



## A. Kaidah Pencacahan

### Petunjuk Pembelajaran

- Pahami dan catat kembali materi pada modul intreraktif ini.
- Lengkapi kotak  yang tersedia pada contoh soal dengan menggunakan bilangan bulat atau variabel atau operasi keduanya.

Contoh:

- Setelah selesai klik **Finish** kemudian **Email my answer to my teacher**.

### 3. Permutasi

**Permutasi** adalah banyaknya susunan (**cara pengurutan**) dari semua atau sebagian unsur dari suatu himpunan dengan  $n$  unsur berlainan.

Misal huruf A, B, C disusun menjadi ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA, maka banyak susunan yang terbentuk itu disebut sebagai permutasi.

Notasi:  ${}_n P_r$  atau  $P_{(n,r)}$  atau  $P_r^n$

Dibaca Permutasi  $r$  unsur dari  $n$  unsur

#### a. Permutasi $n$ Unsur Berbeda

Permutasi yang melibatkan seluruh unsur dalam himpunan.

$${}_n P_n = n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

Contoh 1:

Dibaca Permutasi  $n$  unsur

Tentukan banyak cara menyusun huruf-huruf P, A, D, I.

Alternatif Penyelesaian:

Disediakan huruf P, A, D, dan I, maka  $n = 4$ .

Banyak cara penyusunan huruf P, A, D, I adalah:

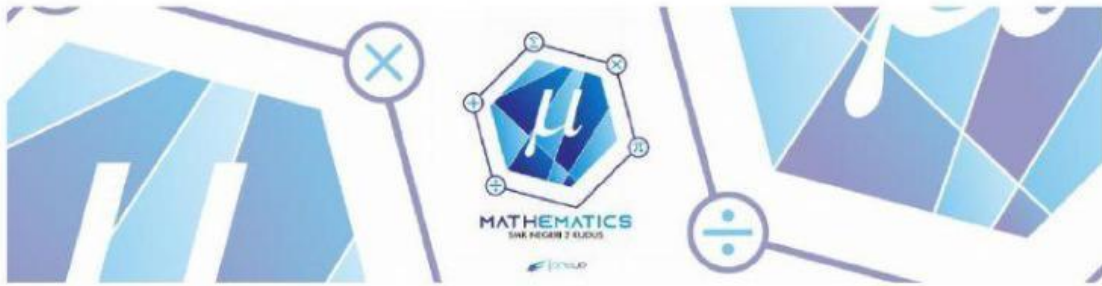
$${}_4 P_4 = \text{[ ]}! = 4 \cdot \text{[ ]} \cdot \text{[ ]} \cdot 1 = \text{[ ]}$$

$\therefore$  Banyak cara penyusunan huruf P, A, D, dan I adalah  cara.

#### b. Permutasi $r$ Unsur dari $n$ Unsur Berbeda

Permutasi yang melibatkan sebagian unsur (anggota) dari himpunan.

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}, r \leq n$$



Contoh 2:

Tentukan banyak bilangan tiga angka tanpa angka kembar yang dapat dibentuk dari angka-angka 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Alternatif Penyelesaian:

Masalah di atas adalah masalah permutasi 3 unsur dari 6 unsur.

$$n = \square$$

$$r = 3$$

$$1$$

$${}_6P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{\square!} = \frac{6 \cdot \square \cdot \square \cdot \square!}{\square!} = \square \cdot \square \cdot \square = \square$$

∴ Banyak bilangan tiga angka tanpa angka kembar yang dapat dibentuk adalah  $\square$  bilangan.

