.
- ♥ Física y ciencias naturales.
- ♥ Ingeniería y tecnología.



Recuerda ♥

- ♥ La derivada mide el cambio instantáneo de una función.
- ♥ Está relacionada con la pendiente de una recta tangente.
- ♥ Se obtiene a partir del concepto de límite.
- ♥ Es una de las herramientas más importantes del cálculo diferencial.