

34 Усечённая пирамида Возьмём произвольную пирамиду $PA_1A_2 \dots A_n$ и проведём секущую плоскость β , параллельную плоскости α основания пирамиды и пересекающую боковые рёбра в точках B_1, B_2, \dots, B_n (рис. 83). Плоскость β разбивает пирамиду на два многогранника. Многогранник, гранями которого являются n -угольники $A_1A_2 \dots A_n$ и $B_1B_2 \dots B_n$ (нижнее и верхнее основания), расположенные в параллельных плоскостях, и n четырёхугольников $A_1A_2B_2B_1, A_2A_3B_3B_2, \dots, A_nA_1B_1B_n$ (боковые грани), называется усечённой пирамидой. Отрезки $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$ называются боковыми рёбрами усечённой пирамиды. Усечённую пирамиду с основаниями $A_1A_2 \dots A_n$ и $B_1B_2 \dots B_n$ обозначают так: $A_1A_2 \dots A_nB_1B_2 \dots B_n.L$

Усечённая пирамида

Возьмём произвольную пирамиду $PA_1A_2 \dots A_n$ и проведём секущую плоскость β , параллельную плоскости α основания пирамиды и пересекающую боковые рёбра в точках B_1, B_2, \dots, B_n (рис. 83). Плоскость β разбивает пирамиду на два многогранника. Многогранник, гранями которого являются n -угольники $A_1A_2 \dots A_n$ и $B_1B_2 \dots B_n$ (нижнее и верхнее основания), расположенные в параллельных плоскостях, и n четырёхугольников $A_1A_2B_2B_1, A_2A_3B_3B_2, \dots, A_nA_1B_1B_n$ (боковые грани), называется усечённой пирамидой. Отрезки $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$ называются боковыми рёбрами усечённой пирамиды. Усечённую пирамиду с основаниями $A_1A_2 \dots A_n$ и $B_1B_2 \dots B_n$ обозначают так: $A_1A_2 \dots A_nB_1B_2 \dots B_n.L$

74

Перпендикуляр, проведённый из любой вершины верхнего основания в плоскости другого основания, называется высотой усечённой пирамиды. На рисунке 83 отрезок PH является высотой усечённой пирамиды.

Докажем, что боковые грани усечённой пирамиды — трапеции. Рассмотрим, например, боковую грань $A_1A_2B_2B_1$ (см. рис. 83). Стороны A_1A_2 и B_1B_2 параллельны, поскольку принадлежат одной плоскости, но которая параллельна к параллельным плоскостям α и β . Два другие стороны A_1B_1 и A_2B_2 этой грани не параллельны — их продолжения пересекаются в точке P . Поэтому данная грань — трапеция. Аналогично можно доказать, что и остальные боковые грани — трапеции.

Усечённая пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию. Основание правильной усечённой пирамиды — правильный n -угольник, а боковые грани — равнобедренные трапеции (докажите это). Высота этой трапеции называется апофемой. Площадь боковой поверхности усечённой пирамиды вычисляется суммой площадей её боковых граней.

Рис. 83