



I Tóm tắt lý thuyết

1 Nguyên hàm

a. Định nghĩa

Cho $\mathcal{K}$ là khoảng hoặc đoạn, hoặc nửa khoảng của $\mathbb{R}$. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathcal{K}$. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathcal{K}$ nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi x thuộc $\mathcal{K}$.

! Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathcal{K}$. Khi đó mọi nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathcal{K}$ đều có dạng $F(x) + C$, với C là một hằng số. Vì vậy

$$\int f(x) dx = F(x) + C.$$

Mọi hàm số liên tục trên $\mathcal{K}$ đều có nguyên hàm trên $\mathcal{K}$. Ta có

$$\int f'(x) dx = f(x) + C.$$

b. Tính chất

Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathcal{K}$.

$$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \text{ với } k \text{ là hằng số khác } 0;$$

$$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx;$$

$$\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$$

c. Nguyên hàm của một số hàm số cơ bản

$$\text{Với } \alpha \neq -1, \text{ ta có } \int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C;$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C;$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C;$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C;$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C;$$

$$\int e^x dx = e^x + C;$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0, a \neq 1).$$

2 Tích phân



a. Định nghĩa

Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Khi đó $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

b. Tính chất

Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, ta có

$$\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx \quad (k \text{ là hằng số});$$

$$\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx;$$

$$\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx;$$

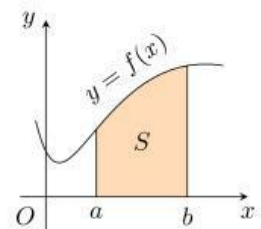
Giả sử c là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a; b]$. Khi đó, ta có

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx.$$

c. Ứng dụng

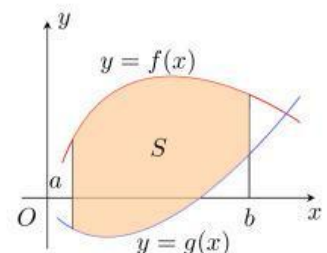
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$



Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

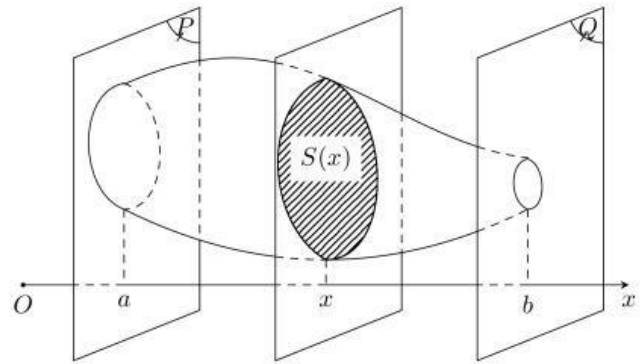
$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$





Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại x ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể đó theo hình phẳng có diện tích là $S(x)$. Giả sử hàm số $S(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên được tính bởi công thức

$$V = \int_a^b S(x) dx.$$



- ☑ Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a; b]$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$