

MATEMATIKA TINGKAT LANJUT

Tujuan Pembelajaran:

1. Peserta didik dapat menentukan nilai limit fungsi aljabar secara intuitif
2. Peserta didik dapat menentukan nilai limit fungsi aljabar dengan metode substitusi dan pemfaktoran

Petunjuk:

1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 4 orang
2. Baca dan pahami serta kerjakan setiap kegiatan yang tersedia
3. Diskusikan setiap masalah / soal dengan anggota kelompok
4. Mintalah bimbingan dari Guru apabila mengalami kesulitan

Kegiatan 1

(Pahami setiap uraian berikut)

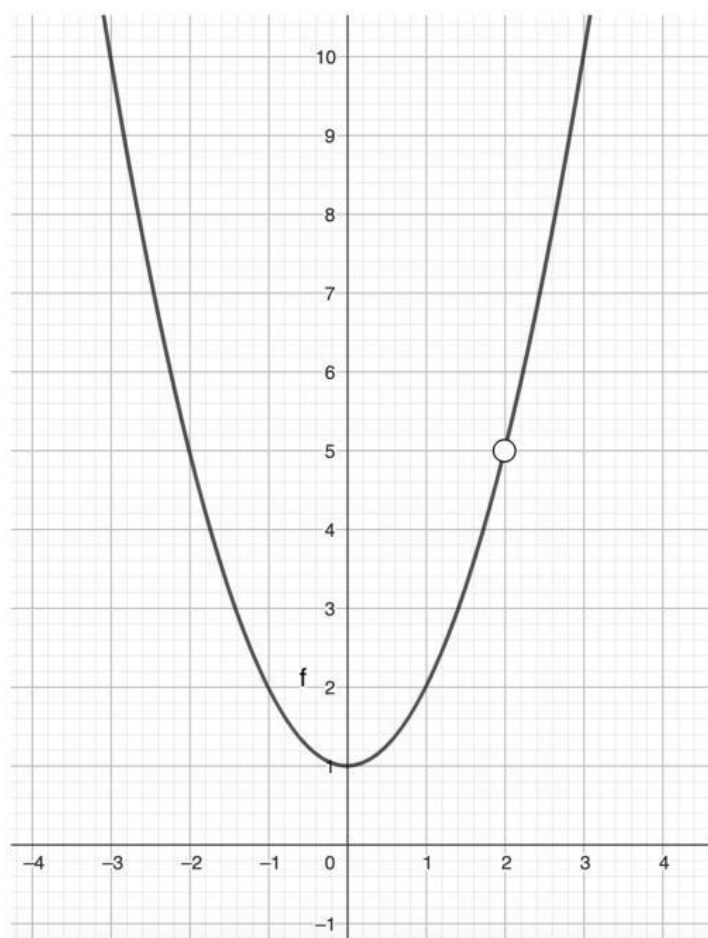
Konsep Limit Fungsi Aljabar

Masalah 1

Diberikan fungsi $f(x) = x^2 + 1$. Nilai fungsi $f(x) = x^2 + 1$ disekitar $x = 2$ disajikan dalam tabel berikut:

x	1,8	1,9	1,99	1,999	$\rightarrow$	2	$\leftarrow$	2,0001	2,001	2,01
$f(x)$	4,24	4,61	4,9601	4,996001		...		5,00040001	5,004001	5,0401

Grafik fungsi $f(x) = x^2 + 1$ adalah sebagai berikut:



Perhatikan informasi yang tersedia pada tabel dan grafik fungsi, jawablah pertanyaan berikut:

1. Berapakah nilai $f(x)$ untuk x mendekati 2 tetapi tidak sama dengan 2?

Jawab:

Kesimpulan:

Dalam model matematika, nilai $f(x)$ untuk x mendekati 2 tetapi tidak sama dengan 2 adalah menuju ke sehingga nilai limitnya ada dan ditulis sebagai

