

MODUL 5

SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL (SPLDV)

Untuk mempelajari SPLDV, kalian harus menguasai materi Persamaan Garis Lurus khususnya Persamaan Linear Dua Variabel. SPLDV banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah sehari-hari.

Dalam pembelajaran ini diharapkan kalian dapat:

1. Memahami bentuk umum SPLDV;
2. Menyelesaikan SPLDV dengan metode grafik, substitusi, dan eliminasi;
3. Menyelesaikan masalah tentang SPLDV

Pelajari modul ini dengan baik, perhatikan contoh-contohnya, kemudian kerjakan tugasnya.

KEGIATAN BELAJAR 1

MENGENAL BENTUK UMUM SPLDV

Mengingat kembali Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV)

Contoh:

- $x + y = 6$
Penyelesaian untuk $x, y \in \text{Bilangan bulat}$
 $(-2,8), (-1,7), (0,6), (1,5), \dots$
- $3x - 2y = 5$
Penyelesaian untuk $x, y \in \text{Bilangan bulat}$
 $(-3,-7), (-1,-4), (1,-1), (3,2), (5,5), \dots$
- Andika memiliki tabungan sebesar Rp5.000.000,00, kemudian setiap bulannya dia menabung Rp100.000,00. Berapa besar tabungan setelah 1 tahun?

Penyelesaian:

Bulan ke-	Jumlah Tabungan
1	$5.000.000 + 1 \times 100.000$
2	$5.000.000 + 2 \times 100.000$
3	$5.000.000 + 3 \times 100.000$
...	$5.000.000 + \dots \times 100.000$
12	$5.000.000 + 12 \times 100.000$
n	$5.000.000 + n \times 100.000$

Misal h adalah banyaknya tabungan setelah n bulan maka dapat dirumuskan dengan:

$$h = \text{Rp}5.000.000,00 + n \times \text{Rp}100.000,00$$

Besar tabungan setelah 1 tahun:

$$\begin{aligned} h &= \text{Rp}5.000.000,00 + 12 \times \text{Rp}100.000,00 \\ &= \text{Rp}5.000.000,00 + \text{Rp}1.200.000,00 \\ &= \text{Rp}6.200.000,00 \end{aligned}$$

Bentuk umum SPLDV

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) adalah suatu persamaan matematika yang terdiri atas dua Persamaan Linear Dua Variabel (PLDV) misal x dan y .

Atau SPLDV adalah suatu cara menyelesaikan dua PLDV sekaligus. Dengan demikian, bentuk umum dari Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dalam x dan y dapat kita tuliskan sebagai berikut:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ px + qy = r \end{cases}$$

Contoh SPLDV

1)

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Penyelesaian
 $x = 2$ dan $y = 1$

2)

$$\begin{cases} 2x - y = 9 \\ y = x - 4 \end{cases}$$

Penyelesaian
 $x = 5$ dan $y = 1$

3) Dua bilangan jumlahnya 10 dan selisihnya 2. Berapakah kedua bilangan itu?

Misal kedua bilangan a dan b
Bentuk SPLDV:

$$\begin{cases} a + b = 10 \\ a - b = 2 \end{cases}$$

Penyelesaian
 $a = 6$ dan $b = 4$

- 4) Harga 2 kg apel dan 3 kg rambutan adalah Rp41.000,00, sedangkan harga 4 kg apel dan 2 kg rambutan adalah Rp54.000,00. Berapakah harga 1 kg apel dan 1 kg rambutan?
Misal:

p = harga 1 kg apel

q = harga 1 kg rambutan

Bentuk SPLDV:

$$\begin{cases} 2p + 3q = 41.000 \\ 4p + 2q = 54.000 \end{cases}$$

Penyelesaian
 $p = 10.000$ dan $q = 7.000$

TES FORMATIF 1 (SPLDV)

Buatlah 2 contoh SPLDV dalam kehidupan sehari-hari kemudian tulislah bentuk SPLDV nya.

