CHƯƠNG V

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU
ĐỀ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Một vệ tinh quay quanh Trái Đất với độ cao so với mặt đất là 18900 km. Ta xét trong không gian $Oxyz$ với tâm O là tâm Trái Đất, 1 đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 6300 km trên thực tế. Biết bán kính Trái Đất khoảng 6300 km. Phương trình biểu diễn quỹ đạo chuyển động của vệ tinh đó là

A. $x^2+y^2+z^2=4$. **B.** $x^2+y^2+z^2=16$. **C.** $x^2+y^2+z^2=2$. **D.** $x^2+y^2+z^2=5$.

Câu 2: Một máy Rađa có tầm hoạt động với bán kính tối đa là 20 km. Ta xét trong không gian $Oxyz$ với tâm O là vị trí máy Rađa, 1 đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 10 km trên thực tế. Hỏi trong không gian $Oxyz$ trên, vật thể có tọa độ tương ứng với đáp án nào dưới đây sẽ bị Rađa phát hiện?

A. $M(1;0;2)$. **B.** $N(2;-1;1)$. **C.** $P\left(1;1;\sqrt{2}\right)$. **D.** $Q(3;0;0)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2y-4z-5=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) lần lượt là

A. $I(0;-2;4)$, $R=5$. **B.** $I(0;-1;2)$, $R=\sqrt{10}$.

C. $I(0;2;-4)$, $R=5$. **D.** $I(0;1;-2)$, $R=\sqrt{10}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2;3;-3)$ và có bán kính $R=3$ là

A. $(x+2)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=9$. **B.** $(x+2)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=3$.

C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=3$. **D.** $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 5: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;0;-3)$, bán kính bằng $R=\sqrt{10}$ có phương trình là:

A. $(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=\sqrt{10}$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=10$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=10$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=40$.

Câu 6: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là $K(4;-2;1)$ và đi qua điểm $B(3;-4;-1)$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

LIVEWORKSHEETS

A. $x^2+y^2+z^2-8x+4y-2z-21=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2+8x-4y+2z+12=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-4x+2y-z+21=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-8x+4y-2z+12=0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(3;4;5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=11$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=\sqrt{11}$.
C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=11$. **D.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+4)^2=11$.

Câu 8: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;2)$ và $B(0;2;-2)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2+z^2=\frac{\sqrt{33}}{2}$. **B.** $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+y^2+z^2=\frac{33}{4}$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=9$. **D.** $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2+z^2=\frac{33}{4}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-2;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $x=0$ là

A. $(x+2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x+2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$.
C. $(x+2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x-2)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=5$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+x-2y+4z-3=0$. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu (S).

A. $I\left(-\frac{1}{2};1;-2\right)$; $R=\frac{\sqrt{33}}{2}$. **B.** $I\left(-\frac{1}{2};1;-2\right)$; $R=\frac{3}{2}$.
C. $I\left(\frac{1}{2};-1;2\right)$; $R=\frac{\sqrt{33}}{2}$. **D.** $I\left(\frac{1}{2};-1;2\right)$; $R=\frac{3}{2}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là km), một thiết bị phát sóng đặt ở vị trí $I(-1;2;4)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là $4000\,\text{m}$. Máy thu sóng của thiết bị đó ở vị trí nào sau đây thì thu được sóng?

A. $M(1;-2;3)$. **B.** $N(1;4;5)$. **C.** $P(3;1;-1)$. **D.** $Q(-1;3;-1)$.

Câu 12: Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật trong không gian. Cách thức hoạt động của GPS như sau: Trong cùng một thời điểm, vị trí M của một vật sẽ được xác định bằng 4 vệ tinh cho trước, các vệ tinh này có gắn máy thu tín hiệu, bằng cách so sánh thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận tín hiệu phản hồi thì sẽ xác định được khoảng cách từ các vệ tinh đến vị trí M. Như vậy, vị trí M là giao điểm của 4 mặt cầu có tâm là 4 vệ tinh đã cho. Giả sử trong không gian $Oxyz$, 4 vệ tinh có tọa độ là $A(-1;6;3)$, $B(4;8;1)$, $C(9;6;7)$, $D(-15;18;7)$. Tìm vị trí M của vật biết khoảng cách từ M đến các vệ tinh lần lượt là $MA=6$, $MB=7$, $MC=12$, $MD=24$.

A. $M(1;-2;-1)$. **B.** $M(-1;2;-1)$. **C.** $M(1;2;-1)$. **D.** $M(1;-2;1)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$ và điểm $M(-1;-3;-2)$.

---------- *Chúc các em làm bài vui vẻ nhé* ----------

LIVEWORKSHEETS

a) Mặt cầu (S) có tâm là $I(-1;-2;-3)$.

b) Khoảng cách từ tâm I đến điểm M là $IM=2$.

c) Điểm M nằm trong mặt cầu (S).

d) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là $y-z+5=0$.

Câu 2: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-4)$ và $B(4;-1;0)$

a) Khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng 36.

b) Phương trình mặt cầu (S) đường kính AB có dạng: $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$.

c) Mặt cầu (S) đường kính AB tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z-15=0$.

d) Giả sử đặt hai trạm thu phát sóng tại hai điểm A và B, với bán kính phủ sóng của mỗi trạm bằng bán kính mặt cầu (S) thì người sử dụng điện thoại tại điểm $M(2;1;-1)$ sử dụng được dịch vụ của trạm phát thu phát sóng.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), tháp hải đăng Mũi Điện - Phú Yên (là nơi đón ánh bình minh đầu tiên trên đất liền Tổ Quốc), chân tháp được đặt vuông góc với mặt đất (chiều từ chân tháp lên đỉnh tháp cùng hướng với chiều dương của trục Oz) ở vị trí điểm $A(12.040.271;1.418.620;84)$. Ngọn đèn của hải đăng được đặt trên đỉnh của tháp hải đăng hình trụ cao 26 m so với mặt đất và sử dụng pin năng lượng mặt trời, có thể phát tín hiệu ánh sáng xa khoảng 27 hải lý tương đương 50 km.

a) Mặt cầu mô tả ranh giới vùng phủ sáng trên biển của hải đăng có tâm $I(12.040.271;1.418.620;110)$ bán kính $R=50000(m)$.

b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là

$(S):(x-12.040.271)^2+(y-1.418.620)^2+(z-84)^2=50.000^2$.

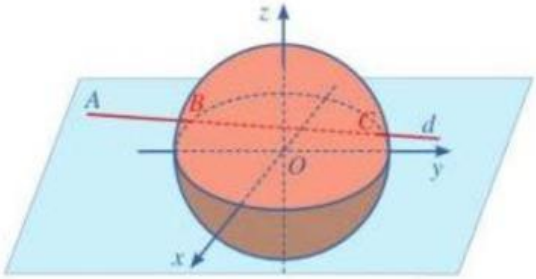
c) Người đi biển ở trên Cù lao Mái nhà tại vị trí $B(12.026.000;1.461.000;0)$ nhìn thấy ánh đèn của ngọn hải đăng.

d) Điểm cực đông của mũi Điện là điểm $C(12.040.452;1.418.462;0)$. Từ điểm C một chiếc tàu di chuyển trên mặt biển (mặt phẳng (Oxy)) theo hướng của vectơ đơn vị $\vec{i}$, để vẫn nhìn thấy ánh đèn của hải đăng thì khoảng cách tối đa tàu di chuyển là 50.000 mét.

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa

LIVEWORKSHEETS

$600km$. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc $900km/h$ theo đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-300+80t \\ z=100\sqrt{11} \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng $300km$.

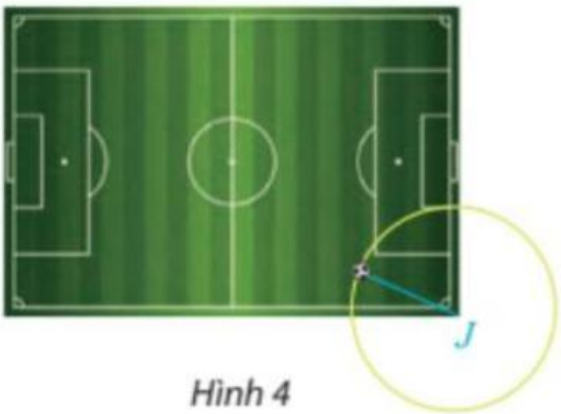
b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2+y^2+z^2=360000$.

c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M\left(-500;100;100\sqrt{11}\right)$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện may bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ toạ độ Oxyz để theo dõi vị trí của quả bóng M. Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z=0$, đồng thời thuộc mặt cầu (S): $(x-22)^2+(y-4)^2+(z-13)^2=194$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu tâm I của mặt cầu (S) xuống mặt sân bóng. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J là:



Hình 4

Câu 2: Phía trước của một sân vận động, người ta có đặt một quả bóng đá khổng lồ. Cách đó không xa, có một bóng đèn. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo là mét), giả sử mặt ngoài quả bóng (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$ và bóng đèn ở vị trí $M(15;1;6)$. Khi đó, khoảng

LIVEWORKSHEETS

cách xa nhất mà bóng đèn có thể chiếu đến một điểm trên quả bóng bằng MA, với MA chính là tiếp tuyến kẻ từ M đến (S) và A là tiếp điểm. Vậy MA bằng bao nhiêu mét?

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là mét), một thiết bị phát sóng wifi đặt tại vị trí $A(3;1;1)$ như hình vẽ. Vùng phủ sóng tốt nhất của thiết bị có bán kính bằng $11\ (m)$. Hỏi số giá trị nguyên của tham số m để một người sử dụng điện thoại tại điểm $E(-3;8;m)$ có thể bắt được tín hiệu wifi tốt nhất của thiết bị nói trên.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(-2;3;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{2}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 8$. Tính bán kính của mặt cầu (S).

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và hai điểm $A(1;3;4)$, $B(4;1;9)$; M là điểm thay đổi trên (S). Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$. Xác định $(m+n)$.

Câu 6: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y-10z+2=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm M, N. Độ dài đoạn MN nhỏ nhất bằng a. Tính giá trị a^2.

---------- HẾT ----------

LIVEWORKSHEETS