

GENERALISASI



KELILING BELAH KETUPAT



Anda telah berhasil menemukan, menyederhanakan, dan membuktikan kebenaran rumus Keliling Belah Ketupat. Kini saatnya merumuskan temuan ini menjadi konsep matematika yang berlaku umum.



PERUMUSAN GENERALISASI

Mengapa kita lebih memilih menggunakan rumus perkalian $4 \times s$ daripada penjumlahan berulang ($s+s+s+s$) untuk menghitung keliling Belah Ketupat

Menurut Anda, bangun datar apa lagi yang memiliki rumus keliling yang sama persis dengan Belah Ketupat?



PENERAPAN KONSEP

Gunakan rumus yang telah Anda generalisasi untuk menyelesaikan masalah kontekstual berikut:

Pak Budi ingin memagari kebunnya yang berbentuk Belah Ketupat dengan panjang sisi 15 m. Jika ia ingin membuat pagar 2 kali putaran, berapa panjang total pagar yang dibutuhkan? Tunjukkan Proses Hitung Anda:



Kurikulum
Merdeka



PERTEMUAN III

LUAS DAN KELILING LAYANG-LAYANG

STIMULASI



LUAS LAYANG-LAYANG



Gambar 4. Layang-layang
Sumber: Canva

Perhatikan hubungan antara Layang-Layang di bagian dalam dengan Persegi Panjang yang melingkupinya. Layang-Layang terbagi menjadi 4 segitiga siku-siku kecil, dan keempat segitiga tersebut berpasangan dengan segitiga yang ada di area luar (masih di dalam Persegi Panjang).



EKSPLORASI INTERAKTIF

SCAN BARCODE!



<https://www.geogebra.org/classic>

- Scan Barcode di samping untuk mulai interaksi.
- Gunakan tools yang tersedia untuk membuat bangun datar
- Cari titik-titik berwarna (titik sudut) yang berfungsi sebagai alat untuk memodifikasi bangun datar.
- Gunakan sentuhan untuk menggeser titik-titik kontrol secara perlahan.
- Ubah ukurannya menjadi lebih panjang, lebih lebar, dan lebih kecil secara keseluruhan.

Amati Layang-Layang yang berhimpit dalam Persegi Panjang. Tentukan Panjang (p) dan Lebar (l) Persegi Panjang apakah sama dengan diagonal d_1 dan d_2 ?

Berdasarkan pengamatan visual Anda, Luas Layang-Layang menempati berapa bagian dari Luas total Persegi Panjang yang melingkupinya?

PERNYATAAN MASALAH



LUAS LAYANG-LAYANG



Dari pengamatan di Langkah sebelumnya dalam menghitung banyaknya segitiga, kita tahu bahwa Luas Layang-layang adalah setengah dari Luas Persegi Panjang yang dibentuk oleh kedua diagonalnya.



MERUMUSKAN MASALAH

Jika Luas Layang-Layang adalah $\frac{1}{2}$ dari Luas Persegi Panjang ($p \times l$), bagaimana rumus yang tepat dan efisien untuk menghitung Luas (L) satu Layang-Layang?



MERUMUSKAN HIPOTESIS

Tuliskan dugaan Anda mengenai rumus Luas Layang-Layang yang menghubungkan kedua diagonal (d_1 dan d_2) dengan faktor $\frac{1}{2}$!

PENGUMPULAN DATA



LUAS LAYANG-LAYANG



Sekarang saatnya mengumpulkan bukti! Kita perlu data panjang panjang Diagonal 1 dan Diagonal 2 yang akurat untuk menguji Hipotesis Luas Anda. Gunakan GeoGebra sebagai penyedia data.



AKTIVASI PENGUKURAN

- Akses kembali widget GeoGebra yang menampilkan Layang-layang beserta kedua diagonalnya.
- Geser titik kontrol Belah Ketupat untuk mendapatkan 5 variasi ukuran yang berbeda (buat yang panjang, yang ramping, dll.).
- Fokuslah pada nilai Diagonal 1 (d_1) dan Diagonal 2 (d_2) yang otomatis ditampilkan di layar GeoGebra.