**c. Permutasi yang Memuat Unsur yang Sama**

Pada permutasi sebelumnya,  $n$  unsur yang tersedia adalah unsur yang berbeda. Pada bagian ini akan dibahas jika dalam  $n$  unsur terdapat unsur yang sama. Banyaknya permutasi  $n$  unsur yang memuat  $k_1$  unsur yang sama,  $k_2$  unsur yang sama,  $k_3$  unsur yang sama, dan seterusnya hingga  $k_n$  unsur yang sama, dengan  $k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n = n$ .

$${}_n P_{(k_1, k_2, k_3, \dots, k_n)} = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot k_3! \cdot \dots \cdot k_n!}$$

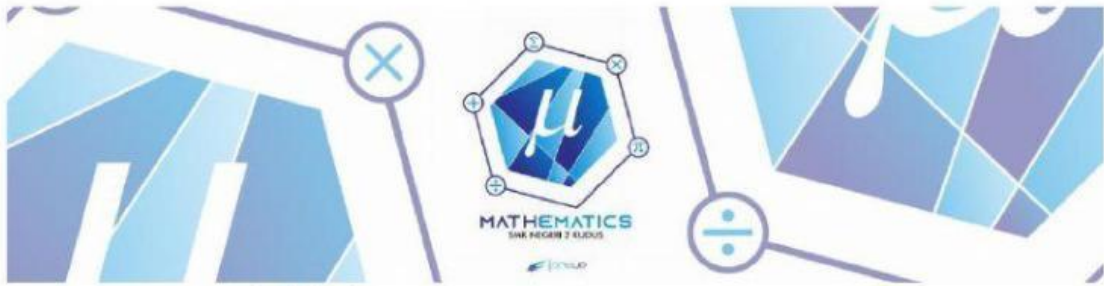
Contoh 3:

Berapa banyak kata yang dapat disusun dengan semua huruf pada kata “ADA”?

Alternatif Penyelesaian:

Jika digunakan rumus permutasi  $n$  unsur dengan  $n = 3$ , maka diperoleh hasil perhitungan  ${}_3P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  kata. Padahal kata yang dibentuk adalah ADA, AAD, dan DAA (hanya 3 kata).

Hal ini disebabkan karena ada huruf yang sama yaitu huruf A. Sehingga, bila dalam  $n$  unsur tersebut terdapat unsur yang sama, maka rumus permutasi yang digunakan adalah:



$${}^3P_{(2)} = \frac{3!}{2!} = \frac{3 \cdot \square \cdot \square}{\square \cdot 1} = \square$$

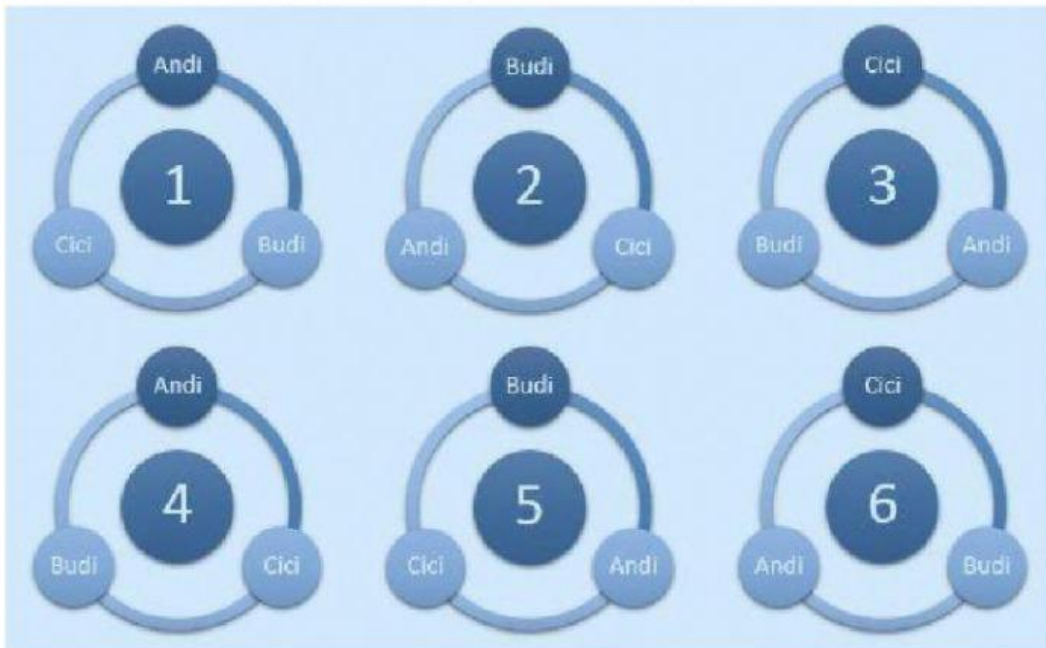
∴ Banyak kata yang dapat disusun dengan semua huruf pada kata “ADA” adalah  kata.

