LEMBAR KERJA SISWA

MATEMATIKA PEMINATAN

SEMESTER GENAP

Nama:

Kelas No. absen

A. Materi

Silakan buka buku LKS hal 43 tentang materi perbandingan vektor dan koordinat

D. Perbandingan Vektor dan Koordinat

Jika titik P terletak pada ruas garis AB sehingga titik P membagi ruas garis AB dengan perbandingan m : n, diperoleh hubungan:

$$AP : PB = m : n \text{ atau } AP : AB = m : (m + n)$$

Tanda-tanda dari m dan n ditentukan dengan aturan sebagai berikut.

1. Jika titik P terletak di antara ruas garis AB, $\overrightarrow{AP}$ dan $\overrightarrow{PB}$ searah. Jadi, m dan n bertanda sama (m dan n keduanya positif atau m dan n keduanya negatif).

2. Jika titik P pada perpanjangan ruas garis AB, $\overrightarrow{AP}$ dan $\overrightarrow{PB}$ berlawanan arah. Jadi, m dan n berlawanan tanda (m positif dan n negatif atau m negatif dan n positif).

Rumus Perbandingan Vektor dan Koordinat

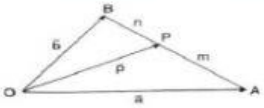
1. **Rumus Perbandingan Vektor**

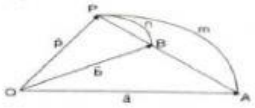
   Jika titik P terletak pada ruas garis AB sehingga titik P membagi ruas garis AB dengan perbandingan m : n, vektor posisi titik P adalah:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m + n}$$

Keterangan: $\vec{b}$ = vektor posisi titik B
$\vec{a}$ = vektor posisi titik A

Jika P merupakan titik tengah AB, $\vec{p} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}$.





2. **Rumus Perbandingan Koordinat**

   a. **Rumus Perbandingan Koordinat Titik di R_2**

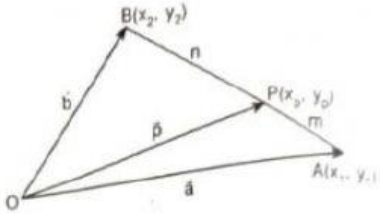
   Diketahui titik $A(x_1, y_1)$ dan titik $B(x_2, y_2)$. Jika titik $P(x_p, y_p)$ membagi ruas garis AB dengan perbandingan m : n, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n} \quad \text{dan} \quad y_p = \frac{my_2 + ny_1}{m + n}$$

LIVEWORKSHEETS

Jika P merupakan titik tengah AB, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

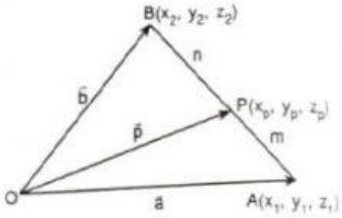
$$x_p = \frac{x_2 + x_1}{2} \quad \text{dan} \quad y_p = \frac{y_2 + y_1}{2}$$



b. Rumus Perbandingan Koordinat Titik di R_3

Diketahui titik $A(x_1, y_1, z_1)$ dan $B(x_2, y_2, z_2)$. Jika titik $P(x_p, y_p, z_p)$ membagi ruas garis AB dengan perbandingan m : n, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n},\ y_p = \frac{my_2 + ny_1}{m + n},\ \text{dan}\ z_p = \frac{mz_2 + nz_1}{m + n}$$



Jika P merupakan titik tengah AB, koordinat titik P ditentukan dengan rumus:

$$x_p = \frac{x_2 + x_1}{2},\ y_p = \frac{y_2 + y_1}{2},\ \text{dan}\ z_p = \frac{z_2 + z_1}{2}$$

Contoh Soal dan Alternatif Penyelesaian

1. Carilah vektor letak titik P dan Q yang membagi AB di dalam dan di luar dengan perbandingan 5 : 3!

Alternatif Penyelesaian

Untuk P, m : n = 5 : 3

$$\vec{p} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m + n}$$

$$= \frac{5\vec{b} + 3\vec{a}}{5 + 3} = \frac{1}{8}(3\vec{a} + 5\vec{b})$$

Untuk Q, m : n = 5 : –3

$$\vec{q} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m + n}$$

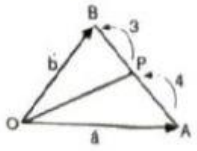
$$= \frac{5\vec{b} - 3\vec{a}}{5 - 3}$$

$$= \frac{1}{2}(5\vec{b} - 3\vec{a}) = \frac{1}{2}(-3\vec{a} + 5\vec{b})$$

2. Vektor posisi titik A dan B berturut-turut adalah $\vec{a}$ dan $\vec{b}$. Titik P dan Q terletak pada ruas garis AB sehingga AP : PB = 4 : 3 dan AQ : QB = 5 : –2. Tentukan:
   a. vektor posisi titik P
   b. vektor posisi titik Q

Alternatif Penyelesaian

a. Titik P terletak pada ruas garis AB sehingga AP : PB = 4 : 3 atau m = 4 dan n = 3. Ini berarti titik P terletak di antara ruas garis AB.



