

Bahan Ajar Matematika

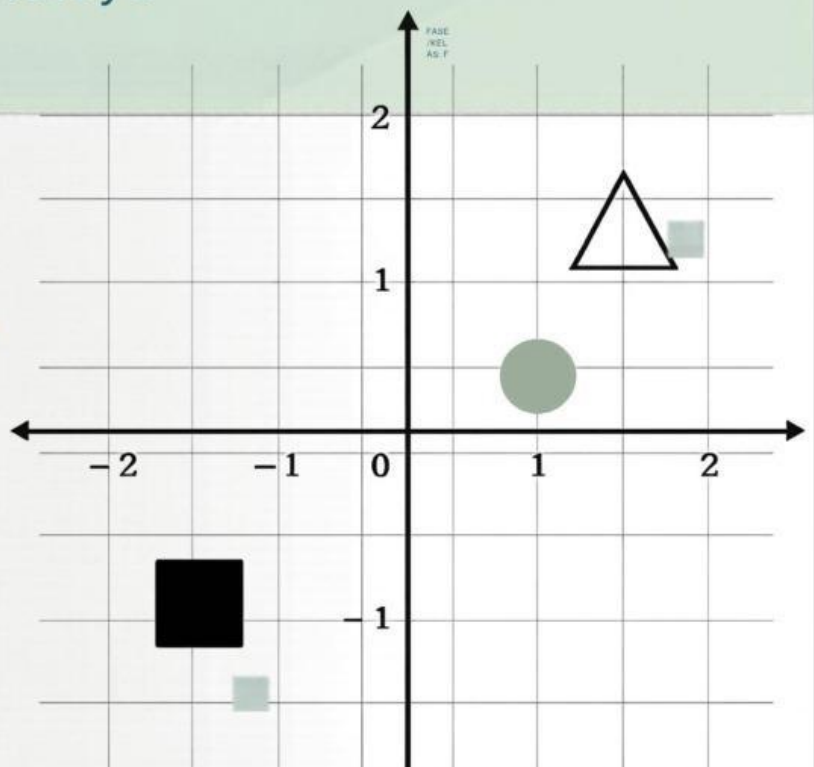
Penyusun: Ryan Wardiana

Sekolah:

SMA Negeri 1 Tasikmalaya

Materi:

Persamaan Lingkaran Pusat $O(0,0)$ dan
Pusat $P(a,b)$



BAHAN AJAR: MENJELAJAHI RADAR LINGKARAN

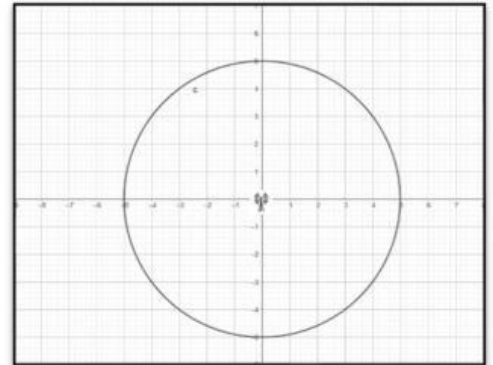
Mata Pelajaran: Matematika Tingkat Lanjut

Topik: Persamaan Lingkaran Pusat $O(0,0)$ dan $P(a,b)$

A. Fase 1: Memahami Masalah (Orientasi)

Bayangkan sebuah menara radar di pusat kota $(0,0)$ dengan jangkauan 5 km .

Jika ada titik $A(x,y)$ tepat di garis jangkauan tersebut, maka jarak titik A ke pusat $(0,0)$ adalah km.



B. Fase 2: Mengonstruksi Konsep (Pusat $O(0,0)$)

Mari kita gunakan bantuan Segitiga Siku-siku dan Teorema Pythagoras.

