

1.1 Tujuan Pembelajaran

- Peserta didik dapat menjelaskan relasi dan fungsi dan kaitannya dalam kehidupan sehari-hari.
- Peserta didik dapat menyajikan suatu fungsi dengan diagram panah, bidang koordinat kartesius dan himpunan pasangan berurutan.
- Peserta didik dapat menjelaskan konsep pemetaan pada suatu fungsi.
- Peserta didik dapat memahami relasi, fungsi dengan media gambar.

1.2 Masalah Kontekstual

Setiap siswa menempati kursinya masing-masing. Tidak ada seorang siswa menempati lebih dari satu kursi. Akan tetapi, satu kursi panjang dapat ditempati oleh lebih dari satu siswa. Dengan demikian, ada keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati. Menurut kalian, apakah hal ini termasuk relasi atau mungkin sudah termasuk fungsi?

Kalian akan mengetahui keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati oleh apabila kalian mempelajari konsep relasi dan fungsi ini, karena pada konsep relasi dan fungsi ini akan disajikan tentang hubungan antara dua himpunan.

1.3 Materi Sub BAB 1 dan Contoh Soal

Relasi

Masalah 3.1

Abdur sedang berulang tahun yang ke- 13. Ia mengajak teman-temannya yaitu Ahmad, Rahmat, Herman, dan Zaini pergi ke rumah makan “Pak As’ari”. Menu yang disediakan oleh rumah makan “Pak As’ari” adalah soto, rawon, bakso, nasi goreng, rujak cingur, dan sate.



Dari menu tersebut ternyata tiap-tiap anak tidak sama menu favoritnya.

- a. Abdur suka “soto dan rawon”, tetapi kali ini ia memesan rawon.
- b. Ahmad suka “bakso, rujak cingur, dan sate”, tetapi kali ini ia memesan rujak cingur.

- c. Rahmat suka “sate dan nasi goreng” tetapi makanan yang dipesannya adalah nasi goreng.
- d. Herman memesan bakso, walaupun sebenarnya ia suka “bakso, soto dan rawon”.
- e. Zaini suka “soto dan nasi goreng”, tetapi kali ini ia memesan soto.

Bentuk hubungan apa sajakah yang dapat dibuat?

Bagaimana cara mengetahui dengan pasti bentuk hubungan tersebut?

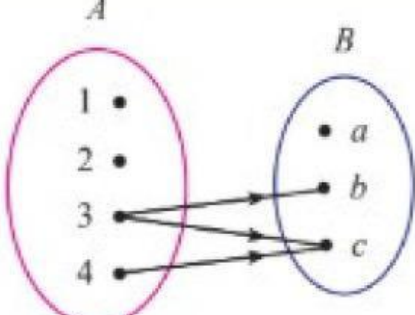
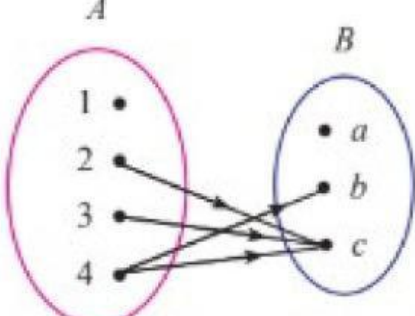
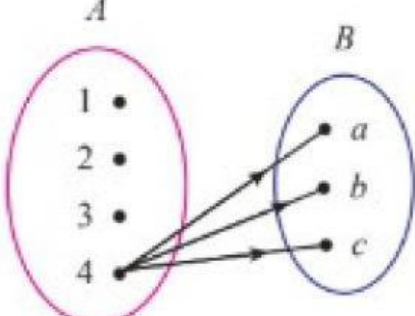
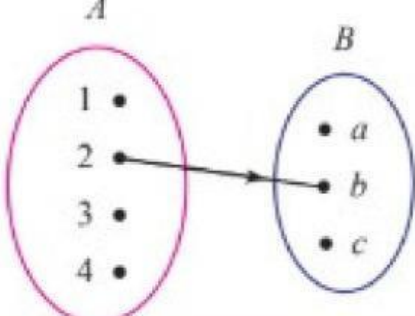
Bagaimanakah cara menyajikan **Masalah 3.1** ini?

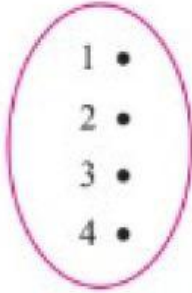
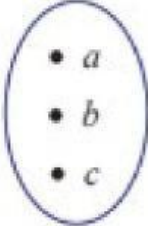
Masalah tersebut dapat disajikan dalam bentuk relasi. Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah pasangan atau korespondensi Anggota A dengan Anggota B . Daerah himpunan A disebut domain (daerah asal), daerah himpunan B disebut kodomain (daerah kawan). Relasi dapat dinyatakan dengan tiga cara, yaitu diagram panah, diagram kartesius, dan himpunan pasangan berurutan. Sebelum menyajikan ketiga cara tersebut, sebaiknya terlebih dulu kita lakukan kegiatan berikut ini.

