

Materi

Bentuk Akar

Sebelum mempelajari bentuk akar, siswa perlu memahami kembali konsep bilangan berpangkat. Bilangan pangkat dua (kuadrat) adalah hasil perkalian suatu bilangan dengan dirinya sendiri, sedangkan bilangan pangkat tiga (kubik) adalah hasil perkalian bilangan tersebut sebanyak tiga kali. Pemahaman ini penting karena operasi akar merupakan kebalikan dari operasi pangkat. Berikut beberapa contohnya:

$$\begin{aligned}2^2 &= 4 \Leftrightarrow \sqrt{4} = 2 \\3^2 &= 9 \Leftrightarrow \sqrt{9} = 3 \\7^2 &= 49 \Leftrightarrow \sqrt{49} = 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2^3 &= 8 \Leftrightarrow \sqrt[3]{8} = 2 \\3^3 &= 27 \Leftrightarrow \sqrt[3]{27} = 3 \\7^3 &= 343 \Leftrightarrow \sqrt[3]{343} = 7\end{aligned}$$

Akar kuadrat dari suatu bilangan tak negatif adalah bilangan tak negatif yang jika dikuadratkan menghasilkan bilangan tersebut. Walaupun sebuah bilangan (seperti 4) memiliki dua akar, yaitu 2 dan -2, matematika hanya menggunakan akar kuadrat utama, yaitu akar yang bernilai tak negatif. Karena itu, $\sqrt{4} = 2$. Pemilihan akar kuadrat utama ini merupakan kesepakatan para matematikawan agar simbol akar memiliki makna yang konsisten dan tidak membingungkan. Dengan memahami hal ini, siswa dapat menyimpulkan bilangan akar kuadrat seperti berikut.

Bentuk Umum:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

dengan catatan a dan b keduanya positif serta
n bilangan asli

Berdasarkan bentuk umum tersebut, siswa dapat mulai memahami bagaimana sebuah bilangan akar dituliskan dan dihubungkan dengan operasi pangkat. Selanjutnya, konsep ini digunakan untuk menyederhanakan bentuk akar, yaitu mengubah akar yang masih kompleks menjadi bentuk yang lebih sederhana dengan memanfaatkan faktor-faktor bilangan berpangkat sempurna.

Materi



Contoh 1

Sederhanakan bentuk akar berikut $\sqrt{12}$

Jawab:

$$\begin{aligned}\sqrt{12} &= \sqrt{4 \times 2} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$$



Contoh 2

Sederhanakan bentuk akar berikut $\sqrt{54}$

Jawab:

$$\begin{aligned}\sqrt{54} &= \sqrt{9 \times 6} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{6}\end{aligned}$$

Mengoperasikan Bentuk Akar

Setelah memahami konsep bentuk akar, siswa mempelajari bagaimana melakukan operasi pada bilangan bentuk akar. Sama seperti bilangan bulat, bentuk akar dapat dioperasikan dengan bentuk akar lain maupun dengan bilangan real.

a. Penjumlahan Bentuk Akar

Dua atau lebih bilangan bentuk akar dapat dijumlahkan jika bentuk akarnya sama.

Untuk m , n bilangan real, dan A bilangan rasional non-negatif, berlaku hubungan berikut.

$$m\sqrt{A} + n\sqrt{A} = (m + n)\sqrt{A}$$

Materi



Contoh 3

Sederhanakan bentuk akar berikut $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

Jawab:

$$\begin{aligned}3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} &= (3 + 2)\sqrt{2} \\&= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$



Contoh 4

Sederhanakan bentuk akar berikut $2\sqrt{8} + 6\sqrt{18}$

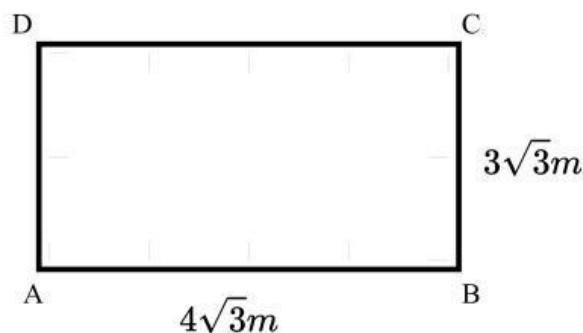
Jawab:

$$\begin{aligned}2\sqrt{8} + 6\sqrt{18} &= 2\sqrt{4 \times 2} + 6\sqrt{9 \times 2} \\&= 2 \times 2\sqrt{2} + 6 \times 3\sqrt{2} \\&= 4\sqrt{2} + 18\sqrt{2} \\&= (4 + 18)\sqrt{2} \\&= 22\sqrt{2}\end{aligned}$$



Contoh 5

Di sebuah taman sekolah, terdapat jalur jalan berpaving yang berbentuk persegi panjang. Jalur ini mengelilingi area taman kecil sehingga siswa sering mengukur panjangnya untuk kegiatan proyek matematika.



Berapakah keliling jalur taman berbentuk persegi panjang tersebut?

