❖ **Refleksi Garis atau Kurva**

Tentukan persamaan bayangan garis $3x + 2y - 1 = 0$ jika dicerminkan terhadap garis $y = x$

$(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} (y, x)$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Ini rumus Refleksi terhadap garis y=x (tinggal di balik)

Penyelesaian:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Ini rumusnya

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$$

$$x' = y \quad \Leftrightarrow \quad y = x'$$
$$y' = x \quad \Leftrightarrow \quad x = y'$$

Ini artinya bayangan titik x atau x' sama dengan titik awal y
Ini juga sama bayangan titik y atau Y' sama dengan titik awal x
Intinya di bolak balik itu SAMA

Tadi sudah di Refleksikan terhadap titik koordinat sekarang Refleksi terhadap garis atau kurva Rumus tetap sama tapi tetep harus disesuaikan dengan soal

$$3x + 2y - 1 = 0$$
$$3(y') + 2(x') - 1 = 0$$
$$3y + 2x - 1 = 0$$
$$2x + 3y - 1 = 0$$

Di sini tinggal tulis persaman yang diketahui lalu ubah bagian variabel x dan y nya menjadi y' dan x' sesuai YANG DI ATAS TADI

Jawabannya bisa ini atau ini

CONTOH SOAL

Soal 1

Segitiga PQR memiliki koordinat $P(3,2)$, $Q(-1,0)$ dan $R(-3,4)$. Segitiga P,Q,R direfleksikan terhadap garis $y = x$ menghasilkan segitiga $P'Q'R'$. Koordinat titik P', Q' dan R' adalah …

A. $P'(2,3)$, $Q'(0,-1)$ dan $R'(4,-3)$

B. $P'(-3,2)$, $Q'(1,0)$ dan $R'(3,4)$

C. $P'(3,2)$, $Q'(-1,0)$ dan $R'(-3,4)$

D. $P'(3,-2)$, $Q'(-1,0)$ dan $R'(-3,-4)$

E. $P'(-2,3)$, $Q'(0,-1)$ dan $R'(-4,-3)$

$(x,y) \xrightarrow{M_{y=x}} (y,x)$

$P(3,2) \longrightarrow P'(2,3)$

$Q(-1,0) \longrightarrow Q'(0,-1)$

$R(-3,4) \longrightarrow R'(4,-3)$

Masukkan aja ke rumus refleksi terhadap garis y = x

P (x,y) ---- P' (y,x)

Jadi jawabannya A

DILATASI

Rumus umum Dilatasi

Dilatasi titik $P(x,y)$ dengan pusat $O(0,0)$ dan faktor skala k

$$P(x,y) \xrightarrow{[O,k]} P'(kx,ky)$$

Dilatasi titik $P(x,y)$ dengan pusat (a,b) dan faktor skala k

$$P(x,y) \xrightarrow{[(a,b),k]} P'(k(x-a)+a, k(y-b)+b)$$

Dilatasi adalah suatu transformasi yang mengubah ukuran suatu objek atau benda, bisa memperbesar, memperkecil atau tetap hal ini, di karenakan oleh faktor skala. Jika jenis transformasi sebelumnya yang berubah hanya posisinya, dilatasi memiliki posisi dan bentuk yang sama namun hanya ukurannya yang berubah.

DILATASI

Adapun hubungan antara faktor skala atau k dan ukuran benda adalah sebagai berikut.

1. ($k > 1$) ukuran objek diperbesar dan searah dengan sudut dilatasi objek awalnya.
2. ($k = 1$) tidak mengakibatkan perubahan ukuran atau posisi objek.
3. ($0 < k < 1$) ukuran objek diperkecil dan searah dengan sudut dilatasi awalnya.
4. ($-1 < k < 0$) ukuran objek diperkecil dan berlawanan dengan sudut dilatasi awalnya.
5. ($k = -1$) tidak mengakibatkan perubahan ukuran objek, namun arahnya berlawanan dengan sudut dilatasi awalnya.
6. ($k < -1$) ukuran objek diperbesar dan berlawanan dengan sudut dilatasi awalnya.