KEGIATAN BELAJAR 2

MENYELESAIKAN SPLDV

1. Cara GRAFIK

Contoh:

Selesaikan SPLDV

$$3x + y = 6 \text{ dan } x + y = 4$$

Penyelesaian:

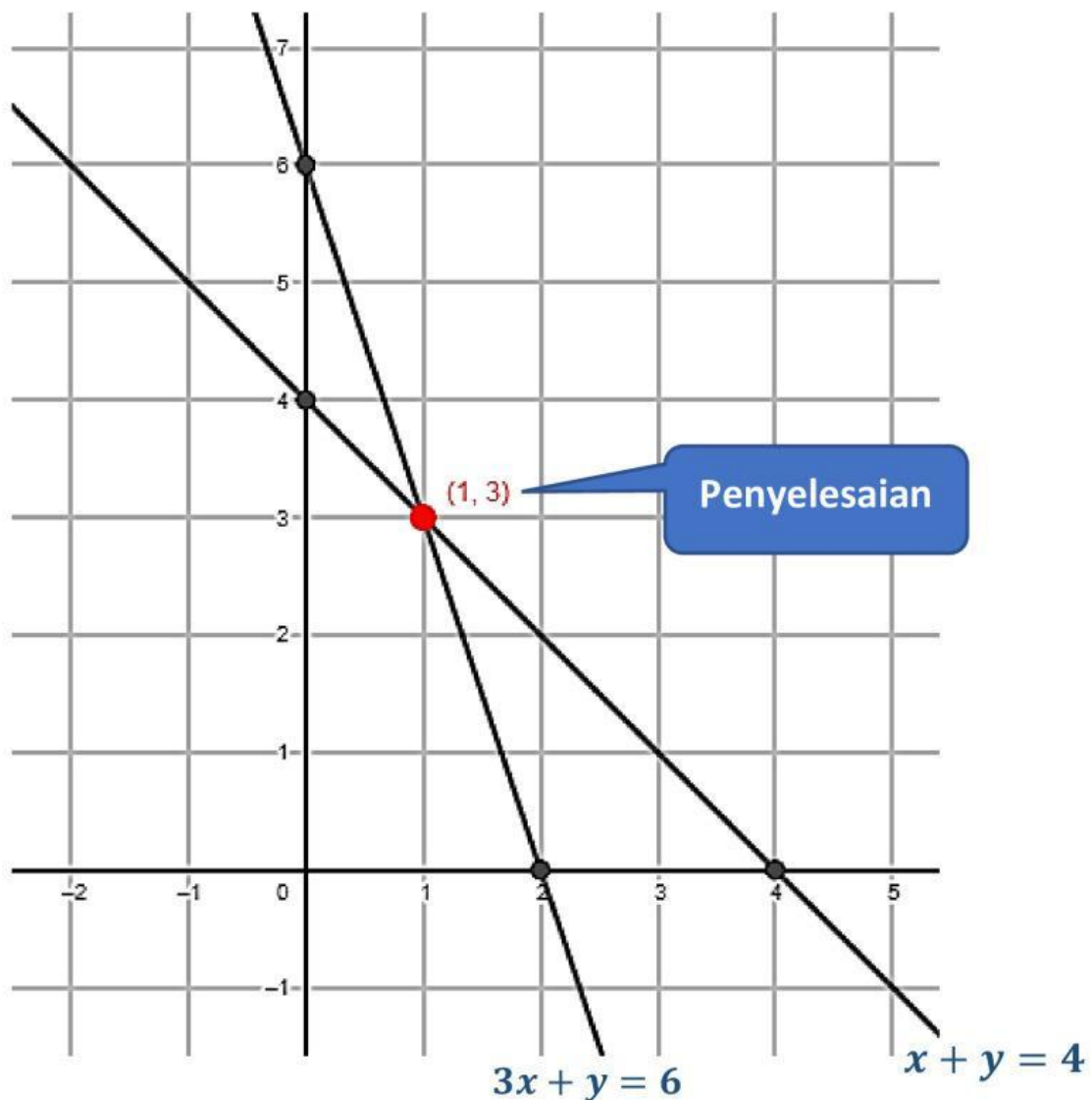
Mengambar grafik $3x + y = 6$

- Titik potong dengan sumbu x
 $y = 0 \rightarrow 3x + 0 = 6 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$
Titik potong (2,0)
- Titik potong dengan sumbu y
 $x = 0 \rightarrow 3(0) + y = 6 \rightarrow y = 6$
Titik potong (0,6)

Mengambar grafik $x + y = 4$

- Titik potong dengan sumbu x
 $y = 0 \rightarrow x + 0 = 4 \rightarrow x = 4$
Titik potong (4,0)
- Titik potong dengan sumbu y
 $x = 0 \rightarrow 0 + y = 4 \rightarrow y = 4$
Titik potong (0,4)

Gambar grafik pada bidang koordinat Cartesius:



Titik potong kedua garis adalah $(1, 3)$

Jadi penyelesaian SPLDV tersebut adalah $x = 1$ dan $y = 3$

Kelemahan cara grafik ini adalah apabila penyelesaiannya berupa bilangan pecahan.