TABEL PENGUKURAN

No.	Panjang Diagonal 1	Panjang Diagonal 2	Luas Otomatis (L) pada Geogebra
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

PENGOLAHAN DATA



LUAS LAYANG-LAYANG



Data panjang Diagonal 1 (d_1) dan Diagonal 2 (d_2) pada bangun layang-layang sudah ada di Tabel sebelumnya. Sekarang, gunakan data tersebut untuk menguji Hipotesis Anda.



ANALISIS DATA

Ambil data panjang Diagonal 1 (d_1) dan Diagonal 2 (d_2) dari setiap baris di tabel sebelumnya. Lakukan perhitungan Luas dengan mengalikan kedua diagonal lalu bagi 2. Catat seluruh proses perhitungan L pada tabel di bawah.

Data Pengukuran	d_1	d_2	Perhitungan ($d_1 \times d_2$)	Rumus Efisien $L = \frac{1}{2} \times (\dots \times \dots)$	Hasil Luas Akhir
Baris 1					
Baris 2					
Baris 3					
Baris 4					
Baris 5					



VERIFIKASI AKHIR

Setelah berhasil menguji pola pada semua baris data, Anda telah menemukan rumus Luas layang-layang. Tuliskan rumus Luas (L) layang-layang secara umum!

VERIFIKASI



LUAS LAYANG-LAYANG



Langkah ini memastikan rumus Luas (L) Layang-layang yang telah Anda susun di Langkah 4 adalah rumus yang akurat dan dapat dipertanggungjawabkan. Anda akan membandingkan hasil hitungan manual dengan hasil yang benar oleh GeoGebra.



INSTRUKSI PENGUJIAN DATA

Ikuti instruksi berikut untuk membuktikan rumus Anda akurat.

- Kembali ke widget GeoGebra.
- Mintalah guru Anda untuk menampilkan nilai Luas Otomatis (L) yang dihitung oleh program untuk setiap Layang-layang yang telah Anda buat.
- Lengkapi kolom Luas Otomatis (L) pada Tabel dengan nilai yang muncul di GeoGebra untuk setiap baris data.



TABEL PENGUKURAN

Data Pengukuran	Hasil Luas Manual	Luas Otomatis GeoGebra	Verifikasi (Cocok/Tidak Cocok)
Baris 1			
Baris 2			
Baris 3			

Bagaimana hasil perhitungan Keliling manual dengan Keliling Otomatis dari GeoGebra? Jika hasilnya sama, rumus yang Anda temukan terverifikasi benar. Jika hasilnya berbeda pada salah satu baris, identifikasi dan diskusikan dengan kelompok Anda. Apakah ada kesalahan dalam mencatat data dari GeoGebra?

GENERALISASI



LUAS LAYANG-LAYANG



Anda telah berhasil menemukan, menyederhanakan, dan membuktikan kebenaran rumus Luas Layang-layang. Kini saatnya merumuskan temuan ini menjadi konsep matematika yang berlaku umum.



PERUMUSAN GENERALISASI

Jelaskan mengapa Luas Layang-layang harus dikalikan $\frac{1}{2}$ dalam rumusnya? Hubungkan jawaban Anda dengan Persegi Panjang yang melingkupinya.

Selain Layang-Layang, bangun datar apa lagi yang luasnya dihitung dengan rumus yang melibatkan $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$? Mengapa kedua bangun ini memiliki rumus luas yang sama?



PENERAPAN KONSEP

Gunakan rumus yang telah Anda generalisasi untuk menyelesaikan masalah kontekstual berikut.

Slbu membuat layang-layang dengan panjang diagonal 1 60 cm dan diagonal 2 80 cm. Hitunglah Luas bahan kertas yang dibutuhkan untuk membuat satu layang-layang tersebut! Tunjukkan Proses Hitung Anda:

STIMULASI



KELILING LAYANG-LAYANG



Gambar 5. Layang-layang
Sumber: Canva

Fokuskan mata Anda pada panjang setiap sisi Layang-Layang. Perhatikan, adakah sisi-sisi yang panjangnya selalu sama, meskipun bentuk Layang-Layang diubah?