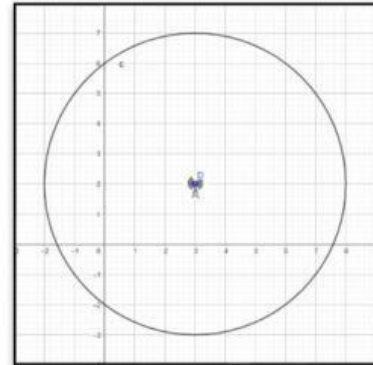
1. Tarik garis dari $(0,0)$ ke titik $A(x,y)$.
 2. Buat garis tegak lurus ke sumbu X .
- Sisi alas segitiga adalah sejauh :
 - Sisi tegak segitiga adalah sejauh :
 - Sisi miring segitiga adalah :

Rumus Pythagoras: $(\dots)^2 + (\dots)^2 = (\dots)^2$

Maka, Persamaan Lingkaran Pusat $O(0,0)$ adalah:

C. Fase 3: Analisis Pergeseran (Pusat $P(a, b)$)

Jika radar dipindah ke titik $P(3,2)$ dengan jangkauan tetap 5 km:



1. Selisih jarak mendatar titik x terhadap pusat a adalah: $(x - \dots)$
2. Selisih jarak vertikal titik y terhadap pusat b adalah: $(y - \dots)$

Konstruksi Rumus:

$$(\text{selisih } x)^2 + (\text{selisih } y)^2 = r^2$$

$$(x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = (\dots)^2$$

Jadi, Persamaan Lingkaran Pusat (a, b) secara umum adalah:

D. Fase 4: Membongkar Bentuk Umum Persamaan Lingkaran

Mari kita jabarkan persamaan lingkaran pusat $P(a, b)$ yang sudah kalian temukan di atas!

Bentuk standar: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Jika dikuadratkan: $(x^2 - 2ax + a^2) + (y^2 - 2by + b^2) = r^2$

Susun ulang agar x^2 dan y^2 berada di depan:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + (a^2 + b^2 - r^2) = 0$$

Misalkan kita mengganti kelompok angka tersebut dengan huruf kapital **A**, **B**, dan **C**:

- $-2a = A$
- $-2b = B$
- $(a^2 + b^2 - r^2) = C$

Maka, kita mendapatkan **Bentuk Umum Persamaan Lingkaran**:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

Menemukan Pusat dan Jari-jari dari Bentuk Umum:

Berdasarkan pemisalan di atas, mari kita balik logikanya untuk mencari titik pusat (a, b) dan jari-jari r :

1. **Mencari Pusat a :** Karena $-2a = A$, maka $a = \dots \times A$

2. **Mencari Pusat b :** Karena $-2b = B$, maka $b = \dots \times B$

Jadi, Titik Pusat = $\left(-\frac{1}{2}A, \dots\right)$

3. **Mencari Jari-jari r :** Karena $C = a^2 + b^2 - r^2$, maka $r^2 = a^2 + b^2 - C$.

Jadi, rumusnya adalah: $r = \sqrt{a^2 + b^2 - \dots}$

Uji Coba Langsung!

Tentukan pusat dan jari-jari dari persamaan $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$!

- Diketahui nilai $A = \dots, B = \dots, C = \dots$
- Pusat $(a, b) = \left(-\frac{1}{2}(\dots), -\frac{1}{2}(\dots)\right) = (\dots, \dots)$
- Jari-jari $r = \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2 - (\dots)} = \sqrt{\dots + \dots + 12} = \sqrt{\dots} = \dots$

E. Fase 5: Latihan Soal (Aplikasi)

1. Tentukan persamaan lingkaran jika diketahui pusat di $(4, -1)$ dan jari-jari 6!
2. Sebuah lingkaran berpusat di $(-2, 3)$ dan melalui titik $(2, 6)$. Hitunglah jari-jarinya lalu tentukan persamaannya!

