

Lembar Kerja Peserta Didik

1 LKPD 2 Matematika

Sistem Persamaan Linear
(SPLDV & SPLTV)



Nama : _____

Kelas : _____

SPLDV

(Sistem Persamaan Linear Dua Variabel)

SPLDV adalah suatu sistem persamaan yang terdiri dari dua persamaan linear yang memuat dua variabel dan berbentuk $\begin{cases} ax + by = c \\ x + qy = r \end{cases}$ dengan $a, b, c, p, q, r \in \mathbb{R}$ dan $a, b, p, q \neq 0$

Contoh:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p + q = 8 \\ 2p + 2q = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a - 2b = 7 \\ 9a - 6b = 21 \end{cases}$$

- Cara untuk menyelesaikan SPLDV:
- Cara eliminasi
- Cara substitusi
- Cara gabungan eliminasi – substitusi

Contoh

Selesaikan persamaan $\begin{cases} 6x - y = 14 \\ 3x + 4y = -2 \end{cases}$

Penyelesaian

❖ Cara eliminasi

$$\begin{cases} 6x - y = 14 & \dots\dots\dots (1) \\ 3x + 4y = -2 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Dengan mengeliminasi y pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{rcl} \begin{cases} 6x - y = 14 & \dots\dots\dots |\times 2| \rightarrow 24x - 4y = 56 \\ 3x + 4y = -2 & \dots\dots\dots |\times 1| \rightarrow 3x + 4y = -2 \end{cases} & + & \\ \hline & & 27x = 54 \\ & & x = 2 \end{array}$$



Dengan mengeliminasi x pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{rcl} \left\{ \begin{array}{l} 6x - y = 14 \quad \dots\dots\dots | \times 1 | \rightarrow 6x - y = 14 \\ 3x + 4y = -2 \quad \dots\dots\dots | \times 2 | \rightarrow 6x + 8y = -4 \end{array} \right. & - & \\ & & \hline & & -9y = 18 \\ & & y = -2 \end{array}$$

Jadi, penyelesaiannya adalah $(2, -2)$

❖ **Cara substitusi**

$$\begin{cases} 6x - y = 14 & \dots\dots\dots (1) \\ 3x + 4y = -2 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Dari persamaan (1) diperoleh:

$$6x - y = 14$$

$$y = 6x - 14$$

Persamaan (1) disubstitusikan pada persamaan (2), diperoleh:

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= -2 \\ 3x + 4(6x - 14) &= -2 \\ 3x + 24x - 56 &= -2 \\ 27x - 56 &= -2 \\ 27x &= -2 + 56 \\ 27x &= 54 \\ x &= \frac{54}{27} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Substitusi nilai $x = 2$ pada persamaan y

$$y = 6(2) - 14$$

$$y = 12 - 14$$

$$y = -2$$

Jadi penyelesaiannya adalah $(2, -2)$

❖ **Cara gabungan eliminasi - substitusi**

$$\begin{cases} 6x - y = 14 & \dots\dots\dots (1) \\ 3x + 4y = -2 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Dengan mengeliminasi y pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{rcl} 6x - y = 14 & \dots\dots\dots | \times 4 | \rightarrow 24x - 4y = 56 \\ 3x + 4y = -2 & \dots\dots\dots | \times 1 | \rightarrow 3x + 4y = -2 & + \\ \hline & & 27x = 54 \rightarrow x = 2 \end{array}$$

$x = 2$ disubstitusikan pada persamaan (2), diperoleh:

$$\begin{aligned}3x + 4y &= -2 \\3(2) + 4y &= -2 \\6 + 4y &= -2 \\4y &= -2 - 6 \\4y &= -8 \\y &= \frac{-8}{4} \\y &= -2\end{aligned}$$

Jadi penyelesaiannya adalah $(2, -2)$

➤ Penerapan SLDV

Contoh:

Empat tahun yang lalu umur Andi $\frac{1}{2}$ umur Rudi. Empat tahun yang akan datang umur Andi $\frac{3}{4}$ umur Rudi

- Tentukan model matematika dari masalah tersebut
- Berapa umur rudi sekarang

Penyelesaian:

a) Model matematika dari masalah tersebut , sebagi berikut:

Misal:

x = Umur Andi sekarang

y = Umur Rudi sekarang

$$\begin{cases} y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4) & \dots \dots \dots (1) \\ y + 4 = \frac{3}{4}(x + 4) & \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

b) Umur Rudi sekarang

Dari persamaan (1) diperoleh

$$y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y - 4 = \frac{1}{2} \dots - \dots$$

$$y = \frac{1}{2} \dots - \dots + \dots$$

$$y = \frac{1}{2} \dots + \dots$$





$$\frac{\dots}{\dots}x - \frac{\dots}{\dots}x = \dots - \dots$$

$$-\frac{1}{4}x = -\dots$$

$$x = -\dots(-\dots)$$

$$x = \dots$$

✓ SOAL

1. Selesaikan sistem persamaan $\begin{cases} 7x - y = -1 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$ dengan menggunakan cara eliminasi
2. Tentukan himpunan penyelesaian dari $\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$ dengan menggunakan cara substitusi
3. Tentukan nilai $2p - q$ dari $\begin{cases} p + 3q = -3 \\ 2p - q = 15 \end{cases}$ dengan menggunakan cara gabungan eliminasi - substitusi

Penyelesaian:

$$\begin{cases} p + 3q = -3 & \dots \dots \dots (1) \\ 2p - q = 15 & \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

Dengan mengeliminasi y pada persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{rcl} p + 3q = -3 & \dots \dots \dots | \times 1 | \rightarrow \dots + \dots = -3 \\ 2p - q = 15 & \dots \dots \dots | \times \dots | \rightarrow \dots - 3q = \dots \\ \hline & & \dots p = \dots \rightarrow p = \dots \end{array}$$

Substitusi $p = 6$ pada persamaan (1)

$$\dots + \dots q = \dots$$

$$\dots + \dots q = -3$$

$$\dots q = \dots$$

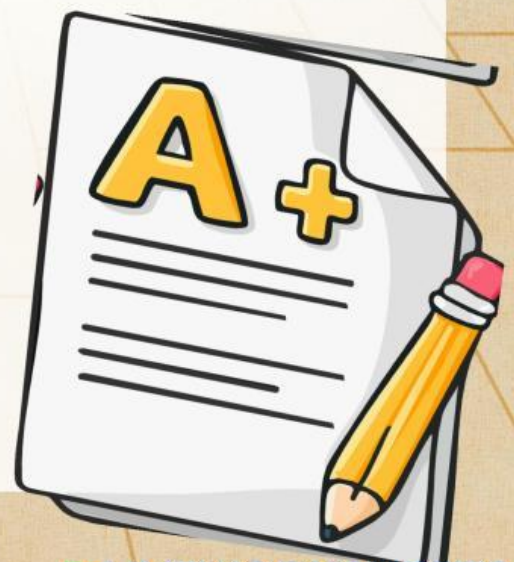
$$q = \dots$$

Jadi, nilai dari $2p - q = 2(\dots) - (\dots) = \dots + \dots = \dots$

4. Hitunglah nilai $(x + y)(x - y)$ dari sistem persamaan $\begin{cases} \frac{x-y}{3} = \frac{y-1}{4} \\ \frac{4x-5y}{7} = x - 7 \end{cases}$

5. Sebuah pabrik memproduksi dua jenis barang, yaitu barang A dan barang B. Dalam satu hari, total produksi kedua barang tersebut adalah 120 unit. Biaya produksi untuk satu unit barang A adalah Rp5.000 dan barang B adalah Rp8.000. Jika total biaya produksi dalam satu hari adalah Rp780.000, tentukan:

- a) Banyak barang A yang diproduksi
- b) Banyak barang B yang diproduksi
- c) Selesaikan menggunakan substitusi !



SPLTV

(Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel)

SPLTV adalah suatu sistem persamaan yang terdiri dari tiga persamaan linear yang memuat tiga variabel dan mempunyai bentuk umum

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Contoh:

$$a) \begin{cases} x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x+y+z+7}{x+y} = 2 \\ \frac{x+y+z-1}{y} = 3 \\ \frac{y+z+9}{x-1} = 4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Cara yang digunakan untuk menyelesaikan SPLTV:

❖ Cara substitusi

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari
$$\begin{cases} x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$$

Penyelesaian:

$$\begin{cases} x - y + 2z = -5 \dots\dots\dots (1) \\ 2x + y + z = -1 \dots\dots\dots (2) \\ x + y - z = 3 \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$



Dari persamaan (2), diperoleh

$$2x + y + z = -1 \rightarrow z = -2x - y - 1$$

Persamaan (2) disubstitusikan ke persamaan (1), diperoleh

$$x - y + 2z = -5$$

$$x - y + 2(-\dots - \dots - \dots) = -5$$

$$x - y - \dots - \dots - \dots = -5$$

$$-\dots x - \dots y - \dots = -5$$

$$-\dots x - \dots y = -5 + \dots$$

$$-3x - 3y = -\dots$$

$$-\dots - \dots = -\dots$$

$$-\dots = -\dots + x$$

$$\dots = \dots - \dots \quad \dots (4)$$

Persamaan (2) disubstitusikan ke persamaan (3), diperoleh

$$\dots + \dots - \dots = 3$$

$$x + y - (-\dots - \dots - \dots) = 3$$

$$x + y + \dots + \dots + \dots = 3$$

$$\dots x + \dots y + 1 = 3$$

$$\dots x + \dots y = \dots - \dots$$

$$\dots x + \dots y = \dots \quad \dots (5)$$

Persamaan (4) disubstitusikan ke persamaan (5), diperoleh

$$\dots x + 2y = \dots$$

$$\dots x + 2(\dots - \dots) = \dots$$

$$\dots x + 2 - \dots x = 2$$

$$\dots + \dots = 2$$

$$\dots = \dots - \dots$$

$$x = \dots$$



Substitusikan $x = 0$ ke persamaan (4)

$$y = \dots - x$$

$$y = \dots - \dots$$

$$y = \dots$$

Substitusikan $x = 0$ dan $y = 1$ ke persamaan (2)

$$z = -2 \dots - \dots - 1$$

$$z = -2(\dots) \dots - \dots$$

$$z = \dots$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(\dots, \dots, \dots)\}$

❖ Cara gabungan substitusi - eliminasi

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari
$$\begin{cases} x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 \\ x + y - z = 3 \end{cases}$$

Penyelesaian:

Mengeliminasi z pada persamaan (1) dan (2), diperoleh

$$\begin{array}{rcl} x - y + 2z = -5 & |\times 1| & \rightarrow x - y + 2z = -5 \\ 2x + y + z = -1 & |\times 2| & \rightarrow \dots \dots + \dots y + \dots z = -2 \\ & & \hline & & \dots x - \dots y = \dots \\ & & \dots x - y = \dots \\ & & x + y = \dots \\ & & y = \dots - \dots \quad \dots (4) \end{array}$$

Dengan mengeliminasi persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} \dots x + y + z = - \dots \\ \dots + \dots - \dots = \dots \\ \hline \dots + \dots = \dots \quad \dots (5) \end{array}$$

Persamaan (4) disubstitusikan ke persamaan (5), diperoleh

$$\dots x + \dots y = \dots$$

$$\dots x + \dots (\dots - \dots) = 2$$

$$\dots x + \dots - \dots x = 2$$

$$x = \dots$$

Substitusi $x = 0$ ke persamaan (4)

$$y = \dots - x$$

$$y = \dots - \dots$$

$$y = \dots$$

Substitusi x dan y ke persamaan (3)

$$x + y - z = 3$$

$$\dots + \dots - \dots = 3$$

$$\dots - \dots = 3$$

$$z = \dots$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(\dots, \dots, \dots)\}$



➤ Penerapan SPLTV

Contoh:

Di sebuah toko, harga 1 buku, 1 pensil, dan 1 penghapus tidak diketahui

- 2 buku + 1 pensil + 1 penghapus berharga Rp. 11.000
- 1 buku + 3 pensil + 1 penghapus berharga Rp. 13.000
- 3 buku + 2 pensil + 2 penghapus berharga Rp. 19.000

Tentukan:

- a) Harga 1 buku
- b) Harga 1 pensil
- c) Harga 1 penghapus

Penyelesaian:

Misalkan

x = buku

y = pensil

z = penghapus

Bentuk ke dalam persamaan

1. $2x + y + z = 11.000$

2. $x + 3y + z = \dots$

3. $3x + 2y + 2z = \dots$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r} \dots + \dots + \dots = 11.000 \\ x + \dots + z = \dots \\ \hline \dots - \dots y = \dots \end{array} \quad \dots \quad (4)$$

Eliminasi z dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r} \dots x + \dots + z = \dots \quad |\times \dots| \rightarrow \dots x + \dots y + \dots z = 22.000 \\ \dots + 2y + \dots = \dots \quad |\times 1| \rightarrow \dots + 2y + \dots = \dots \\ \hline \dots = \dots \end{array} \quad -$$

Substitusi $x = 3.000$ ke persamaan (4)

$$\dots - \dots y = \dots$$

$$\dots - \dots y = \dots$$

$$\dots y = \dots - 3.000$$

$$\dots y = \dots$$

$$y = \dots$$

Substitusi $x = 3.000$ dan $y = \dots$ ke persamaan (1)

$$2(\dots) + \dots + z = \dots$$

$$\dots + \dots + z = \dots$$

$$8.500 + z = \dots$$

$$z = \dots$$

Jadi, harga buku, pensil dan penghapus adalah

Buku = ...

Pensil = ...

Penghapus = ...

✓ SOAL

1) Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan berikut dengan menggunakan cara substitusi

$$\begin{cases} x - y + 2z = -2 \\ x - y - z = 0 \\ x + y + z = -6 \end{cases}$$

Penyelesaian:

Ubah bentuk dari persamaan (2) menjadi $x =$

$$x - y - z = 0 \rightarrow \dots = \dots + \dots$$

Substitusi persamaan (2) ke persamaan (1)

$$x - y + 2z = -2$$

$$(\dots + \dots) - y + 2z = -2$$

$$\dots = -2$$

$$z = -\frac{\dots}{\dots}$$

Substitusi nilai $z = -\frac{2}{3}$ pada persamaan (2)

$$x = \dots + \dots$$

$$x = \dots + \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$x = \dots - \frac{2}{3} \quad \dots (5)$$

Substitusi persamaan (5) dan $z = -\frac{2}{3}$ pada persamaan (3)

$$x + y + z = -6$$

$$\dots - \frac{2}{3} + y + \left(-\frac{2}{3}\right) = -6$$

$$\dots y - \frac{4}{3} = -6$$

$$\dots y = -6 + \frac{4}{3}$$

$$\dots y = -\frac{14}{3}$$

$$y = -\frac{14}{3}$$

Substitusi $y = -\frac{14}{3}$ pada persamaan (2)

$$x = -\frac{14}{3} - \frac{2}{3}$$

$$x = \dots$$

Jadi, penyelesaiannya adalah $\left(\dots, -\frac{14}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

2) Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan cara eliminasi - substitusi

$$\text{a) } \begin{cases} x - y - z = 4 \\ x + 2y + z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = -7 \\ 3z - x = -5 \\ 2y + z = -1 \end{cases}$$

3) Keliling suatu segitiga adalah 26 cm. Sisi terpanjang lebih pendek 2 cm dari jumlah keduasisi lainnya. Apabila sisi terpanjang lebih panjang 4 cm dari sisi tengahnya, tentukan panjang ketiga sisi segitiga itu.

Penyelesaian:

Misalkan:

x = Sisi terpanjang

y = Sisi tengah

z = Sisi terpendek

Ubah ke dalam bentuk persamaan

1) $\dots + \dots + \dots = 26$

2) $x = (\dots + \dots) - \dots$

3) $x = \dots + \dots$

Substitusi persamaan (3) pada persamaan (2)

$$\dots + \dots = (y + \dots) - \dots$$

$$\dots = z - \dots$$

$$z = \dots - \dots$$

$$z = \dots$$

Substitusi persamaan (3) dan nilai z pada persamaan (1)

$$(\dots + \dots) + y + \dots = 26$$

$$\dots y + \dots = 26$$

$$\dots y = \dots$$

$$y = \dots$$

Cari nilai x dengan substitusi pada persamaan (3)

$$x = \dots + \dots$$

$$x = \dots + 4$$

$$x = \dots$$



Jadi, panjang ketiga sisi segitiga tersebut adalah

Sisi terpanjang = ...

Sisi Tengah = ...

Sisi terpendek = ...

4) Ada tiga bilangan, bilangan pertama ditambah bilangan kedua sama dengan dua kali bilangan ketiga. Selisih bilangan pertama dan ketiga sama dengan seperempat bilangan kedua. Apabila jumlah ketiga bilangan itu 15, tentukan ketiga bilangan tersebut!