Diketahui himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan himpunan $B = \{a, b, c\}$. Pada **Tabel 3.1** ditunjukkan hubungan dari himpunan A ke himpunan B yang dinyatakan dalam bentuk diagram dan himpunan pasangan berurutan. Kedua bentuk itu merupakan relasi.

Tabel 3.1 Memahami Relasi

No.	Diagram Panah	Himpunan Pasangan Berurutan
1.		$\{(1, a), (2, a), (3, a), (4, a)\}$
2.		$\{(1, a), (1, b), (1, c)\}$
3.		$\{(1, a), (2, c)\}$

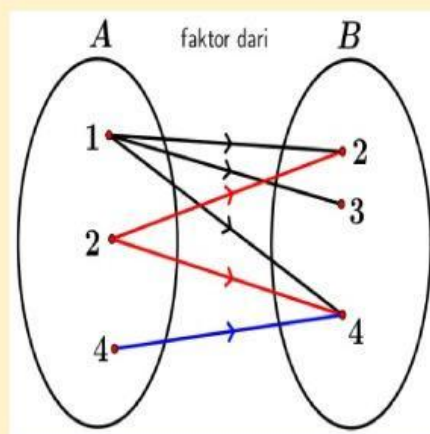
No.	Diagram Panah	Himpunan Pasangan Berurutan
4.	 <p>Diagram showing set A with elements 1, 2, 3, 4 and set B with elements a, b, c. Arrows point from 3 to b and c, and from 4 to b and c.</p>	$\{(3, b), (3, c), (4, c)\}$
5.	 <p>Diagram showing set A with elements 1, 2, 3, 4 and set B with elements a, b, c. Arrows point from 2 to c, 3 to b and c, and 4 to b and c.</p>	$\{(2, c), (3, c), (4, b), (4, c)\}$
6.	 <p>Diagram showing set A with elements 1, 2, 3, 4 and set B with elements a, b, c. Arrows point from 4 to a, b, and c.</p>	$\{(4, a), (4, b), (4, c)\}$
7.	 <p>Diagram showing set A with elements 1, 2, 3, 4 and set B with elements a, b, c. An arrow points from 2 to b.</p>	$\{(2, b)\}$

No.	Diagram Panah	Himpunan Pasangan Berurutan
8.	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> A  </div> <div style="text-align: center;"> B  </div> </div>	$\{ \}$

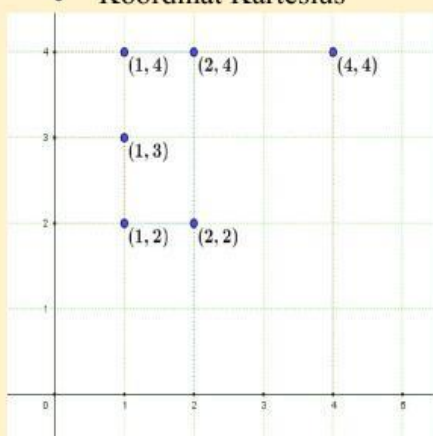
Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah hubungan yang memasangkan anggota himpunan A dengan anggota himpunan B

Misal himpunan $A = \{1, 2, 4\}$ dan himpunan $\{(1,1), (1,2), (1,4), (2,2), (2,4), (4,4)\}$ mempunyai relasi bahwa himpunan A merupakan faktor dari himpunan B. Relasi himpunan A dan himpunan B dapat dinyatakan dalam tiga cara yaitu:

- Diagram Panah

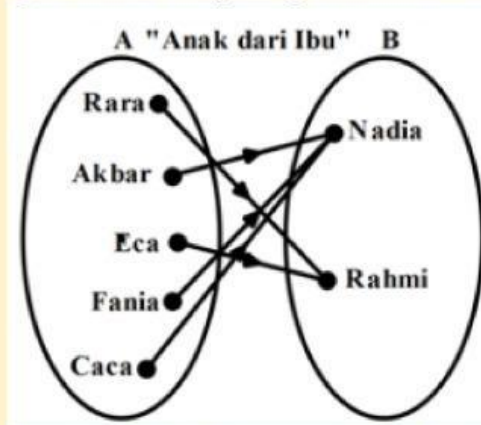


- Koordinat Kartesius



- Himpunan pasangan terurut
 $\{(1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,4), (4,4)\}$

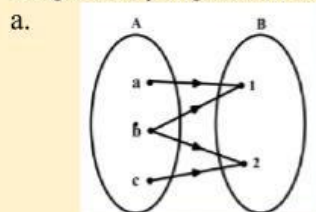
Setelah kita bahas relasi dua himpunan, sekarang marilah kita belajar bersama tentang fungsi. Fungsi atau pemetaan pada dasarnya sama dengan relasi, hanya sedikit harus ada perlakuan khusus untuk fungsi. Untuk lebih jelasnya marilah kita lihat contoh berikut.