EKSPLORASI INTERAKTIF

SCAN BARCODE!



<https://www.geogebra.org/classic>

- Scan Barcode di samping untuk memulai interaksi.
- Gunakan tools yang tersedia untuk membuat bangun datar
- Fokuskan pada panjang setiap sisi Layang-layang.
- Ubah ukurannya menjadi lebih panjang, lebih lebar, dan lebih kecil secara keseluruhan.
- Amati dan catat nilai panjang setiap sisi (s_1, s_2, s_3, s_4) pada kondisi awal.

Sisi mana yang memiliki panjang yang sama? Tuliskan dalam bentuk persamaan

Apa yang dimaksud dengan Keliling sebuah bangun datar?

Jika Keliling adalah menjumlahkan semua sisi, tuliskan rumus Keliling Layang-layang hanya dalam bentuk penjumlahan (menggunakan notasi s_1, s_2, s_3, s_4).

PERNYATAAN MASALAH



KELILING LAYANG-LAYANG

Di Langkah 1, Anda sudah mengamati dan memperkirakan Keliling Layang-layang. Kita juga tahu bahwa layang-layang ada dua pasang sisi yang sama panjang ($s_1 = s_2$ dan $s_3 = s_4$).



MERUMUSKAN MASALAH

Rumus yang kamu dapatkan pada tahap sebelumnya masih dapat disederhanakan lagi menggunakan sifat distributif aljabar. Bagaimana bentuk paling efisien dari rumus Keliling (K) Layang-Layang hanya dengan mengetahui panjang satu sisi dari setiap pasangan (s_1 dan s_3)?



MERUMUSKAN HIPOTESIS

Tuliskan dugaan Anda mengenai rumus Keliling Layang-Layang dalam bentuk paling sederhana (menggunakan perkalian dengan angka 2 dan tanda kurung).

PENGUMPULAN DATA



KELILING LAYANG-LAYANG



Sekarang saatnya mengumpulkan bukti! Kita perlu data panjang sisi Layang-layang yang akurat untuk menguji Hipotesis Keliling Anda. Gunakan GeoGebra sebagai penyedia data.



AKTIVASI PENGUKURAN

- Kembali ke widget GeoGebra.
- Geser titik kontrol Layang-layang untuk mendapatkan 5 variasi ukuran yang berbeda (buatlah variasi yang bentuknya berbeda satu sama lain).
- Untuk setiap variasi, fokuslah pada nilai Panjang sisi 1 (s_1) dan Panjang Sisi 3 (s_3) yang langsung ditampilkan di layar GeoGebra.
- Catat nilai tersebut ke dalam tabel di bawah ini.



TABEL PENGUKURAN

No.	Panjang Sisi 1 (s_1)	Panjang Sisi 3 (s_3)	Keliling Otomatis (K)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

PENGOLAHAN DATA



KELILING LAYANG-LAYANG



Data panjang sisi pada bangun datar Layang-layang sudah ada di Tabel sebelumnya. Sekarang, gunakan data tersebut untuk menguji Hipotesis Anda. Ingat, Keliling adalah panjang total keempat sisi bangun datar



ANALISIS DATA

Ambil data panjang Sisi (s) dari setiap baris di Tabel. Lakukan perhitungan Keliling dengan mengalikan panjang sisi tersebut. Catat seluruh proses perhitungan dan Hasil Keliling Akhir (K) pada tabel di bawah.

Data Pengukuran	Sisi 1	Sisi 3	Perhitungan Penjumlahan ($s_1 + s_3$)	Hasil Keliling Akhir ($K = 2 \times (....)$)
Baris 1				
Baris 2				
Baris 3				
Baris 4				
Baris 5				



VERIFIKASI AKHIR

Perhatikan hasil di kolom Penjumlahan Lengkap. Bagaimana cara Anda menuliskan rumus menjadi lebih ringkas menggunakan perkalian dan kurung?

