

Ученик: _____ Дата: _____

1.

Решите задачу по шагам:

Мастерская изготавливает детали для станков. Количество производимых деталей в день N зависит от настройки оборудования и описывается уравнением $0,5x^2 - 18 = 0$, где x — параметр настройки. Найдите все возможные значения параметра x , при которых мастерская может работать.

Решение:

Ответ:

2.

Реши квадратное уравнение, используя формулу дискриминанта и корней уравнения:

$$D = b^2 - 4ac, x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

D — дискриминант, a, b, c — коэффициенты уравнения вида $ax^2 + bx + c = 0$, x — корни уравнения

Найдите корни квадратного уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Решение:

3.

Реши приведенные квадратные уравнения, используя теорему Виета. Найди сумму и произведение корней, а затем определи сами корни:

1. $x^2 - 7x + 10 = 0$ _____
2. $x^2 + 5x - 6 = 0$ _____
3. $x^2 - 9x + 20 = 0$ _____
4. $x^2 + 2x - 8 = 0$ _____

4.

Вставьте пропущенные термины в описание алгоритма решения дробно-рациональных уравнений. Слова: 'знаменатель', 'ОДЗ', 'корни', 'посторонние'

Для решения дробно-рационального уравнения необходимо сначала найти

, приравняв к нулю и исключив эти значения. Затем уравнение приводится к целому виду, решается, и полученные проверяются на соответствие области допустимых значений. Если найденное значение обращает знаменатель в ноль, оно считается и исключается из ответа.

5.

Решите задачу по шагам:

При проектировании парковой зоны архитектор рассчитал, что площадь прямоугольной клумбы должна удовлетворять уравнению $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$, где x — некоторая линейная характеристика клумбы в метрах. Найдите все возможные положительные значения x .

Решение:

Ответ:

6.

Рассмотри график, на котором изображены функции $y = f(x)$ и $y = g(x)$, и ответь на вопросы, используя метод приравнивания правых частей уравнений.

1. Найдите абсциссу точки пересечения графиков, решив уравнение $0.5x + 2 = -x + 5$.

2. Определите ординату точки пересечения, подставив найденное значение x в любую из функций.

3. На сколько значение функции $f(x)$ больше значения функции $g(x)$ при $x = 4$?

7.

Реши задачу:

Два мастера, работая вместе, могут выполнить заказ за 4 часа. Первый мастер может выполнить этот же заказ один за 6 часов. За сколько часов может выполнить этот заказ второй мастер, работая в одиночку?

Решение:

Ответ:

8.

Прочитайте информацию и ответьте на вопросы:

Рассмотрим квадратное уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где a не равно нулю. Количество корней уравнения определяется значением дискриминанта $D = b^2 - 4ac$. Если $D > 0$, уравнение имеет два различных действительных корня. Если $D = 0$, уравнение имеет один корень, а если $D < 0$, действительных корней нет. При анализе уравнений с параметром необходимо исследовать, как изменение коэффициентов влияет на знак дискриминанта.

Вопросы:

1. При каком условии дискриминанта уравнение $x^2 + 4x + a = 0$ будет иметь ровно один корень?

2. Сколько корней будет иметь уравнение $x^2 - 2x + 5 = 0$ и почему?

9.

Прочитайте ситуацию и предложите математическое обоснование для принятия решения:

Вы проектируете автоматическую систему управления для дрона, где траектория движения по вертикали описывается уравнением $x^2 - 4x + a = 0$. Параметр a в данном уравнении отвечает за высоту полета, которая зависит от настройки датчиков. Чтобы дрон не столкнулся с препятствием, система должна иметь хотя бы одно решение для переменной x , иначе дрон не сможет зафиксировать высоту и выйдет из строя. Вам необходимо определить, при каких значениях параметра a система будет работать корректно.

10.

Решите задачу по шагам:

Найдите все корни уравнения $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$, используя метод группировки.

Решение:

Ответ:

Ответы и решения

1. Перенесем свободный член в правую часть уравнения:
 $0,5x^2 = 18$, Разделим обе части уравнения на коэффициент при x^2 : $x^2 = 18/0,5$, откуда $x^2 = 36$,
Извлечем квадратный корень из обеих частей уравнения:
 $x = \pm \sqrt{36}$, Вычислим значения: $x_1 = 6$,
 $x_2 = -6$, 6 и -6
2. Дано: $a = 1$, $b = -5$, $c = 6$. Находим дискриминант: $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$. Находим корни: $x = (5 \pm 1) / 2$. $x_1 = 6 / 2 = 3$, $x_2 = 4 / 2 = 2$. Ответ: $x_1 = 3$, $x_2 = 2$.
3. $x_1 = 2$, $x_2 = 5$, $x_1 = -6$, $x_2 = 1$, $x_1 = 4$, $x_2 = 5$, $x_1 = -4$, $x_2 = 2$
4. ОДЗ, знаменатель, корни, посторонние
5. Введем новую переменную $t = x^2$, при этом $t \geq 0$.
Уравнение принимает вид $t^2 - 13t + 36 = 0$, Решим квадратное уравнение через дискриминант:
 $D = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 169 - 144 = 25$,
Найдем корни для t : $t_1 = \frac{13+5}{2} = 9$ и
 $t_2 = \frac{13-5}{2} = 4$, Вернемся к переменной x :
 $x^2 = 9$ и $x^2 = 4$, Находим значения x : $x = 3$ или $x = -3$ (отрицательное значение не подходит по условию задачи) и $x = 2$ или $x = -2$ (отрицательное значение не подходит), 2 метра и 3 метра
6. $x = 2$; $y = 3$; На 3 (так как $f(4) = 4$, а $g(4) = 1$)
7. 1) $\frac{1}{6} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4}$ (составление уравнения, где x — время второго мастера) 2) $\frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3-2}{12} = \frac{1}{12}$
(вычисление производительности второго мастера) 3) $x = 12$ (нахождение времени) Ответ: 12 часов
8. При $D = 0$, что соответствует $16 - 4a = 0$, значит $a = 4$. Уравнение имеет 0 корней, так как дискриминант $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 4 - 20 = -16$, что меньше нуля.
9. 1. Уравнение имеет хотя бы один корень, если дискриминант $D \geq 0$. В данном случае решение существует при $a \leq 4$. 2. Я использовал формулу дискриминанта $D = b^2 - 4ac$. Подставив коэффициенты $b = -4$ и $c = a$, получил $D = 16 - 4a$. Условие $16 - 4a \geq 0$ приводит к неравенству $4a \leq 16$, откуда следует $a \leq 4$. Если $a > 4$, дискриминант становится отрицательным, и действительных корней не существует, что приведет к сбою в работе системы.
10. Сгруппируем слагаемые: $(x^3 - 3x^2) - (4x - 12) = 0$,
Вынесем общие множители за скобки:
 $x^2(x - 3) - 4(x - 3) = 0$, Вынесем общий множитель $(x - 3)$: $(x - 3)(x^2 - 4) = 0$, Разложим вторую скобку как разность квадратов: $(x - 3)(x - 2)(x + 2) = 0$,
Приравняем каждый множитель к нулю: $x - 3 = 0$, $x - 2 = 0$, $x + 2 = 0$, Корни уравнения:
 $x_1 = 3$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$, 3, 2, -2