#### d. Permutasi Siklis

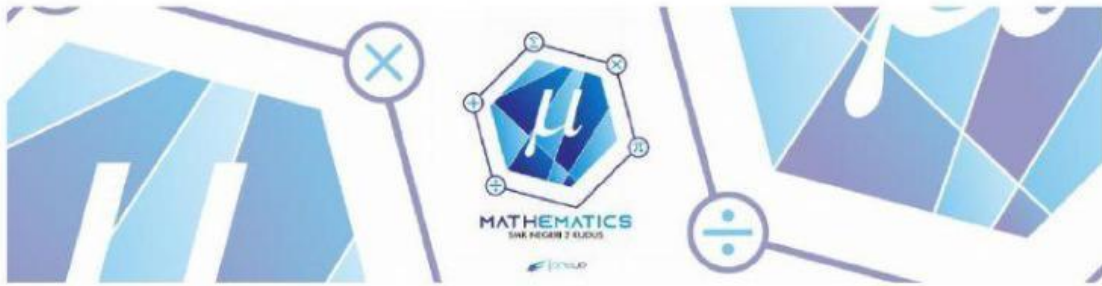
Permutasi siklis dari  $n$  unsur yang berbeda memperhitungkan tempat kedudukan unsur di lingkaran terhadap unsur lainnya sebab  $n$  unsur tersebut ditempatkan secara melingkar.

$${}_n P_{(\text{siklis})} = (n - 1)!$$

Misal Andi, Budi, dan Cici duduk mengelilingi sebuah meja. Perhatikan ilustrasi berikut:



Dari ilustrasi di atas, tampak banyak susunan yang dapat dibentuk berjumlah 6 susunan. Namun jika diperhatikan kembali maka ilustrasi nomor 1, 2, dan 3 adalah susunan yang sama, begitu pula ilustrasi nomor 4, 5, dan 6. Sehingga banyak susunan yang dapat dibentuk adalah **2 susunan**.



Contoh 4:

Dalam rapat pengurus OSIS, terdapat 8 orang peserta yang akan menempati 8 kursi yang mengelilingi sebuah meja. Berapa banyak susunan yang mungkin terjadi?

Alternatif Penyelesaian:

Terdapat 8 orang peserta yang akan menempati 8 kursi yang mengelilingi sebuah meja.

$$n = 8$$

$${}_8P_{(\text{siklis})} = (8 - 1)! = 7! = \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square \cdot 1 = \square$$

∴ banyak susunan yang mungkin terjadi adalah  $\square$  cara.

**e. Permutasi Berulang**

Permutasi yang unsur penyusunnya dapat digunakan secara berulang.

$$P_{(\text{berulang})} = n^r$$

Contoh 5:

Dari angka 1, 3, 5, 7, 9, berapa banyak bilangan 3 angka yang dapat dibentuk, jika boleh ada angka yang berulang?

Alternatif Penyelesaian:

Dari 5 angka akan dibentuk bilangan 3 angka dan boleh ada angka kembar.

$$n = \square$$

$$r = \square$$

$$P_{(\text{berulang})} = n^r = \square^{\square} = \square$$

∴ banyak banyak bilangan 3 angka yang dapat dibentuk adalah  $\square$  bilangan.