VERIFIKASI



KELILING LAYANG-LAYANG



Langkah ini memastikan rumus Keliling (K) Layang-layang yang telah Anda susun di Langkah 4 adalah rumus yang akurat dan dapat dipertanggungjawabkan. Anda akan membandingkan hasil hitungan manual dengan hasil yang benar oleh GeoGebra.



INSTRUKSI PENGUJIAN DATA

Ikuti instruksi berikut untuk membuktikan rumus Anda akurat.

- Kembali ke widget GeoGebra.
- Minta guru Anda menampilkan nilai Keliling (K) yang dihitung secara otomatis oleh GeoGebra untuk setiap Layang-layang.
- Lengkapi kolom Keliling Otomatis dengan nilai yang muncul di GeoGebra untuk setiap baris data.



TABEL PENGUKURAN

Data Pengukuran	Hasil Keliling Manual	Keliling Otomatis GeoGebra	Verifikasi (Cocok/Tidak Cocok)
Baris 1			
Baris 2			
Baris 3			

Bagaimana hasil perhitungan Keliling manual dengan Keliling Otomatis dari GeoGebra? Jika hasilnya sama, rumus yang Anda temukan terverifikasi benar. Jika hasilnya berbeda pada salah satu baris, identifikasi dan diskusikan dengan kelompok Anda. Apakah ada kesalahan dalam mencatat data a dan b dari GeoGebra?

GENERALISASI



KELILING LAYANG-LAYANG



Anda telah berhasil menemukan, menyederhanakan, dan membuktikan kebenaran rumus Keliling Layang-layang. Kini saatnya merumuskan temuan ini menjadi konsep matematika yang berlaku umum.



PERUMUSAN GENERALISASI

Jelaskan mengapa kita menggunakan operasi perkalian 2 pada rumus Keliling Layang-Layang. Apa keuntungan menggunakan rumus yang disederhanakan ini dibandingkan hanya menjumlahkan keempat sisinya ($s_1 + s_2 + s_3 + s_4$)?

Jika sebuah Belah Ketupat memiliki sisi $s=10$ cm, dan sebuah Layang-Layang memiliki sisi $s_1=10$ cm dan $s_3=10$ cm, apakah Keliling kedua bangun tersebut akan sama? Jelaskan alasannya!



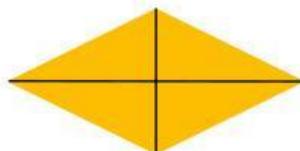
PENERAPAN KONSEP

Gunakan rumus yang telah Anda generalisasi untuk menyelesaikan masalah kontekstual berikut:

Sebuah bingkai layang-layang memiliki dua pasang sisi yang panjangnya 30 cm dan 50 cm. Berapa panjang total bambu yang dibutuhkan untuk membuat satu bingkai pada tepiannya? Tunjukkan Proses Hitung Anda:

SOAL PEMAHAMAN KONSEP

1. Cocokkan bangun datar di bawah ini dengan nama dan rumus luas yang tepat.

2. Pilih rumus yang benar dan hasil perhitungan keliling pada kotak jawaban yang tersedia.

Bangun Datar	Panjang Sisi	Rumus	Keliling
Belah Ketupat	21 cm		

3. Hubungkan soal dengan jawaban luas bangun datar yang tepat.

Luas Belah Ketupat dengan $d_1 = 8 \text{ cm}$, $d_2 = 8 \text{ cm}$

Luas Layang-layang dengan $d_1 = 10 \text{ cm}$, $d_2 = 6 \text{ cm}$

4. Sebuah layang-layang memiliki panjang sisi atas 8 cm dan sisi panjang 12 cm. Berapakah Keliling (K) layang-layang tersebut?

5. Hubungkan manakah hasil yang tepat dari perhitungan luas bangun datar layang-layang.

Layang-layang A
 $d_1 = 8 \text{ cm}$, $d_2 = 10 \text{ cm}$

Layang-layang B
 $d_1 = 5 \text{ cm}$, $d_2 = 10 \text{ cm}$

Layang-layang C
 $d_1 = 6 \text{ cm}$, $d_2 = 9 \text{ cm}$

Hasil: 27 cm

Hasil: 40 cm

Hasil: 25 cm