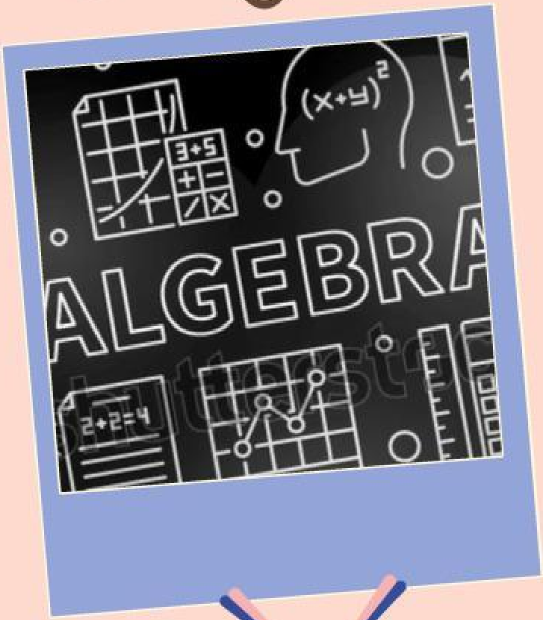

LEMBAR KERJA MAHASISWA

IDEAL

SUB CPMK0622

Mampu membuktikan suatu ideal dari ring dengan menggunakan pemikiran logis, kritis dan sistematis

INDIKATOR

Mahasiswa mampu menggunakan pemikiran logis dan sistematis dalam:

1. Menjelaskan definisi ideal
2. Membuat contoh ideal suatu ring
3. Membuktikan suatu ideal
4. Menyelesaikan masalah ideal

PETUNJUK PENGERJAAN

1. Bacalah materi dan simaklah video pembelajaran sebelum menyelesaikan tugas
2. Selesaikan tugas dengan baik sesuai dengan langkah kegiatan yang diberikan
3. Gunakan sumber pembelajaran lain yang dapat membantu kalian memahami konsep yang dipelajari
4. Waktu pengerjaan 90 menit

NAMA /NIM :

....

....

....

....

....

MATERI

Pada pertemuan sebelumnya kalian sudah mempelajari tentang Subring, yaitu suatu subset tidak kosong dari suatu ring, yang juga membentuk ring dengan operasi yang sama dengan ring tersebut. Selanjutnya kalian akan mempelajari konsep Ideal

PERHATIKAN VIDEO PEMBELAJARAN BERIKUT!

PELAJARILAH MATERI PEMBELAJARAN BERIKUT!

Setelah mempelajari materi di atas, selesaikan permasalahan-permasalahan berikut!

Jelaskan kembali definisi dari Ideal sesuai dengan pemahaman kalian

Pilih dan letakkan syarat-syarat S Ideal dari ring R pada kotak sebelah kiri, kemudian jelaskan maknanya

$S \subseteq R$

$S \neq \emptyset$

$xy = yx, \forall x, y \in S$

$x - y \in S, \ \forall x, y \in S$

$xy \in S, \forall x, y \in S$

$(xy)z = x(yz), \forall x, y \in S$

$\forall x \in S, r \in R \Rightarrow xr, rx \in S$

Penjelasan →

Petunjuk

Perhatikan setiap himpunan di bawah ini dengan baik. Tarik garis untuk menghubungkan ideal di sebelah kiri dengan ring di sebelah kanan yang sesuai

$$nZ = \{nx \mid x \in Z\}$$
$$Z_n = \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$$

6Z	R
{0,3,6,9,12}	Z_{18}
$Q(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in Q\}$	Z_{15}
{0, 6 ,12}	2Z
R	Q

1. Tuliskan semua Ideal dari Z_{21}
2. Buatlah contoh ideal dari 2Z

Pembuktian Ideal

Buktikan 2Z ideal dari Z!