2. Cara SUBSTITUSI (mengganti sebuah variabel)

Contoh 1:

Selesaikan SPLDV

$$2x + y = 13 \text{ dan } y = x + 4$$

Penyelesaian:

$$\text{Substitusi } y = x + 4 \rightarrow 2x + y = 13$$

$$\Rightarrow 2x + (x + 4) = 13$$

$$\Rightarrow 2x + x + 4 = 13$$

$$\Rightarrow 3x = 13 - 4$$

$$\Rightarrow 3x = 9$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$\text{Substitusi } x = 3 \rightarrow y = x + 4$$

$$\Rightarrow y = 3 + 4$$

$$\Rightarrow y = 7$$

Jadi penyelesaian SPLDV tersebut adalah $x = 3$ dan $y = 7$

Contoh 2:

Selesaikan SPLDV

$$3x + 6y = 9 \text{ dan } x = 8y - 2$$

Penyelesaian:

$$\text{Substitusi } x = 8y - 2 \rightarrow 3x + 6y = 9$$

$$\Rightarrow 3(8y - 2) + 6y = 9$$

$$\Rightarrow 24y - 6 + 6y = 9$$

$$\Rightarrow 24y + 6y - 6 = 9$$

$$\Rightarrow 30y = 9 + 6$$

$$\Rightarrow 30y = 15$$

$$\Rightarrow y = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Substitusi } y = \frac{1}{2} \rightarrow x = 8y - 2$$

$$\Rightarrow x = 8\left(\frac{1}{2}\right) - 2$$

$$\Rightarrow x = 4 - 2 = 2$$

Jadi penyelesaian SPLDV tersebut adalah $x = 2$ dan $y = \frac{1}{2}$

Contoh 3:

Selesaikan SPLDV

$$x + 4y = 14$$

$$3x + 7y = 22$$

Penyelesaian:

Ubah $x + 4y = 14$ menjadi $x = 14 - 4y$

Substitusi $x = 14 - 4y \rightarrow 3x + 7y = 22$

$$\Rightarrow 3(14 - 4y) + 7y = 22$$

$$\Rightarrow 42 - 12y + 7y = 22$$

$$\Rightarrow -5y = 22 - 42$$

$$\Rightarrow -5y = -20$$

$$\Rightarrow y = 4$$

Substitusi $y = 4 \rightarrow x = 14 - 4y$

$$\Rightarrow x = 14 - 4(4)$$

$$\Rightarrow x = 14 - 16 = -2$$

Jadi penyelesaian SPLDV tersebut adalah $x = -2$ dan $y = 4$

Contoh 4:

Terdapat 64 siswa yang bergabung dalam bakat musik dan drama. Anggota bakat minat musik memiliki 10 anggota lebih banyak daripada anggota bakat minat drama.

- Tuliskan sistem persamaan linear yang menunjukkan situasi di atas.
- Berapa banyak siswa yang berada pada setiap bakat minat, baik musik dan drama?

Penyelesaian:

Misal:

m = banyak siswa bakat musik

d = banyak siswa bakat drama

a. Bentuk SPLDV

$$m + d = 64$$

$$m = d + 10$$

b. Penyelesaian SPLDV

$$\begin{aligned}\text{Substitusi } m &= d + 10 \rightarrow m + d = 64 \\ &\Rightarrow (d + 10) + d = 64 \\ &\Rightarrow d + d + 10 = 64 \\ &\Rightarrow 2d = 64 - 10 \\ &\Rightarrow 2d = 54 \\ &\Rightarrow d = 27\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Substitusi } d &= 27 \rightarrow m = d + 10 \\ &\Rightarrow m = 27 + 10 \\ &\Rightarrow m = 37\end{aligned}$$

Jadi banyak siswa bakat musik 37 orang dan banyak siswa bakat drama 27 orang

Contoh 5:

Pada tahun ini, usia ayah selisihnya 25 tahun dengan anaknya.

Dua tahun lagi, usia ayah sama dengan 2 kali usia anaknya.

a. Tulislah bentuk SPLDV dari keterangan tersebut.

b. Berapakah usia ayah dan anak sekarang?