Materi

Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Keliling segiempat} &= AB + BC + CD + DA \\&= 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\&= (4 + 3 + 4 + 3)\sqrt{3} \\&= 14\sqrt{3}\end{aligned}$$

Jadi, keliling jalur taman adalah $14\sqrt{3}$ meter.

b. Pengurangan Bentuk Akar

Dua atau lebih bilangan bentuk akar dapat dikurangkan jika bentuk akarnya sama.

Untuk m , n bilangan real, dan A bilangan rasional non-negatif, berlaku hubungan berikut.

$$m\sqrt{A} - n\sqrt{A} = (m - n)\sqrt{A}$$



Contoh 6

Sederhanakan bentuk akar berikut $5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$

Jawab:

$$\begin{aligned}5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} &= (5 - 2)\sqrt{2} \\&= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$



Contoh 7

Sederhanakan bentuk akar berikut $6\sqrt{18} - 2\sqrt{8}$

Jawab:

$$\begin{aligned}6\sqrt{18} - 2\sqrt{8} &= 6\sqrt{9 \times 2} - 2\sqrt{4 \times 2} \\&= 6 \times 3\sqrt{2} - 2 \times 2\sqrt{2} \\&= 18\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \\&= (18 - 4)\sqrt{2} \\&= 14\sqrt{2}\end{aligned}$$

Materi

Kalian dapat mengeksplorasi lebih jauh tentang operasi penjumlahan dan pengurangan bentuk akar melalui video di bawah ini!



c. Perkalian Bentuk Akar

Konsep perkalian bentuk ini berbeda dengan penjumlahan dan pengurangan. Perkalian akar dilakukan dengan mengalikan bilangan di luar dan di dalam akar. Untuk m, n bilangan real, dan A bilangan rasional non-negatif, berlaku hubungan berikut.

$$m\sqrt{A} \times n\sqrt{B} = (mn)\sqrt{AB}$$



Contoh 8

Sederhanakan bentuk akar berikut $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}$

Jawab:

$$\begin{aligned}3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} &= (3 \times 2)\sqrt{2 \times 3} \\&= 6\sqrt{6}\end{aligned}$$

Materi



Contoh 9

Sederhanakan bentuk akar berikut $4\sqrt{12} \times 7\sqrt{48}$

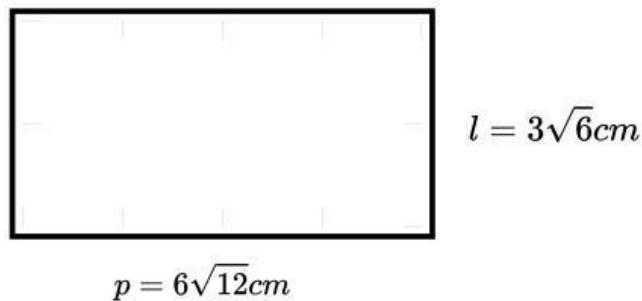
Jawab:

$$\begin{aligned}4\sqrt{12} \times 7\sqrt{48} &= 4\sqrt{4 \times 3} \times 7\sqrt{16 \times 3} \\&= (4 \times 2)\sqrt{3} \times (7 \times 4)\sqrt{3} \\&= 8\sqrt{3} \times 28\sqrt{3} \\&= 8 \times 28 \times 3 \\&= 672\end{aligned}$$



Contoh 10

Siswa diminta untuk memperhatikan perkalian bilangan bentuk akar dalam menentukan luas persegi panjang berikut



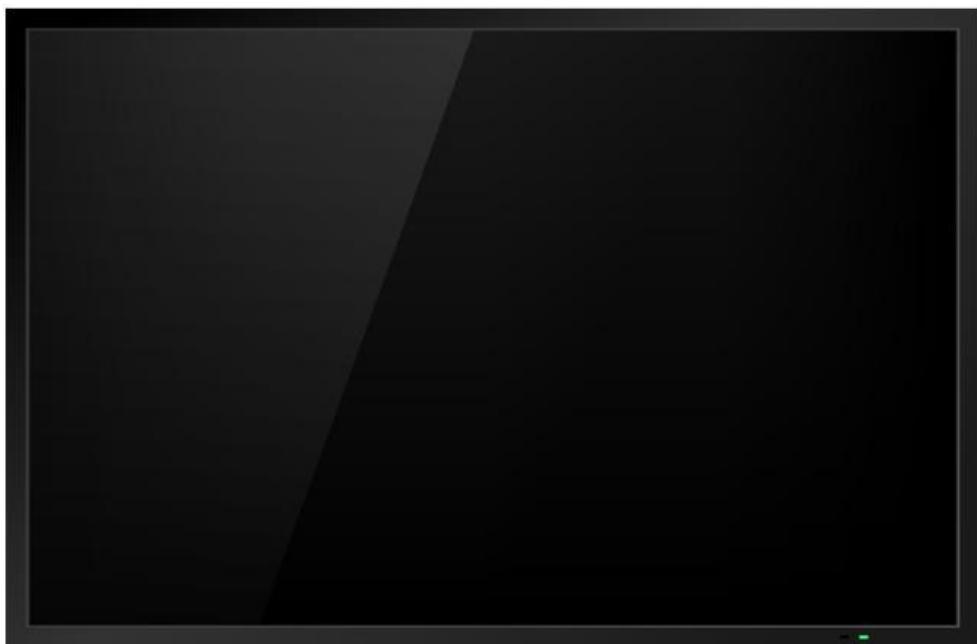
Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Luas persegi panjang} &= p \times l \\&= 6\sqrt{12} \times 3\sqrt{6} \\&= 6\sqrt{4 \times 3} \times 3\sqrt{6} \\&= 6 \times 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{6} \\&= (6 \times 2 \times 3)\sqrt{3 \times 6} \\&= 36\sqrt{18} \\&= 36\sqrt{9 \times 2} \\&= 36 \times 3\sqrt{2} \\&= 108\sqrt{2}\end{aligned}$$