Diketahui: $2Z =$ ……………………………..
Z himpunan semua bilangan bulat
Akan dibuktikan: $2Z$ ideal dari Z
Akan ditunjukkan : 1. $2Z \subseteq Z$
2. $2Z \neq \emptyset$
3. $\forall x, y \in 2Z, \dots\dots.. \in 2Z$
4. $\forall x, y \in 2Z, xy \in 2Z$
5. $\forall x \in 2Z, r \in Z, \dots\dots.. \in 2Z$

Bukti:

1. Ambil sebarang $x \in 2Z$, misalkan $x = \cdots$
   Karena $2, n \in Z$ maka … … …
   Jadi $2Z \subseteq Z$
2. Ambil …$\in Z$
   Karena … $= 2 \times$ … $\in \cdots$
   Jadi $2Z \neq \emptyset$
3. Ambil sebarang $x, y \in 2Z$, misalkan $x = \cdots$ dan $y = \cdots$ dengan … $\in Z$
   … … … $= \cdots - \cdots = 2(\ \dots\dots.)$
   karena … $\in Z$maka (…) $\in Z$
   Jadi … $\in 2Z$
4. Ambil sebarang $x, y \in 2Z$, misalkan $x = \cdots$ dan $y = \cdots$ dengan … $\in Z$
   … $\times$ … $= \cdots \times$ … $= 2(\ \dots\dots.)$
   karena … $\in Z$maka (…) $\in Z$
   Jadi … $\in 2Z$
5. Ambil sebarang $r \in Z, x \in 2Z$, misalkan $x = \cdots$ dengan … $\in Z$
   … $= \cdots \times$ … $= 2(\ \dots\dots.)$
   … $= \cdots \times$ … $= 2(\ \dots\dots.)$
   karena … $\in Z$maka (…) $\in Z$
   Jadi … $\in 2Z$
   Terbukti bahwa 2Z ideal dari Z

Pembuktian Ideal

Buktikan 3Z ideal dari Z!

Diketahui: $3Z = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
Z himpunan semua bilangan bulat
Akan dibuktikan: $3Z$ ideal dari Z
Akan ditunjukkan : 1. $3Z \subseteq Z$
2. $3Z \neq \emptyset$
3. $\forall x, y \in 3Z, \ldots\ldots.. \in 3Z$
4. $\forall x, y \in 3Z, xy \in 3Z$
5. $\forall x \in 3Z, r \in Z, \ldots\ldots.. \in 3Z$

Bukti:

1. Ambil sebarang $x \in 3Z$, misalkan $x = \cdots$
   Karena $3, n \in Z$ maka $\ldots\ldots\ldots$
   Jadi $3Z \subseteq Z$
2. Ambil $\ldots \in Z$
   Karena $\ldots = 3 \times \ldots \in \cdots$
   Jadi $3Z \neq \emptyset$
3. Ambil sebarang $x, y \in 3Z$, misalkan $x = \cdots$ dan $y = \cdots$ dengan $\ldots \in Z$
   $\ldots\ldots\ldots = \cdots - \cdots = 3(\ldots\ldots.)$
   karena $\ldots \in Z$maka $(\ldots) \in Z$
   Jadi $\ldots \in 3Z$
4. Ambil sebarang $x, y \in 3Z$, misalkan $x = \cdots$ dan $y = \cdots$ dengan $\ldots \in Z$
   $\ldots \times \ldots = \cdots \times \ldots = 3(\ldots\ldots.)$
   karena $\ldots \in Z$maka $(\ldots) \in Z$
   Jadi $\ldots \in 3Z$
5. Ambil sebarang $r \in Z, x \in 3Z$, misalkan $x = \cdots$ dengan $\ldots \in Z$
   $\ldots = \cdots \times \ldots = 3(\ldots\ldots.)$
   $\ldots = \cdots \times \ldots = 3(\ldots\ldots.)$
   karena $\ldots \in Z$maka $(\ldots) \in Z$
   Jadi $\ldots \in 3Z$
   Terbukti bahwa 3Z ideal dari Z

Generalisasi

Berdasarkan hasil dari dua pembuktian di atas, tuliskan simpulan apa yang kalian dapatkan terkait ideal dari Z!

ALASAN

Jelaskan alasan dari simpulan kalian di atas!