Penyelesaian:

Misal:

x = usia ayah sekarang

y = usia anak sekarang

a. Bentuk SPLDV

$$\begin{aligned}\text{Tahun ini} &: x - y = 25 \\ \text{Dua tahun lagi} &: (x + 2) = 2 \times (y + 2) \\ &\Rightarrow x + 2 = 2y + 4 \\ &\Rightarrow x = 2y + 4 - 2 \\ &\Rightarrow x = 2y + 2\end{aligned}$$

SPLDV

$$x - y = 25$$

$$x = 2y + 2$$

b. Penyelesaian SPLDV

Substitusi $x = 2y + 2 \rightarrow x - y = 25$
 $\Rightarrow (2y + 2) - y = 25$
 $\Rightarrow y + 2 = 25$
 $\Rightarrow y = 25 - 2$
 $\Rightarrow y = 23$

Substitusi $y = 23 \rightarrow x = 2y + 2$
 $\Rightarrow x = 2(23) + 2$
 $\Rightarrow x = 46 + 2 = 48$

Jadi sekarang, usia ayah 48 tahun dan usia anaknya 23 tahun.

TES FORMATIF 2 (SPLDV)

1. Jumlah dua bilangan bulat adalah -2 , sedangkan selisihnya adalah 6.
 - a. Tuliskan bentuk SPLDV dari keterangan tersebut.
 - b. Selesaikan SPLDV tersebut dengan menggambar grafik.
2. Panjang suatu persegi panjang adalah 1 cm lebih dari lebarnya dan keliling persegi panjang tersebut adalah 30 cm.
 - a. Tulislah bentuk SPLDV dari keterangan tersebut.
 - b. Selesaikan SPLDV dengan cara Substitusi.
 - c. Tentukan luas persegi panjang.

KEGIATAN BELAJAR 3

MENYELESAIKAN SPLDV BAGIAN 2

3. Cara ELIMINASI (menghilangkan satu variabel)

Langkah-langkah eliminasi:

- 1) Koefisien variabel yang akan dihilangkan harus sama.
- 2) Jika koefisien tidak sama, disamakan dulu dengan cara mengalikan dengan bilangan.
- 3) Untuk menghilangkan variabel gunakan operasi (+) atau (-)

Contoh 1:

Selesaikan SPLDV

$$x + 2y = 11$$

$$5x - 2y = 7$$

Penyelesaian:

Eliminasi x

Koefisien x belum sama (1 dan 5), disamakan menjadi 5

$$1x + 2y = 11 \quad \times 5 \quad 5x + 10y = 55$$

$$5x - 2y = 7 \quad \times 1 \quad \underline{5x - 2y = 7} \quad -$$

$$0 + 12y = 48$$

$$y = \frac{48}{12} = 4$$

Eliminasi y

Koefisien y sudah sama (2)

$$x + 2y = 11$$

$$\underline{5x - 2y = 7} \quad +$$

$$6x + 0 = 18$$

$$x = \frac{18}{6} = 3$$

Jadi penyelesaiannya $x = 3$ dan $y = 4$

Contoh 2:

Selesaikan SPLDV

$$2x + 3y = 1$$

$$3x - 4y = 10$$

Penyelesaian:

Eliminasi x

Koefisien x belum sama (2 dan 3), disamakan menjadi 6

$$2x + 3y = 1 \quad \times 3 \quad 6x + 9y = 3$$

$$3x - 4y = 10 \quad \times 2 \quad \underline{6x - 8y = 20} \quad -$$

$$0 + 17y = -17$$

$$y = \frac{-17}{17} = -1$$

Eliminasi y

Koefisien y belum sama (3 dan 4), disamakan menjadi 12

$$2x + 3y = 1 \quad \times 4 \quad 8x + 12y = 4$$

$$3x - 4y = 10 \quad \times 3 \quad \underline{9x - 12y = 30} \quad +$$

$$17x + 0 = 34$$

$$x = \frac{34}{17} = 2$$

Jadi penyelesaiannya $x = 2$ dan $y = -1$

4. Cara Gabungan ELIMINASI dan SUBSTITUSI

Langkah pertama dengan cara Eliminasi dilanjutkan dengan cara Substitusi.

