



EVALUASI III

FUNGSI KUADRAT

MATEMATIKA SMA



NAMA :

KELAS :

NO. :

Permasalahan

Mari cermati permasalahan berikut!

Seorang pengusaha UMKM memodelkan keuntungan bulanan dari penjualan aksesoris handphone dengan $K(x) = -20x^2 + 1000x - 8000$, di mana $K(x)$ adalah keuntungan (dalam ribuan rupiah) dan x adalah jumlah aksesoris yang terjual (dalam lusin).

Berdasarkan fungsi tersebut, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut:

Analisis Koefisien dan Grafik:

1. Tentukan nilai koefisien dari fungsi tersebut dan jelaskan maknanya bagi bentuk grafik. Mengapa bentuk ini logis dalam konteks keuntungan?
2. Hitung nilai diskriminan dan jelaskan maknanya. Apa arti nilai ini dalam konteks keuntungan penjualan?

Maksimum Keuntungan:

1. Hitunglah jumlah aksesoris yang harus terjual agar pengusaha mendapatkan keuntungan maksimum.
2. Berapakah keuntungan maksimum yang bisa diperoleh?

Break-Even Point (Titik Impas):

Hitunglah jumlah minimum dan maksimum aksesoris yang harus terjual agar pengusaha tidak mengalami kerugian (keuntungan sama dengan nol).

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikan masalah tersebut, ikuti langkah-langkah berikut.

Analisis Koefisien dan Grafik:

1. Nilai Koefisien a

$$a = \dots$$

nilai koefisien a adalah Karena , grafik parabola akan terbuka ke

Dalam konteks bisnis, bentuk ini sangat logis. Ini menunjukkan bahwa keuntungan akan meningkat hingga mencapai puncaknya, lalu akan menurun jika jumlah penjualan terus bertambah. Penurunan ini bisa disebabkan oleh berbagai faktor, seperti biaya produksi yang membengkak atau pasar yang jenuh.

Penyelesaian:

2. Nilai Diskriminan D

Kita gunakan rumus $D = b^2 - 4ac$

$$D = \dots^2 - (4 \times \dots \times \dots)$$

$$D = \dots - (\dots)$$

$$D = \dots$$

Karena nilai $D > \dots$ grafik fungsi kuadrat ini akan memotong sumbu-x di dua titik berbeda. Dalam konteks keuntungan, ini berarti ada dua titik impas (break-even point), yaitu dua jumlah penjualan di mana pengusaha tidak untung maupun rugi. Ini menunjukkan bahwa jika penjualan terlalu rendah atau terlalu tinggi, pengusaha akan mengalami kerugian.

Maksimum Keuntungan:

Untuk menemukan keuntungan maksimum dan jumlah barang yang terjual, kita cari titik puncak parabola.

1. Jumlah Aksesori (x) untuk Keuntungan Maksimum:

Gunakan rumus sumbu simetri: $x = \frac{-b}{2a}$

$$x = \frac{-\dots}{2(\dots)}$$

$$x = \dots$$

Jadi, pengusaha harus menjual ... lusin aksesori (atau ... unit) untuk mendapatkan keuntungan maksimum.

2. Keuntungan Maksimum

Subsitusikan nilai $x = \dots$ ke dalam fungsi $K(x) = -20x^2 + 1000x - 8000$

$$K(\dots) = -20(\dots)^2 + 1000(\dots) - 8000$$

$$K(\dots) = \dots + \dots - \dots$$

$$K(\dots) = \dots \quad (\text{ribuan rupiah})$$

Jadi, keuntungan maksimum yang bisa diperoleh adalah Rp.

Penyelesaian:

Break-Even Point (Titik Impas):

Titik impas terjadi ketika keuntungan sama dengan nol, yaitu $K(x) = 0$.

Kita perlu mencari akar-akar persamaan $-20x^2 + 1000x - 8000$

Untuk mempermudah, bagi seluruh persamaan dengan -20:

$$x^2 - 50x + 400 = 0$$

Sekarang, kita mencari nilai $x_{1,2}$ dengan rumus abc.

$$a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\dots \pm \sqrt{\dots^2 - (4 \times \dots \times \dots)}}{2 \times \dots}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\dots \pm \sqrt{\dots}}{\dots}$$

$$x_{1,2} = \frac{\dots \pm \dots}{\dots}$$

$$x_1 = \dots \text{ atau } x_2 = \dots$$

Ini berarti pengusaha akan mencapai titik impas pada saat menjual ... lusin aksesoris dan ... lusin aksesoris.