

Perkalian Dua Vektor

1. Dot Product (Perkalian Titik)

Jika diketahui vector $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$, maka untuk mencari perkalian titik bisa menggunakan rumus:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

atau

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \alpha$$

Contoh:

Diketahui $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ dan $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$

Tentukan $\vec{a} \cdot \vec{b}$ dan nilai dari cosinus yang dibentuk oleh dua vector tersebut

Jawab:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \square\square + \square\square + \square\square = \square$$

Untuk menentukan nilai cosinus kalian harus mencari panjang dari masing-masing vector

$$|\vec{a}| = \sqrt{\square^2 + \square^2 + \square^2} = \sqrt{\square + \square + \square} = \sqrt{\square}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{\square^2 + \square^2 + \square^2} = \sqrt{\square + \square + \square} = \sqrt{\square} = \square$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{\square}{\sqrt{\square} \cdot \square} = \frac{\square}{\square \sqrt{\square}}$$

2. Cross Product (Perkalian Silang)

Jika diketahui vector $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$, maka untuk mencari perkalian silang bisa menggunakan metode Sarrus:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1 z_2 - y_2 z_1)\hat{i} + (x_2 z_1 - x_1 z_2)\hat{j} + (x_1 y_2 - x_2 y_1)\hat{k}$$

Contoh:

Diketahui $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ dan $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$

Tentukan $\vec{a} \times \vec{b}$

Jawab:

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{vmatrix} \\ &= (\square\square - \square\square)\hat{i} + (\square\square - \square\square)\hat{j} + (\square\square - \square\square)\hat{k} \\ &= \square\hat{i} + \square\hat{j} + \square\hat{k} \end{aligned}$$