Contoh 1:

Selesaikan SPLDV

$$6x - y = 10$$

$$2x + 5y = -2$$

Penyelesaian

Eliminasi x (boleh y)

Koefisien x belum sama (6 dan 2), disamakan 6

$$\begin{array}{rcl} 6x - y = 10 & \times 1 & 6x - y = 10 \\ 2x + 5y = -2 & \times 3 & 6x + 15y = -6 \\ \hline & & 0 - 16y = 16 \\ & & y = \frac{6}{-6} = -1 \end{array}$$

Substitusikan $y = -1$ ke salah satu PLDV

$$\begin{aligned} y = -1 &\rightarrow 2x + 5y = -2 \\ &\Rightarrow 2x + 5(-1) = -2 \\ &\Rightarrow 2x - 5 = -2 \\ &\Rightarrow 2x = -2 + 5 \\ &\Rightarrow 2x = 3 \\ &\Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Jadi penyelesaiannya $x = 1\frac{1}{2}$ dan $y = -1$

PENGAYAAN (ENRICH)

1. SPLDV yang tidak memiliki penyelesaian

Contoh:

Selesaikan SPLDV

$$2x + y = 4$$

$$4x + 2y = 2$$

Penyelesaian

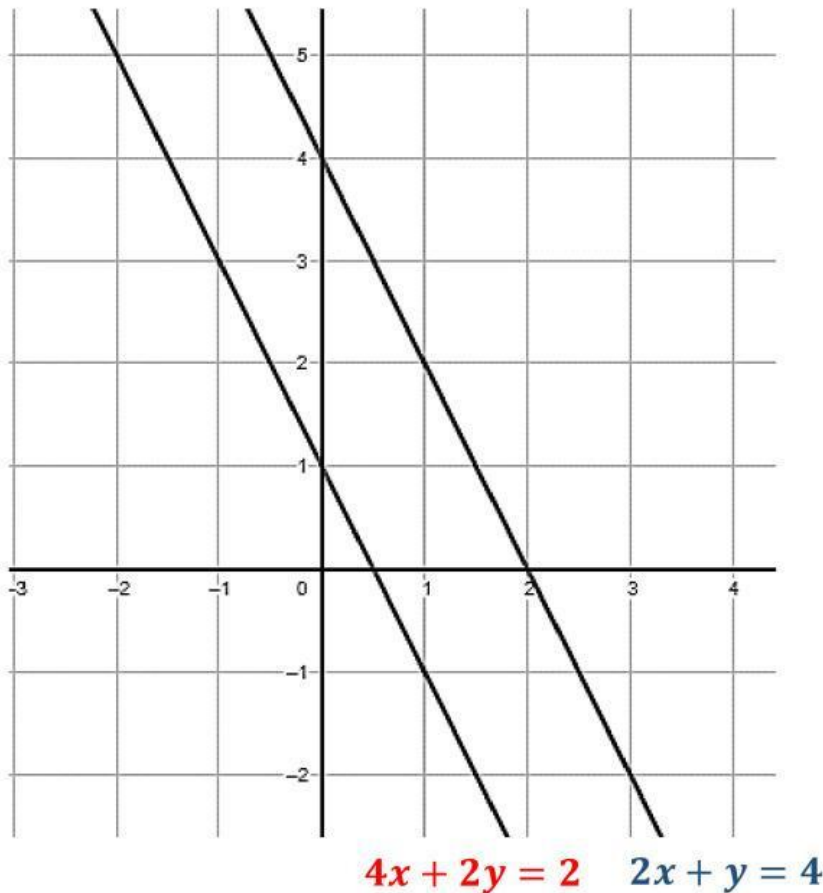
Eliminasi y

$$\begin{array}{rcl} 2x + y = 4 & \times 2 & 4x + 2y = 8 \\ 4x + 2y = 2 & \times 2 & 4x + 2y = 4 \\ \hline & & 0 + 0 = 4 \end{array}$$

Tidak ada nilai y maupun x yang memenuhi.

Jadi tidak ada penyelesaian SPLDV tersebut.

Jika kita gambar grafiknya, sbb:



Tampak pada gambar kedua garis sejajar, hal ini bisa diartikan bahwa:

Apabila **gradien** kedua garis **sama**, maka SPLDV **tidak memiliki penyelesaian**.