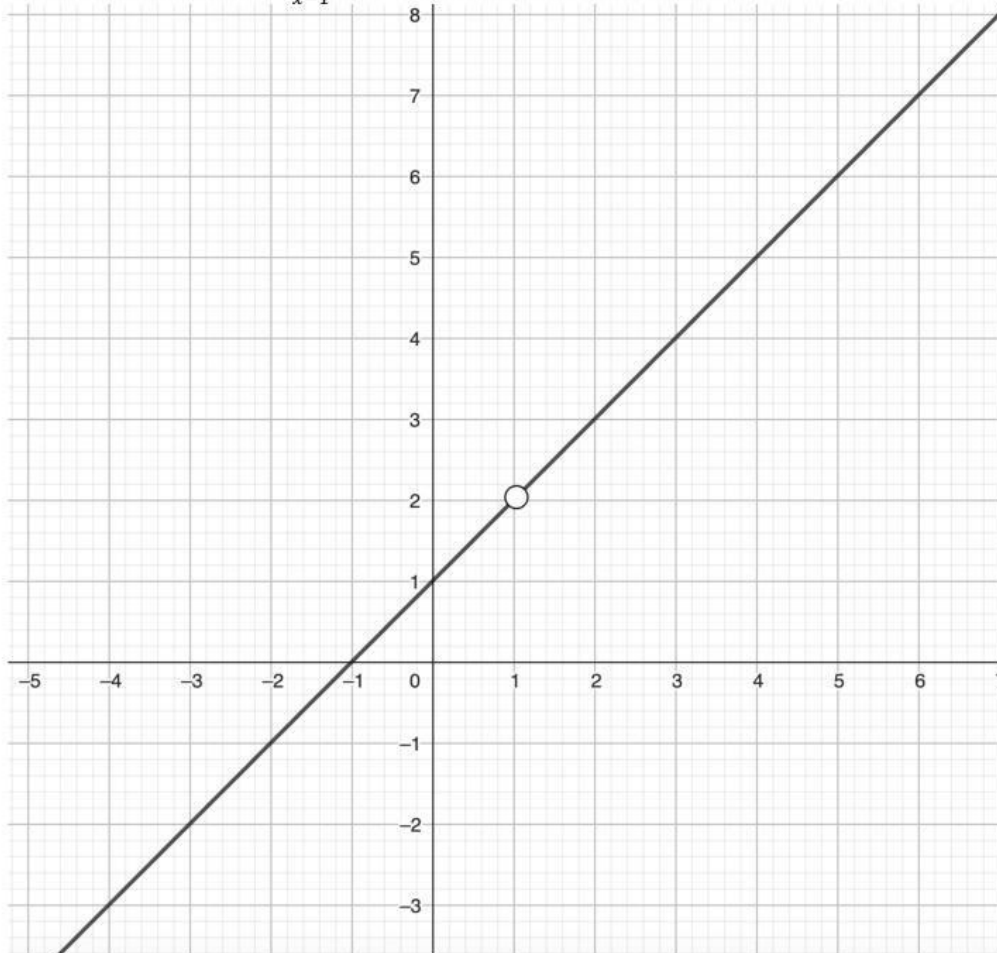
$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x)) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1) = \dots$$

Masalah 2

Diketahui fungsi $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}, x \neq 1$. Nilai fungsi $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}, x \neq 1$ disekitar $x = 1$ disajikan pada tabel berikut:

x	0,9	0,99	0,999	0,9999	$\rightarrow$	1	$\leftarrow$	1,0001	1,001	1,01	1,1
$g(x)$	1,9	1,99	1,999	1,9999				2,0001	2,001	2,01	2,1

Grafik fungsi $g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}, x \neq 1$ adalah sebagai berikut



Perhatikan informasi yang tersedia pada tabel dan grafik fungsi, jawablah pertanyaan berikut:

1. Berapakah nilai $g(x)$ untuk x mendekati 1 tetapi tidak sama dengan 1?

Jawab:

Kesimpulan:

Dalam model matematika, nilai $g(x)$ untuk x mendekati 1 tetapi tidak sama dengan 1 adalah menuju ke , sehingga nilai limitnya ada dan ditulis sebagai