LKPD

Matematika

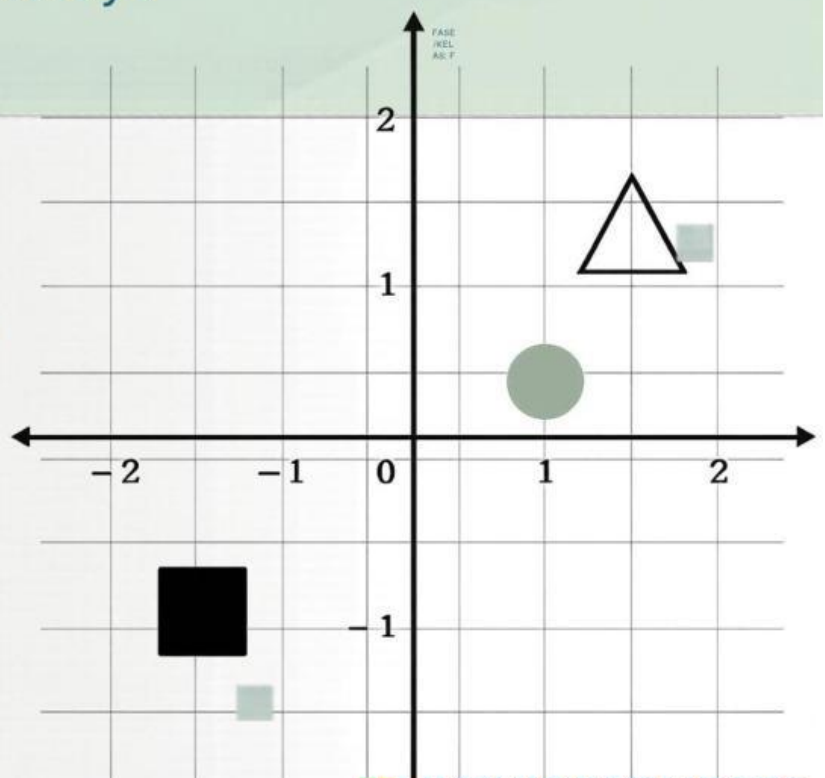
Penyusun: Ryan Wardiana

Sekolah:

SMA Negeri 1 Tasikmalaya

Materi:

Persamaan Lingkaran Pusat $O(0,0)$ dan Pusat $P(a,b)$



Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)

Persamaan Lingkaran Pusat $O(0,0)$ dan Pusat $P(a, b)$

Satuan Pendidikan : SMA NEGERI 1 TASIKMALAYA
Kelas/Fase : XI/F+
Mata Pelajaran : Matematika Tingkat Lanjut
Alokasi Waktu : 2 JP
Hari/Tanggal :

Identitas Kelompok

Kelas :
Kelompok :
Anggota Kelompok :
.....
.....
.....
.....
.....

Petunjuk Pengerjaan:

1. Berdoalah sebelum mengerjakan LKPD
2. Baca dan pahami LKPD secara berurutan
3. Kerjakan setiap permasalahan yang ada kemudian temukan solusi secara berkelompok
4. Tanyakan pada pendidik jika terdapat hal yang kurang dipahami

BAGIAN A: PEMANTAPAN KONSEP DASAR (Pusat O dan P)

Soal 1

Tentukan persamaan lingkaran dari kondisi berikut:

- Berpusat di $O(0,0)$ dan memiliki jari-jari $r = 8$.
- Berpusat di titik $P(3, -4)$ dan memiliki jari-jari $r = 5$.

Jawaban:

Soal 2

Sebuah lingkaran memiliki titik pusat di $P(-2, 1)$ dan garis melingkarnya tepat melewati titik $A(2, 4)$.

Tantangan: Hitunglah jari-jarinya terlebih dahulu menggunakan rumus Pythagoras (jarak dua titik), kemudian tentukan persamaan lingkarannya!

Jawaban:

BAGIAN B: MEMBONGKAR BENTUK UMUM

Soal 3

Diketahui bentuk umum persamaan lingkaran adalah $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$.