Perhatikan gradien (m) kedua garis:

$$2x + y = 4 \rightarrow y = -2x + 4 \rightarrow m = -2$$

$$4x + 2y = 2 \rightarrow 2y = -4x + 2 \rightarrow y = -2x + 1 \rightarrow m = -2$$

2. SPLDV yang memiliki banyak tak terhingga penyelesaian

Contoh

Selesaikan SPLDV

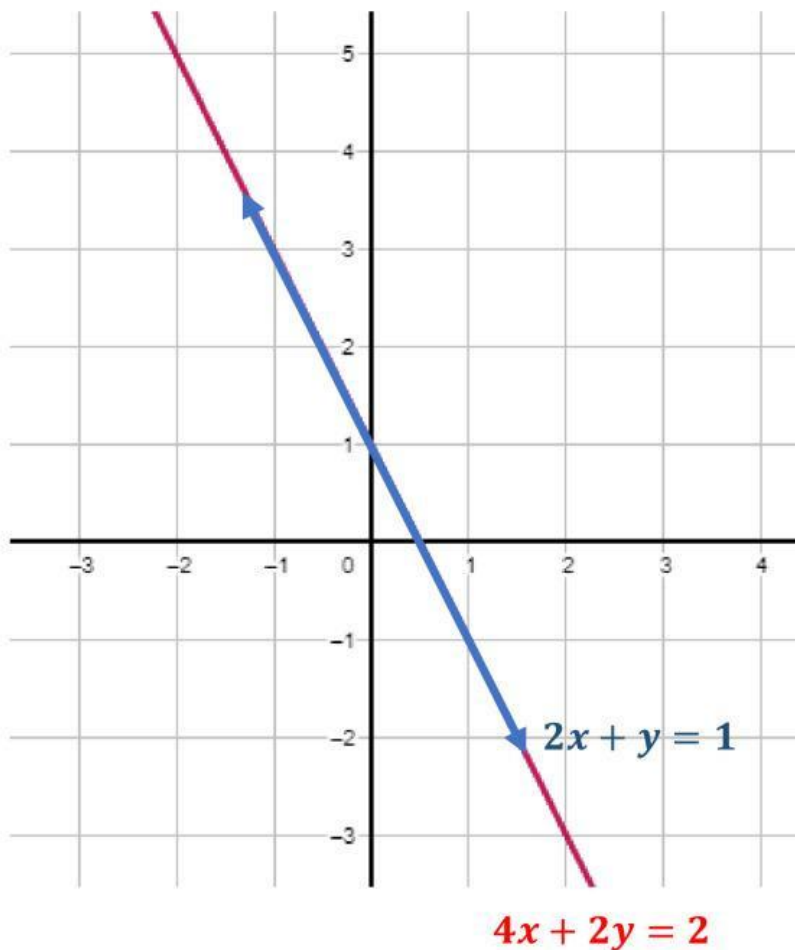
$$2x + y = 1$$

$$4x + 2y = 2$$

Penyelesaian

$$\begin{array}{rclcl} 2x + y = 1 & \times 2 & 4x + 2y = 2 \\ 4x + 2y = 2 & \times 2 & \underline{4x + 2y = 2} & - & \\ 0 + 0 = 0 & & & & \end{array}$$

Jika kita gambar grafiknya, sbb:



Tampak pada gambar kedua garis berimpit, hal ini bisa diartikan bahwa SPLDV tersebut memiliki **banyak tak terhingga penyelesaian**.

Misal

$$x = -2 \text{ dan } y = 5$$

$$x = -1 \text{ dan } y = 3$$

$$x = 0 \text{ dan } y = 1$$

$$x = 1 \text{ dan } y = -1$$

$$x = 2 \text{ dan } y = -3$$

Dan seterusnya.

TES FORMATIF 3 (SPLDV)

1. Di tempat parkir sebuah kantor terdapat kendaraan motor dan mobil berjumlah 30. Jika jumlah roda semua kendaraan adalah 82 roda. Tentukan:
 - a. Bentuklah SPLD dari informasi di atas.
 - b. Selesaikan SPLDV tersebut dengan cara Eliminasi.
 - c. Jenis kendaraan manakah jumlahnya yang lebih banyak?
2. Tabel berikut menunjukkan banyaknya jawaban yang benar pada ujian tengah semester.

Anto memperoleh skor 86 dan Bunga memperoleh skor 76.

Jenis Soal	Banyak jawaban benar	
	Anto	Bunga
Pilihan Ganda	23	28
Isian Singkat	10	5

- a. Bentuklah SPLDV dari informasi di atas.
- b. Selesaikan SPLDV tersebut dengan cara Eliminasi.
- c. Tentukan skor dari masing-masing jenis soal.