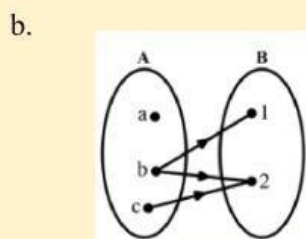
Pada diagram panah di atas, ada dua himpunan yaitu himpunan A dan B. Himpunan A adalah himpunan nama anak dan B adalah himpunan nama ibu, dapat diartikan Akbar anak dari Nadia, Eca anak dari Rahmi, dst. **Setiap anak dari himpunan A dipasangkan dengan tepat hanya satu dengan seorang ibu dari himpunan B.** Tidak ada satu anak dari himpunan A dipasangkan dengan dua ibu atau tidak mempunyai ibu dari himpunan B. Inilah perlakuan khusus itu. Uraian di atas semoga memperjelas definisi fungsi atau pemetaan, yaitu:

Fungsi (pemetaan) adalah **relasi khusus yang memasangkan himpunan A ke himpunan B, jika setiap anggota himpunan A berpasangan tepat satu dengan anggota himpunan B.**

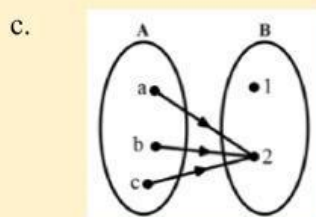
Kita perhatikan beberapa contoh diagram berikut, dapat kita bedakan mana yang merupakan fungsi dan yang bukan fungsi:



Bukan Fungsi atau Pemetaan karena ada anggota A yang mempunyai dua pasangan dari anggota B.

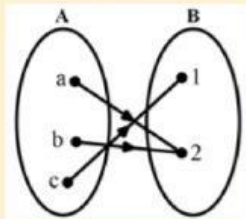


Bukan Fungsi atau Pemetaan karena ada anggota A yang tidak mempunyai pasangan dari anggota B serta ada anggota A yang mempunyai dua pasangan dari anggota B.



Merupakan **Fungsi atau Pemetaan** karena setiap anggota A dipasangkan tepat satu dengan anggota B, walaupun ada anggota B yang tidak mempunyai pasangan dari anggota A.

d.



Merupakan **Fungsi atau Pemetaan** karena setiap anggota A dipasangkan tepat satu dengan anggota B, walaupun ada anggota B yang mempunyai pasangan dari anggota A lebih dari satu. Contoh yang lainnya dapat dilihat pada tabel berikut:

No	Fungsi	Bukan Fungsi
1	<p>"anak dari"</p>	<p>"anak dari"</p> <p>Sebab: Andika memiliki 2 ibu Evi tidak memiliki ibu</p>
2	<p>"memiliki umur"</p>	<p>"memiliki umur"</p> <p>Sebab: Candra memiliki 2 umur Dian tidak memiliki umur</p>
3	<p>"memiliki ibu kota"</p>	

Contoh berikutnya:

Perhatikan himpunan pasangan berurutan berikut: Jika $A = \{1, 2, 3\}$

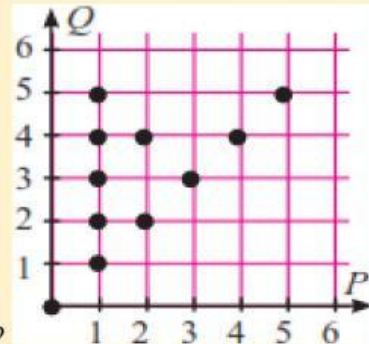
dan $B = \{a, b\}$

Selidikilah apakah himpunan pasangan berurutan relasi dari A ke B pada tabel berikut Fungsi atau Bukan Fungsi, berikan penjelasan!

Himpunan Pasangan Berurutan	Fungsi atau Bukan Fungsi
$\{(1,a), (1,b), (2,a), (3,b)\}$	Bukan Fungsi, sebab 1 memiliki 2 pasangan yaitu a dan b
$\{(1,a), (2,a), (3,a)\}$	Fungsi, sebab semua anggota A memiliki tepat 1 anggota di B
$\{(1,a), (3,b)\}$	Bukan Fungsi, sebab ada anggota A yang tidak memiliki pasangan (angka 2)
$\{(1,b), (2,a), (3,b)\}$	Fungsi, sebab semua anggota A memiliki tepat 1 anggota di B

Contoh berikutnya:

Perhatikan diagram Cartesius berikut:



1) Apakah relasi dari P ke Q merupakan Fungsi?