LIVEWORKSHEETS

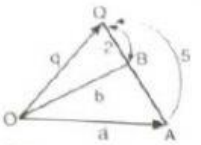
Vektor posisi titik P adalah $\vec{p}$ ditentukan oleh:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m + n}$$

$$= \frac{4\vec{b} + 3\vec{a}}{4 + 3} = \frac{1}{7}(3\vec{a} + 4\vec{b})$$

Jadi, vektor posisi titik P adalah $\vec{p} = \frac{1}{7}(3\vec{a} + 4\vec{b})$.

b. Titik Q pada ruas garis AB sehingga AQ : QB = 5 : −2 atau m = 5 dan n = −2. Ini berarti titik Q pada perpanjangan ruas garis AB.



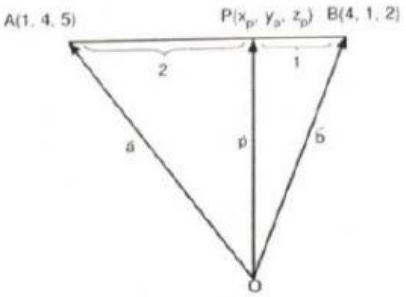
Vektor posisi Q adalah $\vec{q}$ ditentukan oleh:

$$\vec{q} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m + n}$$

$$= \frac{5\vec{b} + (-2)\vec{a}}{5 + (-2)} = \frac{1}{3}(-2\vec{a} + 5\vec{b})$$

Jadi, vektor posisi titik Q adalah $\vec{q} = \frac{1}{3}(-2\vec{a} + 5\vec{b})$.

3. Carilah koordinat titik P yang membagi garis yang menghubungkan A(1, 4, 5) dan B(4, 1, 2) di dalam!



Alternatif Penyelesaian

$$x_p = \frac{2(4) + 1(1)}{2 + 1}$$

$$= \frac{8 + 1}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$y_p = \frac{2(1) + 1(4)}{2 + 1}$$

$$= \frac{2 + 4}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$z_p = \frac{2(2) + 1(5)}{2 + 1}$$

$$= \frac{4 + 5}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Jadi, koordinat titik P adalah (3, 2, 3).

4. Diketahui ruas garis AB dengan koordinat titik A(3, −1) dan B(−3, 5). Tentukan:
   a. koordinat titik P jika AP : PB = 5 : −2
   b. koordinat titik Q jika AQ = QB

Alternatif Penyelesaian

a. Titik P(x, y) dengan AP : PB = 5 : −2 atau m = 5 dan n = −2.

1) $x = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n} = \frac{5(-3) + (-2)(3)}{5 - 2} = \frac{-15 - 6}{3} = \frac{-21}{3} = -7$

2) $y = \frac{my_2 + ny_1}{m + n} = \frac{5(5) + (-2)(-1)}{5 - 2} = \frac{25 + 2}{3} = \frac{27}{3} = 9$

Jadi, koordinat titik P adalah (−7, 9).

b. Titik Q(x, y) dengan AQ = QB. Ini berarti Q titik tengah AB.

1) $x = \frac{x_2 + x_1}{2} = \frac{-3 + 3}{2} = \frac{0}{2} = 0$

2) $y = \frac{y_2 + y_1}{2} = \frac{5 + (-1)}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Jadi, koordinat titik Q adalah (0, 2).

LIVEWORKSHEETS

B. Contoh soal

Soal

Diketahui ruas garis AB dengan koordinat titik A (3, -1) dan B (-3, 5) tentukanlah koordinat P jika AP : PB = 5 : -2

Jawab

Dik : A (3, -1) $\Rightarrow \bar{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

B (-3, 5) $\Rightarrow \bar{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$

AP : PB = 5 : -2

Dit P = ...?

Penyelesaian

$AP : PB = 5 : -2 \Rightarrow \boxed{m = 5 \text{ dan } n = -2}$

Catatan m = perbandingan 1
n = perbandingan 2

$$P = \frac{-2\bar{a} + 5\bar{b}}{5 + (-2)}$$

$$P = \frac{-2\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}}{3}$$

$$P = \frac{\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 \\ 25 \end{pmatrix}}{3}$$

$$= \frac{\begin{pmatrix} -21 \\ 27 \end{pmatrix}}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -21 \\ 27 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -7 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Jadi koordinat titik P adalah (-7, 9).

LIVEWORKSHEETS

C. Latihan soal

Latihan

Diketahui ruas garis AB dengan koordinat titik A (3,5) dan B (-2, 4). Tentukanlah P jika AP : PB = 1 : 2 !

Jawab

Dik : A (... , ...) $\Rightarrow \bar{a} = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$

B (... , ...) $\Rightarrow \bar{b} = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$

AP : PB = ... : ...

Dit ... = ... ?

Penyelesaian

AP : PB = ... : ... $\Rightarrow$ m = ...

n = ...

$$P = \frac{\ldots \bar{a} + \ldots \bar{b}}{\ldots + \ldots}$$

$$P = \frac{\ldots \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} + \ldots \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}}{\ldots}$$

$$P = \frac{\begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}}{\ldots}$$

$$P = \frac{\begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}}{\ldots}$$

$$P = \frac{\ldots}{\ldots} \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} \cdots \\ \cdots \end{pmatrix}$$

Jadi koordinat titik .... adalah (... , ...)

LIVEWORKSHEETS