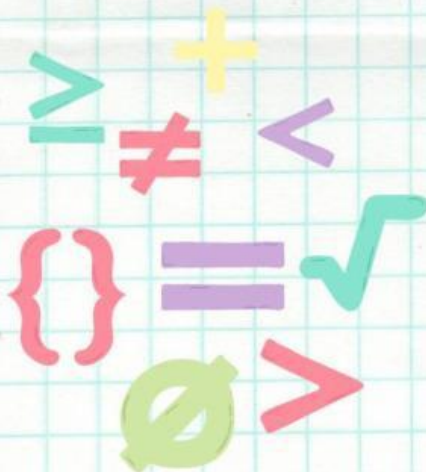




Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD)

Disusun Oleh :

Novika Ratna Nuriani, S.Pd





IDENTITAS PESERTA DIDIK

Kelas :

Nama :



Tujuan Pembelajaran

Peserta didik dapat melakukan operasi aljabar pada matriks (penjumlahan, pengurangan, perkalian, transpose, invers sederhana) dengan tepat.



Kegiatan Pembelajaran 1

"Transpose Matriks"

Transpose matriks adalah matriks baru yang diperoleh dengan **menukar baris menjadi kolom**, atau sebaliknya.

Jika matriks A berordo $m \times n$, maka transpose-nya ditulis sebagai A^T dan berordo $n \times m$.

Misalkan:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

Maka transpose A^T :

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

☞ Terlihat bahwa baris pertama (a_{11}, a_{12}, a_{13}) menjadi kolom pertama, baris kedua (a_{21}, a_{22}, a_{23}) menjadi kolom kedua.

Permasalahan:

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ dan $M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & -2 & 1 \\ 7 & 6 & 8 & -4 \end{pmatrix}$.

Tentukanlah transpose dari matriks A dan M!





Penyelesaian:

Transpose matriks A = $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

Transpose matriks M = $M^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ -1 & 5 & 6 \\ 0 & -2 & 8 \\ 3 & 1 & -4 \end{bmatrix}$



Kegiatan Pembelajaran 2

"Determinan Matriks Ordo 2 x 2"

Misalkan A matriks persegi dengan ordo 2 x 2.

$$A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow \text{Diagonal utama}$$

Berdasarkan definisi matriks, maka nilai determinan matriks A adalah

$$\det A = |A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Permasalahan 1:

Tentukan determinan matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$!

Penyelesaian:

$$\det A = |A|$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (\dots \times \dots) - (\dots \times \dots) = \dots - \dots$$

$$= \dots$$





Permasalahan 2:

Diketahui matriks $N = \begin{pmatrix} 2x-1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Tentukan nilai x sehingga $\det N = 1$!

Penyelesaian:

$$\det N = 1$$

$$\begin{vmatrix} 2x-1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1$$

$$(\dots - 1)(\dots) - (1)(\dots) = 1$$

$$\dots + \dots - \dots = 1$$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

Jadi, nilai x yang memenuhi adalah



Kegiatan Pembelajaran 3

"Determinan Matriks Ordo 3 x 3"

Misalkan B matriks persegi dengan ordo 3×3 ,

$$B_{3 \times 3} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

Penentuan determinan matriks berordo 3×3 dapat menggunakan **metode Sarrus**, dimana elemen-elemen kolom pertama dan kedua diletakkan kembali di belakang kolom ketiga kemudian dioperasikan sebagai berikut.

$$|B| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{vmatrix}$$

$$= a \cdot e \cdot i + b \cdot f \cdot g + c \cdot d \cdot h - c \cdot e \cdot g - a \cdot f \cdot h - b \cdot d \cdot i$$

Permasalahan:

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Tentukan determinan matriks A !