Bukan Fungsi, sebab ada anggota P yang memiliki lebih dari 1 pasangan.

2) Apakah relasi dari himpunan Nama Orang ke himpunan Jenis Olahraga merupakan Fungsi?

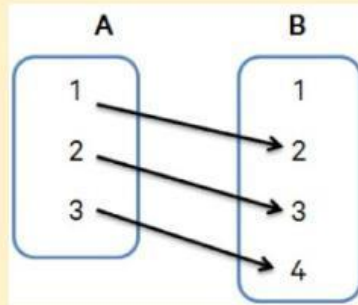


Fungsi, sebab semua anggota himpunan Nama Orang memiliki tepat 1 anggota di himpunan Jenis Olahraga.

Berikut istilah-istilah dalam fungsi/Pemetaan:

1. Notasi Fungsi,
2. Domain,
3. Kodomain, dan
4. Range

Misalkan, himpunan $A = \{1,2,3\}$ dan himpunan $B = \{1,2,3,4\}$. Fungsi $A \rightarrow B$ digambarkan sebagai berikut:



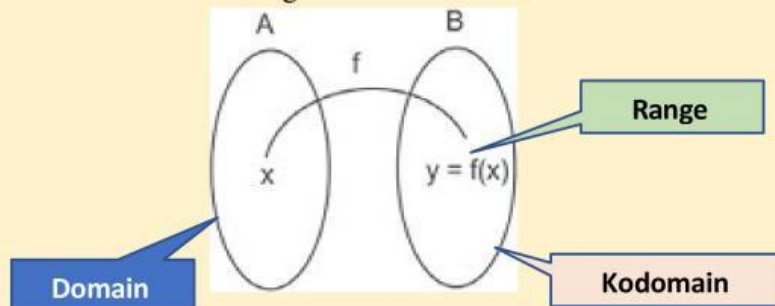
Maka, dari diagram panah di atas dapat disimpulkan:

Domain adalah $A = \{1,2,3\}$

Kodomain adalah $B = \{1,2,3,4\}$

Range fungsi = $\{2,3,4\}$

Kemudian Perhatikan gambar berikut ini.



Maka,

- Notasi Fungsi: $f: A \rightarrow B$
(dibaca fungsi f memetakan setiap anggota A ke himpunan B)
- Rumus fungsi:
 $f: x \rightarrow f(x)$ dengan $x \in A$ dan $f(x) \in B$
(dibaca fungsi f memetakan x dengan rumus $f(x)$)
- Domain (daerah asal) = himpunan A
- Kodomain (daerah kawan) = himpunan B
- Range (daerah hasil) = himpunan yang memuat $f(x)$

Contoh Soal:

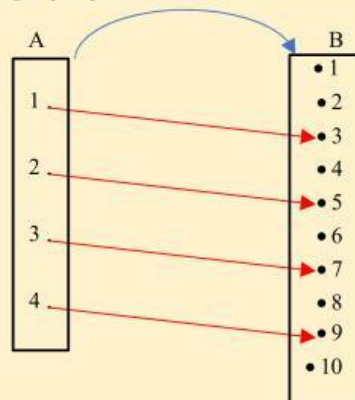
Diketahui $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ dan fungsi $f: A \rightarrow B$ dengan rumus $f(x) = 2x + 1$. Tentukan:

- a) Domain
- b) Kodomain
- c) Range

Penyelesaian:

- a) Domain = $\{1, 2, 3, 4\}$
- b) Kodomain = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- c) Range
 $f(x) = 2x + 1$
 $f(1) = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$
 $f(2) = 2(2) + 1 = 4 + 1 = 5$
 $f(3) = 2(3) + 1 = 6 + 1 = 7$
 $f(4) = 2(4) + 1 = 8 + 1 = 9$

Range = {3, 5, 7, 9}
 Diagram panah fungsi f , $f(x) = 2x + 1$



TUGAS (RELASI DAN FUNGSI)

1. Lengkapilah tabel berikut dengan himpunan pasangan berurutan yang merupakan fungsi dari $A = \{a, b\}$ ke $B = \{1, 2, 3\}$

1) $\{(a,1), (b,1)\}$
2) $\{(a,1), (b,2)\}$
3) $\{(a,1), (b,3)\}$
4) $\{(a,2), (b,1)\}$
5).....
6).....
7).....
8).....
9).....

2. Diketahui $P = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ dan $Q = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$.
 Jika dari P ke Q dihubungkan relasi “setengah dari”, maka:
 - a) Gambarkan diagram panah relasi dari P ke Q !
 - b) Apakah relasi dari P ke Q sebuah Fungsi? Jika fungsi tentukan rangenya.
3. Tuliskan 2 contoh fungsi yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari dan nyatakan dalam bentuk pasangan berurutan.