Dilatasi dengan titif pusat 0,0

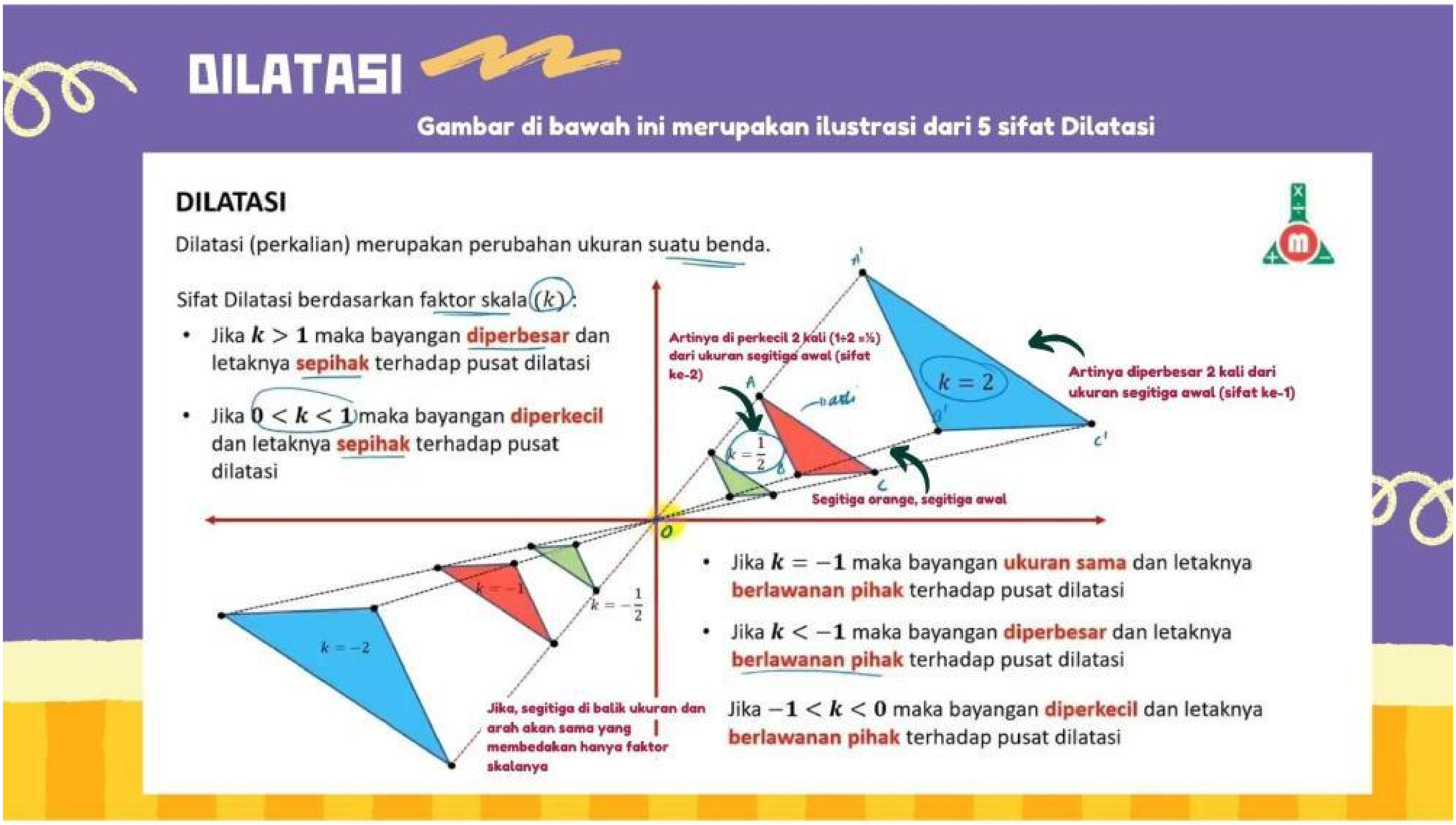
$$M(x,y) \xrightarrow{D[(0,0),k]} M'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dilatasi dengan titif pusat a, b

$$M(x,y) \xrightarrow{D[(a,b),k]} M'(x',y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$