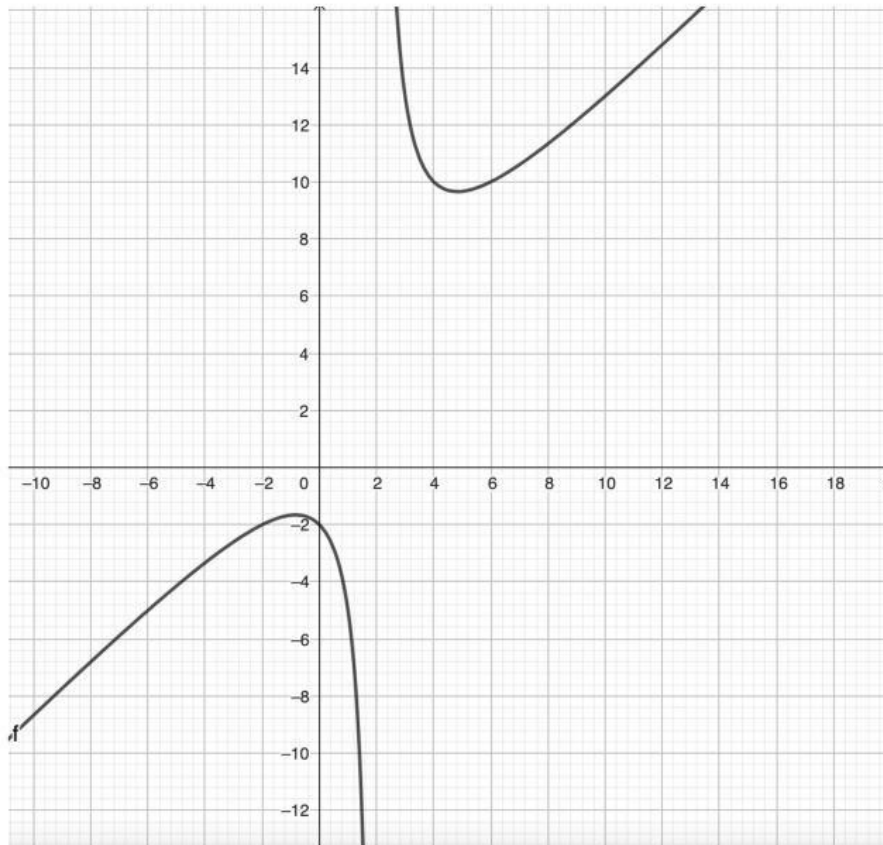
$$\lim_{x \rightarrow 1} (g(x)) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 1}{x - 1} \right) = \dots$$

Masalah 3

Diketahui fungsi $h(x) = \frac{x^2+4}{x-2}, x \neq 2$. Nilai fungsi $h(x) = \frac{x^2+4}{x-2}, x \neq 2$ di sekitar $x = 2$ disajikan pada tabel berikut:

x	1,8	1,9	1,99	1,999	$\rightarrow$	2	$\leftarrow$	2,001	2,01	2,1	2,2
$h(x)$	-362	-761	-796	-7996		...		8004,001	804,01	84,1	44,2

Grafik fungsi $h(x) = \frac{x^2+4}{x-2}, x \neq 2$ adalah sebagai berikut:



Perhatikan informasi yang tersedia pada tabel dan grafik fungsi, jawablah pertanyaan berikut:

1. Berapakah nilai $h(x)$ untuk x mendekati 2 tetapi tidak sama dengan 2?

Jawab:

Kesimpulan:

Dalam model matematika, nilai $g(x)$ untuk x mendekati 2 tetapi tidak sama dengan 2 adalah tidak menuju ke suatu nilai, sehingga nilai limitnya tidak ada dan ditulis sebagai

$$\lim_{x \rightarrow 2} (h(x)) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 + 4}{x - 2} \right) = \text{Tidak Ada}$$

Kegiatan 2

(Pahami setiap uraian berikut)

Cara Menentukan Nilai Limit Fungsi Aljabar

Metode Substitusi

Contoh:

Tentukan nilai limitnya

1. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x + 5)$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x + 5) = 3(1) + 5 = 8$$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x + 1)$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x + 1) = (2)^2 - 3(2) + 1 = 4 - 6 + 1 = -1$$

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} \right)$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} \right) = \frac{(3)^2 - 5(3) + 6}{3 - 3} = \frac{9 - 15 + 6}{0} = \frac{0}{0} \quad (\text{Bentuk Tak tentu, sehingga harus menggunakan metode lain yaitu pemfaktoran})$$

Metode Faktorisasi

Contoh:

Tentukan nilai limitnya

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} \right)$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{(x - 3)(x - 2)}{x - 3} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} (x - 2) = 3 - 2 = 1$$

2. $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2 - 4}{x + 2} \right)$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2 - 4}{x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{(x + 2)(x - 2)}{x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow -2} (x - 2) = -2 - 2 = -4$$

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2} \right)$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{(x - 2)(2x + 1)}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} (2x + 1) = 2(2) + 1 = 5$$

4. $\lim_{x \rightarrow 16} \left(\frac{x - 16}{\sqrt{x} - 4} \right)$

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow 16} \left(\frac{x - 16}{\sqrt{x} - 4} \right) = \lim_{x \rightarrow 16} \left(\frac{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 4)}{\sqrt{x} - 4} \right) = \lim_{x \rightarrow 16} (\sqrt{x} + 4) = \sqrt{16} + 4 = 4 + 4 = 8$$

Kegiatan 3

(Kerjakan soal-soal berikut)

1. Perhatikan tabel nilai fungsi $f(x)$, $g(x)$ dan $h(x)$ sebagai berikut:

▪ Tabel nilai fungsi $f(x)$

x	-1,1	-1,01	-1,001	-1,0001	c	-0,9999	-0,999	-0,99	-0,9
$f(x)$	-5,2	-5,02	-5,002	-5,0002	...	-4,9998	-4,998	-4,98	-4,8

▪ Tabel nilai fungsi $g(x)$

x	1,9	1,99	1,999	1,9999	d	2,0001	2,001	2,01	2,1
$f(x)$	-0,2821	-0,2531	-0,2503	-0,2500	...	-0,2499	-0,2497	-0,2469	-0,2195

▪ Tabel nilai fungsi $h(x)$

x	2,9	2,99	2,999	2,9999	e	3,0001	3,001	3,01	3,1
$f(x)$	-174,1	-1794,01	-17994,001	-179994,0001	...	180006,0001	18006,001	1806,01	186,1

Tentukan **Benar** atau **Salah** untuk setiap pernyataan berikut!

Pernyataan	Benar	Salah
a. Nilai limit fungsi $g(x)$ untuk x mendekati d adalah -0,25		
b. Hasil penjumlahan c dan e adalah 4		
c. Nilai limit fungsi $h(x)$ untuk x mendekati e adalah 18		
d. Hasil dari $2c + d + e = e$		
e. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) + \lim_{x \rightarrow d} g(x) = -5,25$		

2. Diketahui fungsi $f(x) = x^2 + 2x$ dan $g(x) = \frac{x+13}{2-x}$.

Tentukan **Benar** atau **Salah** untuk setiap pernyataan berikut!

Pernyataan	Benar	Salah
a. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 8$		
b. $\lim_{x \rightarrow -3} g(x) = -2$		
c. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow -3} g(x) = 6$		

3. Diketahui $\lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{x^2 - 3x - 54}{x + 6} \right) = K$, $\lim_{x \rightarrow -5} \left(\frac{x^2 - 10x - 75}{x^2 - 25} \right) = L$ dan $\lim_{x \rightarrow 121} \left(\frac{x - 121}{\sqrt{x} - 11} \right) = M$.
Tentukan **Benar** atau **Salah** untuk setiap pernyataan berikut!

Pernyataan	Benar	Salah
a. $K = 15$		
b. $M = 22$		
c. $K + L + M = 3^2$		