Penyelesaian:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

+ + +

$$= (\dots \times \dots \times \dots) + (\dots \times \dots \times \dots) + (\dots \times \dots \times \dots) - (\dots \times \dots \times \dots) - (\dots \times \dots \times \dots) - (\dots \times \dots \times \dots)$$

$$= \dots + \dots + \dots - \dots - \dots - \dots$$

$$= \dots$$

Jadi, determinan matriks A atau det A adalah

Adapun cara lain untuk mencari determinan matriks ordo 3 x 3 selain dengan **metode Sarrus** yaitu dengan menggunakan **metode Ekspansi Kofaktor Baris atau Kolom**.

Berikut salah satu penyelesaian determinan matriks A pada **masalah 3** di atas dengan menggunakan **metode Ekspansi Baris Pertama**.

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= (1) \begin{vmatrix} 3 & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} - (\dots) \begin{vmatrix} \dots & 4 \\ \dots & \dots \end{vmatrix} + (3) \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ 1 & \dots \end{vmatrix}$$

$$= (1)(\dots - \dots) - (\dots)(\dots - \dots) + (3)(\dots - \dots)$$

$$= (1)(\dots) - (\dots)(\dots) + (3)(\dots)$$

$$= \dots - \dots + \dots$$

$$= \dots$$

Jadi, determinan matriks A atau det A adalah



Kegiatan Pembelajaran 4

"Invers Matriks Ordo 2 x 2"

Misalkan A matriks persegi dengan ordo 2 x 2, maka invers matriks A ditulis A^{-1} .

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$





Permasalahan:

Tentukan invers matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$!

Penyelesaian:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{(\dots)(3) - (\dots)(\dots)} \begin{pmatrix} \dots & -1 \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{(6) - (\dots)} \begin{pmatrix} \dots & -1 \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{\dots} \begin{pmatrix} \dots & -1 \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dots & -1 \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } A^{-1} = \begin{pmatrix} \dots & -1 \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$



Kegiatan Pembelajaran 5

"Invers Matriks Ordo 3 x 3"

Misalkan A matriks persegi dengan ordo 3 x 3, maka invers matriks A,

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{Adj}(A)$$

Jika $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ maka:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} + \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

Untuk mencari determinan ordo 3x3 menggunakan metode **Sarrus** atau metode **Ekspansi Kofaktor** seperti pada pertemuan yang lalu.





Permasalahan:

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$. Tentukan invers matriks A!

Penyelesaian:

Carilah determinan dari matriks A terlebih dahulu, bisa menggunakan metode **Sarrus** atau metode **Ekspansi Kofaktor**, diperoleh:

$$\det(A) = \dots$$

Kemudian carilah $\text{Adj}(A)$ dengan menggunakan rumus Adj untuk matriks berordo 3×3 .

$$\begin{aligned} \text{Adj}(A) &= \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{vmatrix} \end{pmatrix}^T \\ &= \\ &= \begin{pmatrix} \{(3)(4) - (3)(2)\} & -\{(\dots)(\dots) - (\dots)(\dots)\} & \{(\dots)(\dots) - (\dots)(\dots)\} \\ -\{(\dots)(\dots) - (\dots)(\dots)\} & \{(\dots)(\dots) - (\dots)(\dots)\} & -\{(1)(2) - (2)(1)\} \\ \{(\dots)(\dots) - (\dots)(\dots)\} & -\{(\dots)(\dots) - (\dots)(\dots)\} & \{(\dots)(\dots) - (\dots)(\dots)\} \end{pmatrix}^T \\ &= \begin{pmatrix} \{12 - 6\} & -\{\dots - \dots\} & \{\dots - \dots\} \\ -\{\dots - \dots\} & \{\dots - \dots\} & -\{2 - 2\} \\ \{\dots - \dots\} & -\{\dots - \dots\} & \{\dots - \dots\} \end{pmatrix}^T \\ &= \begin{pmatrix} 6 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}^T \Rightarrow \text{kemudian ditranspos} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots \end{pmatrix} \end{aligned}$$

sehingga,

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{Adj}(A)$$

$$= \frac{1}{\dots} \begin{pmatrix} 6 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, } A^{-1} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & 0 & \dots \end{pmatrix}$$