DILATASI
Gambar di bawah ini merupakan ilustrasi dari 5 sifat Dilatasi
DILATASI
Dilatasi (perkalian) merupakan perubahan ukuran suatu benda.
Sifat Dilatasi berdasarkan faktor skala (k):
• Jika $k > 1$ maka bayangan diperbesar dan letaknya sepihak terhadap pusat dilatasi
• Jika $0 < k < 1$ maka bayangan diperkecil dan letaknya sepihak terhadap pusat dilatasi
Artinya di perkecil 2 kali (1÷2 =½) dari ukuran segitiga awal (sifat ke-2)
$k = 2$
Artinya diperbesar 2 kali dari ukuran segitiga awal (sifat ke-1)
$k = \frac{1}{2}$
Segitiga orange, segitiga awal
$k = -1$
$k = -\frac{1}{2}$
$k = -2$
• Jika $k = -1$ maka bayangan ukuran sama dan letaknya berlawanan pihak terhadap pusat dilatasi
• Jika $k < -1$ maka bayangan diperbesar dan letaknya berlawanan pihak terhadap pusat dilatasi
Jika $-1 < k < 0$ maka bayangan diperkecil dan letaknya berlawanan pihak terhadap pusat dilatasi
Jika, segitiga di balik ukuran dan arah akan sama yang membedakan hanya faktor skalanya

CONTOH SOAL DILATASI

1.

Koordinat titik sudut ΔPQR adalah P(2,1), Q(5,-2), dan R(7,4). Bila ΔPQR mengalami dilatasi [O,-3], maka koordinat bayangannya adalah…

a. P'(-6,3), Q'(-15,-6), dan R'(-21,-12)
b. P'(6,3), Q'(15,-6), dan R'(21,12)
c. P'(2,-3), Q'(5,6), dan R'(7,-12)
d. P'(-6,-3), Q'(-15,6), dan R'(-12,-12)
e. P'(16,8), Q'(15,6), dan R'(21,-12)

Rumus untuk pusat 0 dan faktor skala k

[0,k]

S (x,y) ----- S' (xk,yk)

Titik awal (x,y) di kalikan dengan faktor skala

Jawab :

P (2, 1) ---- P' (2 × (-3) , 1 × (-3))

Q (5, -2) ---- Q' (5 × (-3), -2 × (-3))

R (7, 4) ---- R' (7 × (-3) , 4 × (-3))

Hasilnya adalah D

P' (-6, -3), Q' (-15, 6) dan R' (-21, -12)

2.

Suatu titik Q (6,3) mengalami dilatasi terhadap pusat (3, -5). Jika faktor pengalinya -1, tentukan koordinat akhir titik Q

Diket :

Titik awal (6, 3)

Titi pusat (3, -5)

Faktor skala (-1)

Ditanya :

Titik setelah Dilatasi....

Rumus untuk pusat (a,b) dan faktor skala k

$$S(x,y) \xrightarrow{[(a,b),k]} S' \quad \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X - a \\ Y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Jawab :

$$Q(x,y) \xrightarrow{D_{[(3,-5),-1]}} Q'(x',y')$$

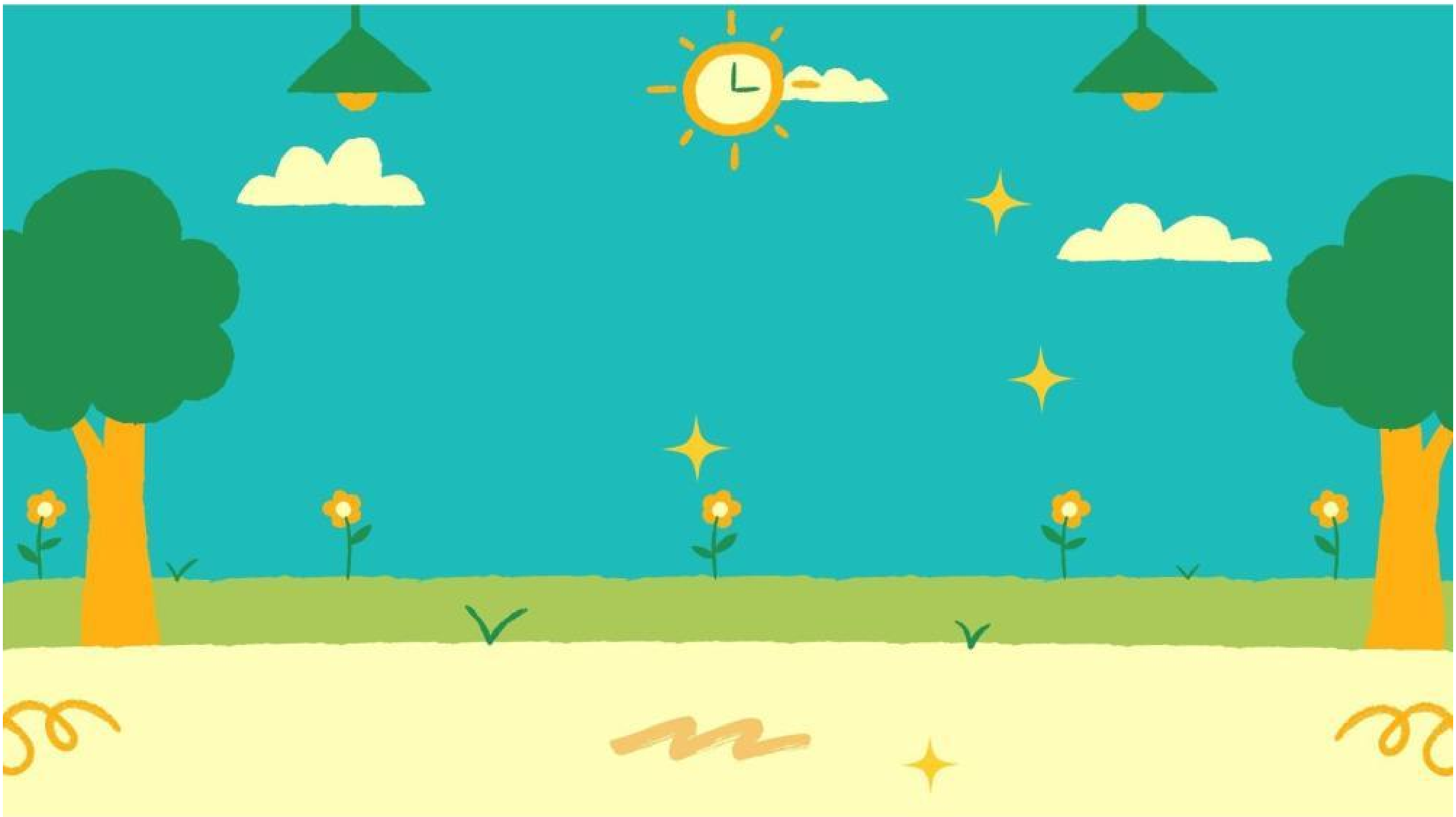
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6-3 \\ 3-(-5) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

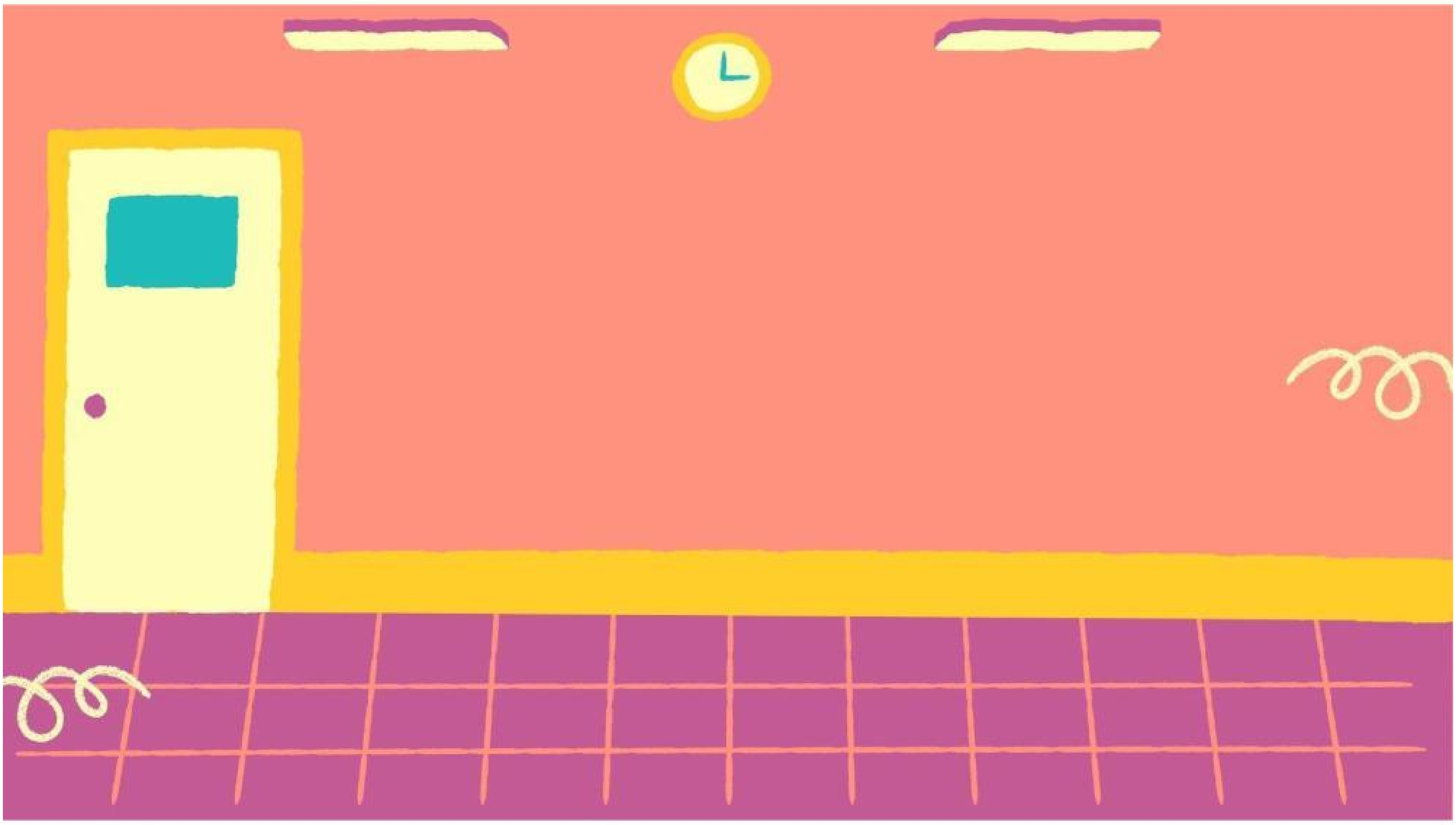
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

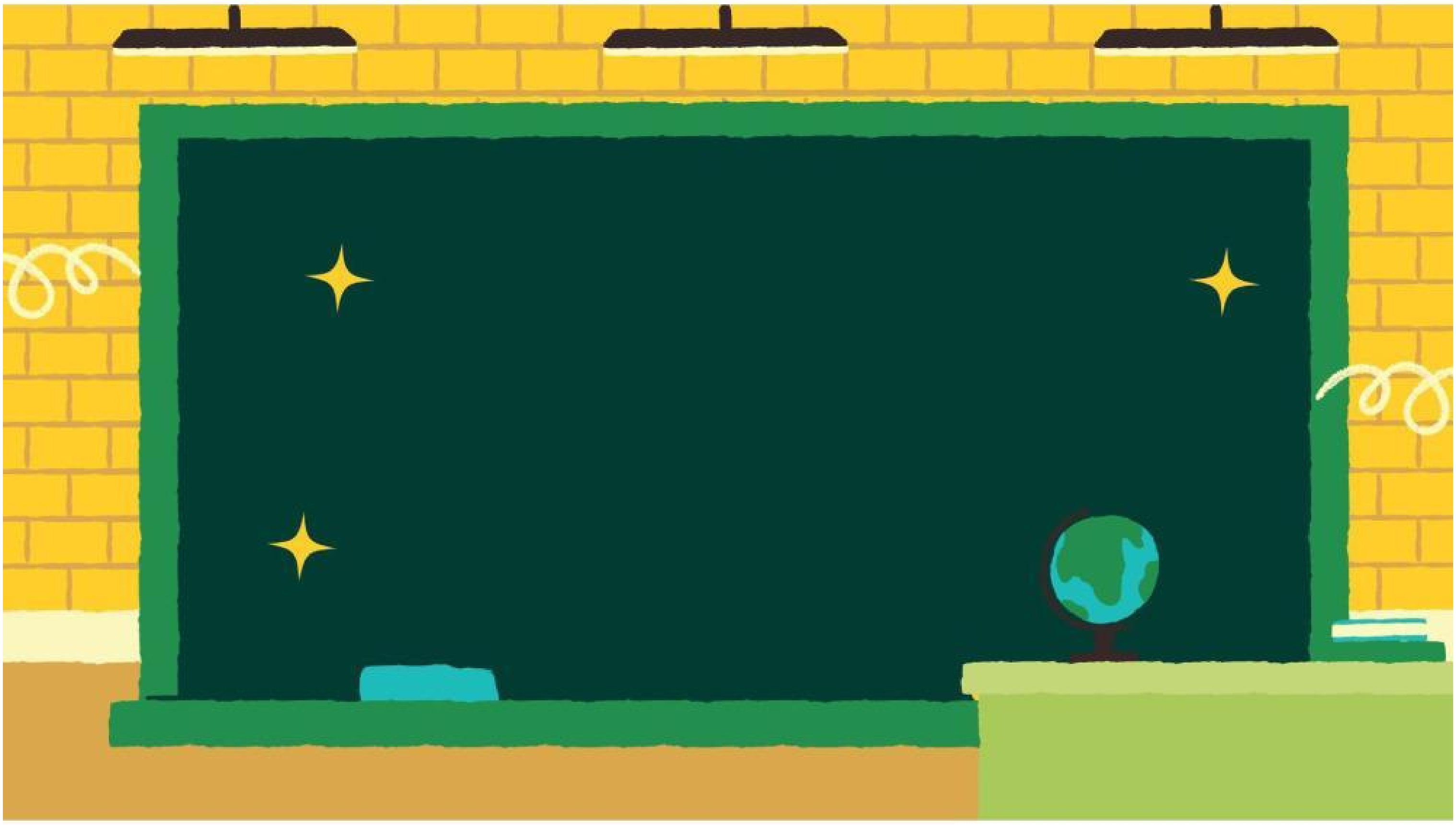
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Tinggal di subsitusikan ke rumus tadi dan jawabannya Q' (-2, -6)







REFLEKSI

REFLEKSI TERHADAP SUMBU X

$$P(x,y) \xrightarrow{M_x} P'(x,-y)$$

$$\Leftrightarrow M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Jika direfleksikan terhadap sumbu-x, maka koordinat y' merupakan lawan dari koordinat y dengan koordinat x tetap. Secara matematis, dinyatakan sebagai berikut.

Refleksi terhadap sumbu-x
Dengan :
P(x, y) = titik koordinat awal
P'(x, -y) = titik koordinat akhir
Mx = matriks pencerminan terhadap sumbu-x

REFLEKSI TERHADAP SUMB Y

$$P(x,y) \xrightarrow{M_y} P'(-x,y)$$

$$\Leftrightarrow M_y = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Jika direfleksikan terhadap sumbu-y, maka koordinat x' merupakan lawan dari koordinat x dengan koordinat y tetap. Secara matematis, dinyatakan sebagai berikut.

Refleksi terhadap sumbu-y
Dengan :
P(x, y) = titik koordinat awal
P'(-x, y) = titik koordinat akhir
My = matriks pencerminan terhadap sumbu-y

REFLEKSI BISA MENGGUNAKAN MATRIKS ATAU CARA BIASA

$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(y,x)$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Refleksi terhadap garis y = x
Jika suatu titik P dengan koordinat (x, y) direfleksikan terhadap garis y = x akan dihasilkan koordinat P' (y, x).

Jadi tinggal di balik dari x, y menjadi ~> y, x

$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(-y,-x)$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Refleksi terhadap garis y = -x
Jika suatu titik P dengan koordinat (x, y) direfleksikan terhadap garis y = -x akan dihasilkan koordinat P' (-y, -x).

Jadi tinggal di balik (dari x,y menjadi y,x) dan hasilnya di jadikan negatif semua -y, -x

$A(x,y) \xrightarrow{M_O} A'(-x,-y)$ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Ini tinggal di negatifin aja semua

$A(x,y) \xrightarrow{M_{x=h}} A'($ **((2h – x), y)** $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$

Refleksi terhadap garis x = h
Jika titik P dengan koordinat (x, y) direfleksikan terhadap garis x = h akan dihasilkan koordinat P'

$A(x,y) \xrightarrow{M_{y=h}} A'($ **(x, (2k – y))** $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2h \end{pmatrix}$

Refleksi terhadap garis y = k
Refleksi titik P (x, y) terhadap garis y = x akan menghasilkan koordinat P' dengan rumus (x, (2k – y))

❖ Refleksi Garis atau Kurva

Tentukan persamaan bayangan garis $3x + 2y - 1 = 0$ jika dicerminkan terhadap garis $y = x$

$(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} (y, x)$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Ini rumus Refleksi terhadap garis y=x (tinggal di balik)

Penyelesaian:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Ini rumusnya

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$$

$$x' = y \quad \Leftrightarrow \quad y = x'$$
$$y' = x \quad \Leftrightarrow \quad x = y'$$

Ini artinya bayangan titik x atau x' sama dengan titik awal y Ini juga sama bayangan titik y atau Y' sama dengan titik awal x Intinya di bolak balik itu SAMA

$$3x + 2y - 1 = 0$$
$$3(y') + 2(x') - 1 = 0$$
$$3y + 2x - 1 = 0$$
$$2x + 3y - 1 = 0$$

Jawabannya bisa ini atau ini

Di sini tinggal tulis persaman yang diketahui lalu ubah bagian variabel x dan y nya menjadi y' dan x' sesuai YANG DI ATAS TADI

Tadi sudah di Refleksikan terhadap titik koordinat sekarang Refleksi terhadap garis atau kurva Rumus tetap sama tapi tetep harus disesuaikan dengan soal

TRANSLASI

Translasi memiliki jarak dan arah, yang menggeser titik/bidang sepanjang garis lurus dengan arah dan jarak dan tidak mengubah ukuran sama sekali.

Rumus umum Translasi

Hasil translasi dari titik A (x,y) adalah A'(x + a, y + b)

Bayangan titik $A(x, y)$ oleh translasi $\binom{a}{b}$ adalah $A'(x+a, y+b)$

$$A(x, y) \xrightarrow{\binom{a}{b}} A'(x+a, y+b)$$

Keterangan :

- **A(x,y) : titik koordinat awal**
- **a : pergeseran ke kanan dan kekiri**
- **b : pergeseran ke atas dan ke bawah**
- **A' (x,y) : bayangan titik A**

CONTOH SOAL

1. Koordinat bayangan titik A(-5,6) oleh translasi T = (3, 6) adalah...

Diket
A(-5,8) atau x = -5 dan y= 6 di translasikan oleh (3,6) a = 3 dan b = 6
Jawab
Tinggal subsitusikan ke rumus umumnya
A'= (x + a),(y + b)
A' = (-5 + 3), (6 + 6)
A' = -2, 12
Jadi, hasil translasi titik A(-5,6) adalah A'(-2,12)

Rumus umum Translasi

Bayangan titik $A(x, y)$ oleh translasi $\binom{a}{b}$ adalah $A'(x+a, y+b)$

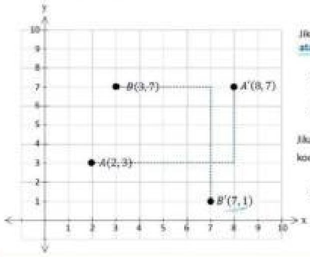
$$A(x, y) \xrightarrow{\binom{a}{b}} A'(x+a, y+b)$$

TRANSLASI

Translasi memiliki jarak dan arah, yang menggeser titik/bidang sepanjang garis lurus dengan arah dan jarak dan tidak mengubah ukuran sama sekali.

TRANSLASI

❖ **Memahami Konsep Translasi**



Jika titik A digeser 6 satuan ke kanan dan 4 satuan ke atas, tentukan koordinat hasil pergeserannya.

$$A(x,y) \xrightarrow{T=\binom{a}{b}} A'(x',y')$$

$$A(2,3) \xrightarrow{T=\binom{6}{4}} A'(8,7)$$

Jika titik B di translasi oleh $T = \binom{4}{-6}$. Tentukan koordinat hasil pergeserannya

$$B(3,7) \xrightarrow{T=\binom{4}{-6}} B'(7,1)$$

Jika titik $A(x,y)$ di translasi oleh $T = \binom{a}{b}$ menghasilkan bayangan $A'(x',y')$ ditulis dengan

$$A(x,y) \xrightarrow{T=\binom{a}{b}} A'(x',y')$$

$$\binom{x'}{y'} = \binom{x}{y} + \binom{a}{b}$$

Rumus umum Translasi

Hasil translasi dari titik A (x,y) adalah A'(x + a, y + b)

Bayangan titik $A(x,y)$ oleh translasi $\binom{a}{b}$ adalah $A'(x+a, y+b)$

$$A(x,y) \xrightarrow{\binom{a}{b}} A'(x+a, y+b)$$

Keterangan :

- **A(x,y) : titik koordinat awal**
- **a : pergeseran ke kanan dan kekiri**
- **b : pergeseran ke atas dan ke bawah**
- **A' (x,y) : bayangan titik A**