Jadi, luas persegi panjang adalah $= 108\sqrt{2} \text{ cm}^2$

Materi

Kalian dapat mengeksplorasi lebih jauh tentang operasi perkalian bentuk akar melalui video di bawah ini!



d. Pembagian Bentuk Akar

Konsep pembagian, hampir sama dengan perkalian. Namun, pembagian bisa menghasilkan pecahan yang penyebutnya memuat bentuk akar.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$



Contoh 11

Sederhanakan bentuk akar berikut $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

Jawab:

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{\frac{12}{3}} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2\end{aligned}$$

Materi



Contoh 12

Sederhanakan bentuk akar berikut $\frac{9\sqrt{24}}{3\sqrt{3}}$

Jawab:

$$\begin{aligned}\frac{9\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} &= \frac{9}{3} \sqrt{\frac{24}{3}} \\&= 3\sqrt{8} \\&= 3\sqrt{4 \times 2} \\&= 3 \times 2\sqrt{2} \\&= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

Kalian dapat mengeksplorasi lebih jauh tentang operasi pembagian bentuk akar melalui video di bawah ini!



Materi

Merasionalalkan Penyebut

Bilangan bentuk akar ada yang berupa bilangan irasional, yaitu bilangan riil yang tidak bisa dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat, b tidak nol. Dengan kata lain bilangan irasional adalah bilangan riil yang hasil baginya tidak berhenti.

Contoh:

$$\sqrt{2} = 1.41421\dots$$

$$\sqrt{3} = 1.73205\dots$$

$$\sqrt{5} = 2.23607\dots$$

Agar bilangan bentuk akar yang berupa bilangan irasional dapat menjadi bilangan rasional, dengan cara mengalikan dengan bentuk akar sekawannya. Beberapa pasangan bentuk akar sekawan sebagai berikut

$$\sqrt{a} \rightarrow \sqrt{a}$$

karena $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

$$(a + \sqrt{a}) \rightarrow (a - \sqrt{a})$$

karena $(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}) = a^2 - b$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \rightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

karena $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (a - b)$

Setelah memahami pasangan bentuk akar sekawan dan alasan penggunaannya, siswa dapat menerapkan konsep tersebut untuk merasionalkan penyebut pada pecahan yang mengandung bentuk akar. Agar lebih jelas, perhatikan contoh soal berikut yang menunjukkan langkah-langkah merasionalkan penyebut dengan menggunakan pasangan akar sekawan.

Materi



Contoh 13

Sederhanakan bentuk akar berikut $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Jawab:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}\end{aligned}$$



Contoh 14

Sederhanakan bentuk akar berikut $\frac{6}{5 + \sqrt{3}}$

Jawab:

$$\begin{aligned}\frac{6}{5 + \sqrt{3}} &= \frac{6}{5 + \sqrt{3}} \times \frac{5 - \sqrt{3}}{5 - \sqrt{3}} \\ &= \frac{6(5 - \sqrt{3})}{(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3})} \\ &= \frac{30 - 6\sqrt{3}}{25 - \sqrt{9}} \\ &= \frac{30 - 6\sqrt{3}}{25 - 3} \\ &= \frac{30 - 6\sqrt{3}}{22} = \frac{15 - 3\sqrt{3}}{11}\end{aligned}$$

Materi



Contoh 15

Sederhanakan bentuk akar berikut $\frac{3 + \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$

Jawab:

$$\begin{aligned}\frac{3 + \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} &= \frac{3 + \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \\&= \frac{(3 + \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{(\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2})} \\&= \frac{3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} + \sqrt{5}\sqrt{6} + \sqrt{5}\sqrt{2}}{\sqrt{36} - \sqrt{4}} \\&= \frac{3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} + \sqrt{30} + \sqrt{10}}{6 - 2} \\&= \frac{3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} + \sqrt{30} + \sqrt{10}}{4}\end{aligned}$$

Kalian dapat mengeksplorasi lebih jauh tentang merasionalkan penyebut melalui video di bawah ini!