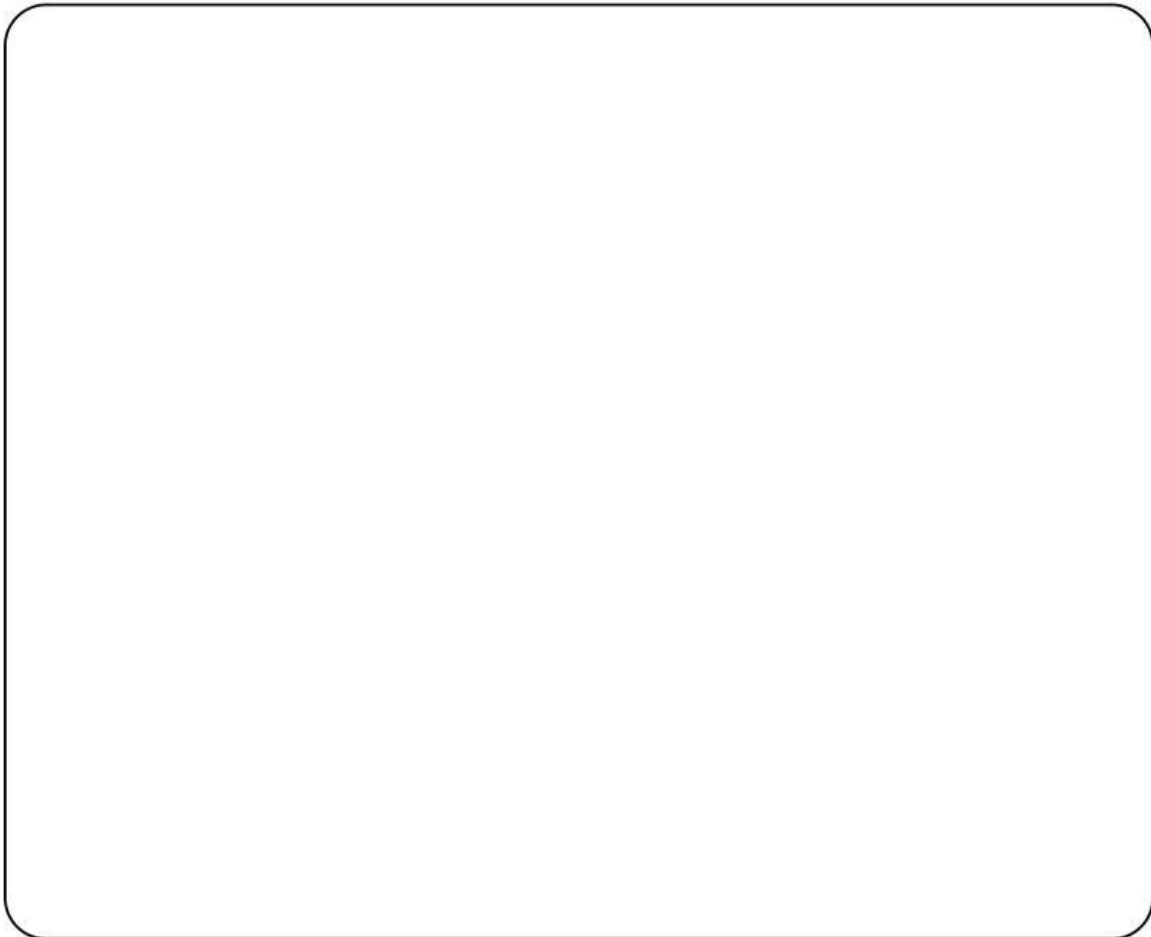
Berdasarkan rumus penentuan pusat $(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B)$ dan jari-jari $r = \sqrt{a^2 + b^2 - C}$,

tentukan **titik pusat** dan **panjang jari-jari** dari persamaan lingkaran berikut:

a. $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 11 = 0$

b. $x^2 + y^2 + 10x - 4y + 20 = 0$

Jawaban:



BAGIAN C: TANTANGAN ANALISIS KONTEKSTUAL (APLIKASI)

Soal 4 (Misi Radar Kapal)

Sebuah kapal pesiar memiliki radar pemantau dengan jangkauan maksimum 15 km . Posisi kapal pesiar tersebut saat ini berada pada koordinat $(5, -2)$ dalam peta navigasi.

- Susunlah model matematika (persamaan lingkaran) dari batas jangkauan radar kapal pesiar tersebut!
- Jika terdapat kapal nelayan yang sedang berlabuh di koordinat $(14, 10)$, selidikilah menggunakan perhitungan matematis: apakah kapal nelayan tersebut masuk ke dalam pantauan radar kapal pesiar?

Jawaban:

