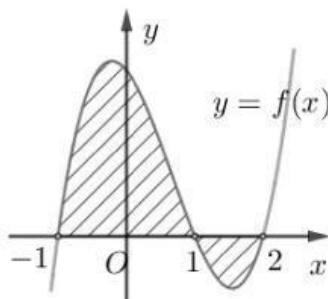


ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN  
ĐỀ 01

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$  (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



**A.**  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

**B.**  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

**C.**  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

**D.**  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

**Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $y = f(x)$  và trục hoành là

**A.**  $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$     **B.**  $S = \int_a^b |f(x)| dx.$     **C.**  $S = \int_a^b f(x) dx.$     **D.**  $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

**Câu 3:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 - 3x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $S = \int_0^2 (x^3 - 3x) dx.$     **B.**  $S = \int_0^2 (x^3 - 3x)^2 dx.$     **C.**  $S = \int_0^2 |x^3 - 3x| dx.$     **D.**  $S = -\int_0^2 (x^3 - 3x) dx.$

**Câu 4:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \sin x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2\pi$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $S = \int_0^\pi \sin x dx.$     **B.**  $S = \int_0^{2\pi} |\sin x| dx.$     **C.**  $S = \int_0^{2\pi} \sin x dx.$     **D.**  $S = \int_0^{2\pi} \sin^2 x dx.$

**Câu 5:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $x = a$ ,  $x = b$ . Biết rằng  $f(x) - g(x) = -8$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $S = \int_a^b -8 dx.$     **B.**  $S = \int_a^b 8 dx.$     **C.**  $S = \int_a^b 64 dx.$     **D.**  $S = \pi \int_a^b 64 dx.$

----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----

**Câu 6:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3 - 2x^2$ ,  $y = x^5$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $S = \int_0^1 (x^3 - 2x^2 - x^5) dx$ .

**B.**  $S = \int_0^1 |x^3 - 2x^2 - x^5| dx$ .

**C.**  $S = \int_0^1 (x^5 - (x^3 - 2x^2)) dx$ .

**D.**  $S = \pi \int_0^1 (x^3 - 2x^2 - x^5)^2 dx$ .

**Câu 7:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $x = 0$ ,  $x = 1$ , đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2$  và tiếp tuyến của nó tại điểm  $x = -2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $S = \int_0^1 (x^3 + 3x^2 - 4) dx$ .

**B.**  $S = \int_0^1 |x^3 + 3x^2 - 4| dx$ .

**C.**  $S = \int_0^1 (x^3 + 3x^2 - 4) dx$ .

**D.**  $S = \pi \int_0^1 (x^3 + 3x^2 - 4)^2 dx$ .

**Câu 8:** Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = 1$  và  $x = 2$ . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 2$ ) cắt vật thể đó có diện tích  $S(x) = 2024x$ . Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

**A.**  $V = 3036$ .

**B.**  $V = 3036\pi$ .

**C.**  $V = 1518$ .

**D.**  $V = 1518\pi$ .

**Câu 9:** Cắt một vật thể ( $T$ ) bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x = 0$  và  $x = 2$ . Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $0 \leq x \leq 2$ ) cắt vật thể đó có diện tích diện là một hình vuông có cạnh bằng  $\sqrt{x^3}$ . Tính thể tích vật thể ( $T$ ).

**A.**  $\frac{128}{7}$ .

**B.**  $\frac{128}{5}$ .

**C.**  $\frac{18}{7}$ .

**D.**  $\frac{28}{7}$ .

**Câu 10:** Viết công thức tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ), xung quanh trục  $Ox$ .

**A.**  $V = \int_a^b |f(x)| dx$ .

**B.**  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

**C.**  $V = \int_a^b f^2(x) dx$ .

**D.**  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 11:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay ( $H$ ) xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ .

**B.**  $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ .

**C.**  $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ .

**D.**  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ .

**Câu 12:** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2 + \cos x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ . Khối tròn xoay tạo thành khi  $D$  quay quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

**A.**  $V = (\pi + 1)\pi$ .

**B.**  $V = \pi - 1$ .

**C.**  $V = \pi + 1$ .

**D.**  $V = (\pi - 1)\pi$ .

----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----

**PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = e^x$  có đồ thị  $(C)$ .

- a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(C)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ;  $x = 3$  bằng  $e^3$ .
- b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(C)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ;  $x = 4$  bằng 3.
- c) Gọi  $d$  là tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $x_0 = 1$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $d$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ;  $x = 3$  bằng  $\frac{9e}{2}$ .
- d) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đồ thị  $(C)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ;  $x = 3$  quanh trục  $Ox$  bằng  $e^6$ .

**Câu 2:** Cho vật thể  $(T)$  giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = -1$ ;  $x = 1$ . Cắt vật thể  $(T)$  bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại  $x$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) ta thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng  $2\sqrt{1-x^2}$ .

- a) Mặt cắt có diện tích  $S(x)$  liên tục trên  $[-1; 1]$
- b) Thể tích vật thể được tính theo công thức  $V = \pi \int_{-1}^1 S(x) dx$
- c) Diện tích của mặt cắt là  $S(x) = 2(1-x^2)$ .
- d) Thể tích của vật thể  $(T)$  bằng  $\frac{16}{3}$ .

**Câu 3:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - 4x + 4$  ( $C_1$ ),  $y = 4x - 12$  ( $C_2$ ).

- a) Các đường  $(C_1)$  và  $(C_2)$  đều đi qua điểm  $M(4; 4)$
- b) Diện tích của hình phẳng  $(H)$  là  $S = \int_3^4 |x^2 - 8x + 16| dx$
- c) Thể tích của vật tròn xoay là  $V = \pi \int_2^4 (x^2 - 4x + 4)^2 dx - \pi \int_3^4 (4x - 12)^2 dx$ .
- d) Nếu  $V = \frac{a}{b} \cdot \pi$  (Với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản) thì  $a + b = 32$

**Câu 4:** Một người điều khiển ô tô đang di chuyển trên đoạn đường dẫn để nhập làn cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 300 m, tốc độ của ô tô là 40 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ  $v(t) = at + b$  ( $a > 0$ ), trong đó  $t$  là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 15 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

- a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn cao tốc là 200 m.
- b) Giá trị của  $b$  là  $\frac{100}{9}$ .
- c) Quãng đường  $S(t)$  (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian  $t$  giây ( $0 \leq t \leq 20$ ) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức  $S(t) = \int_0^t v(t) dt$ .
- d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, vận tốc của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

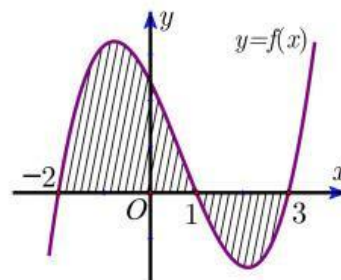
----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

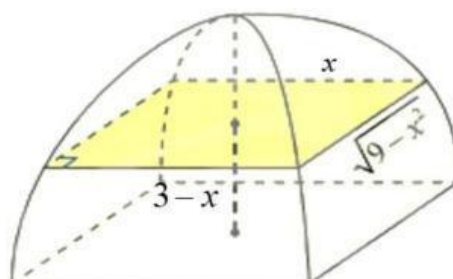
**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  (như hình vẽ), có

$$\int_{-2}^1 f(x) dx = 8; \int_1^3 f(x) dx = 5. \text{ Gọi } S \text{ là diện tích hình phẳng giới}$$

hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$  và  $x = 3$ . Khi đó  $S$  bằng bao nhiêu?



**Câu 2:** Một chiếc lều mái vòm có hình dạng như hình bên. Nếu cắt lều bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng  $3-x$  (mét) ( $0 \leq x \leq 3$ ) thì được hình chữ nhật có các kích thước lần lượt là  $x$  và  $\sqrt{9-x^2}$ . Tính thể tích cái lều (đơn vị  $m^3$ ).

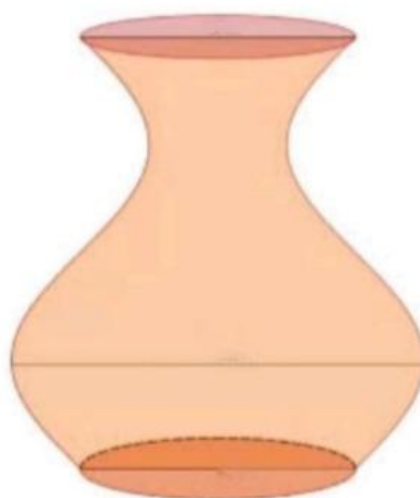


**Câu 3:** Một chiếc đèn cỏi có hình như bên. Nếu cắt đèn bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng  $x$  (dm) ( $0 \leq x \leq 5$ ) thì được thiết diện là hình tròn có bán kính  $\sqrt{9-x}$  (dm). Thể tích của chiếc đèn cỏi là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần chục).



**Câu 4:** Diện tích của hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đường cong  $y = x^3 - x^2 - 12x$  và trục  $Ox$  xấp xỉ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần mười)?

**Câu 5:** Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là 25cm (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính  $R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36}$  (dm) với  $x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$  là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa (tính theo đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng  $\frac{2}{3}$  chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



----- Chúc các em làm bài vui vẻ nhé -----

**Câu 6:** Người ta dự định lắp kính cho cửa của một mái vòm có dạng hình parabol. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m (**Hình bên dưới**).



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)