

LEMBAR KEGIATAN PESERTA DIDIK 1 (LKPD 1)

TOPIK : LIMIT FUNGSI ALJABAR

• Pendahuluan

Sebelum belajar pada materi ini ingat kembali mengenai nilai fungsi dengan menjawab soal-soal berikut

1. Jika fungsi $f(x) = 2x + 5$, maka nilai dari $f(3)$ adalah
2. Diketahui fungsi $f(x) = x^2 - 5$. Tentukan nilai $f(-1)$
3. Diketahui fungsi $f(x) = 2x^2 - 5x + 10$. Tentukan nilai dari $f(2)$

Sebelum belajar pada materi ini ingat kembali mengenai pemfaktoran bentuk aljabar dengan menjawab soal-soal berikut

1. $x^2 - 6x - 8$
2. $x^2 - 49$
3. $x^3 - 8$

• Kegiatan Inti

KEGIATAN BELAJAR 1 : PENGERTIAN LIMIT SECARA INTUITIF

Permasalahan 1

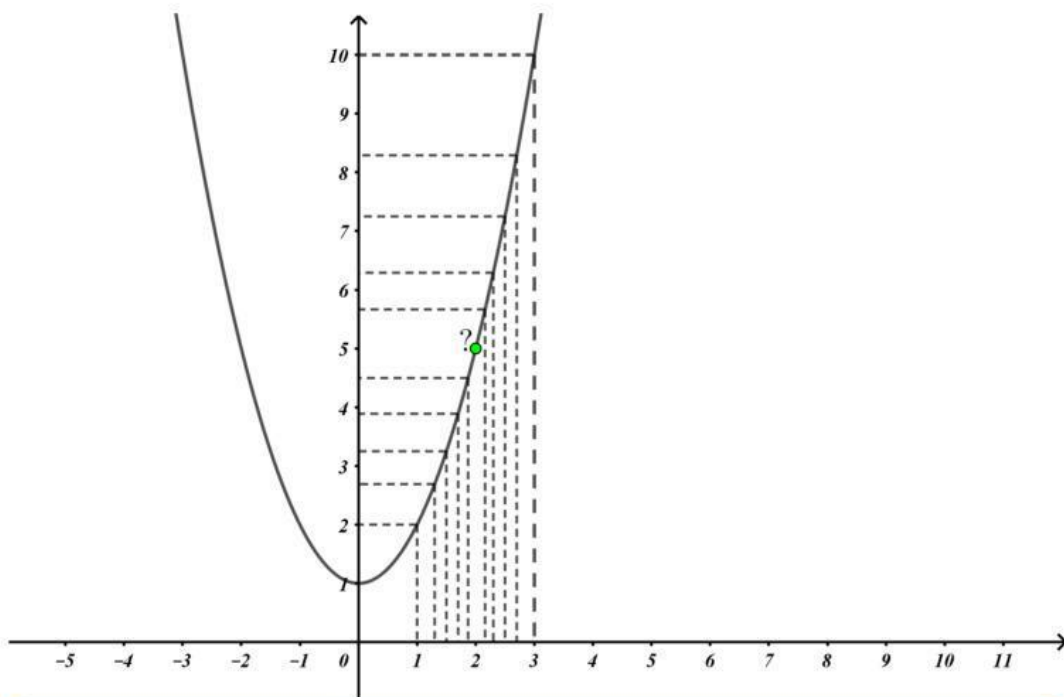
Diberikan fungsi $f(x) = x^2 + 1$, jika dipilih nilai x mendekati nilai $x = 2$ tetapi tidak sama dengan 2, berapa nilai fungsi $f(x) = x^2 + 1$ untuk x dekat ke 2, baik dari kanan maupun dari kiri. Tulislah pada tabel yang sudah disediakan.

x	1,8	1,9	1,99	$\rightarrow$	?	$\leftarrow$	2,01	2,1	2,2
$f(x)$	...	...	...		...		...	...	...

Pada tabel hasil pengamatan kalian, jika dipilih x lebih dekat lagi dengan 2, bagaimana dengan nilai fungsi $f(x)$ nya? Jelaskan dugaanmu?

x	1,999	1,9999	...	...	...	2,0001	2,001
$f(x)$	...	...	...	...	...	...	...

Coba bandingkan dengan grafik di bawah ini, bagaimana nilai fungsi $f(x) = x^2 + 1$, untuk x lebih dekat lagi ke 2 tetapi tidak sama dengan 2?



Apa yang dapat kalian simpulkan tentang nilai $f(x)$ jika nilai x mendekati 2?

Permasalahan 2

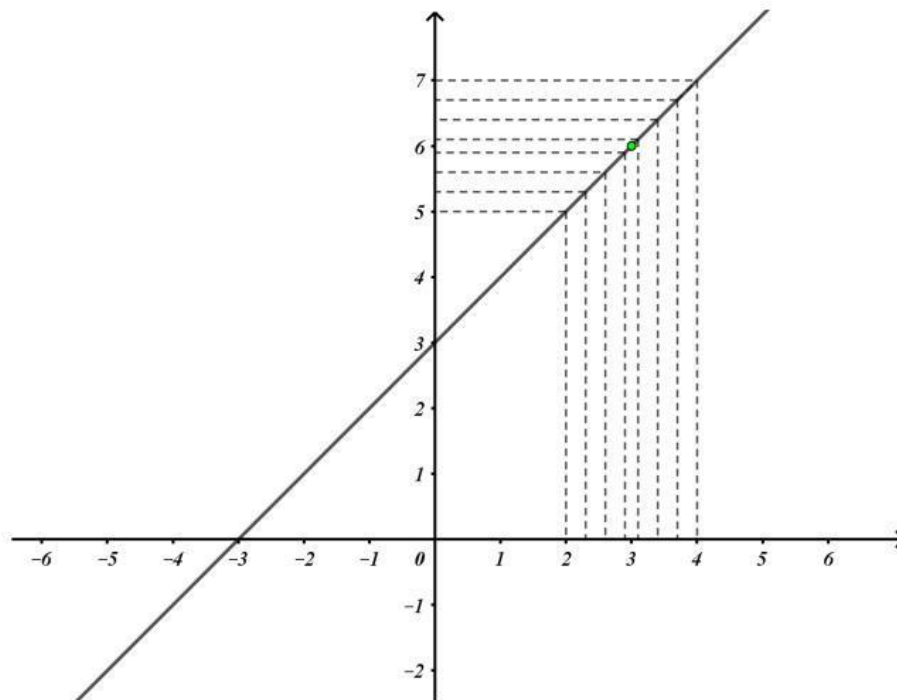
Dari hasil dugaanmu, berapa nilai fungsi $g(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$, untuk nilai x mendekati 3?

Coba sekarang hitung dengan menggunakan tabel, Jika dipilih nilai x mendekati ke 3 tetapi tidak sama dengan 3, berapa nilai fungsi $g(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$ untuk x mendekati ke 3, baik dari kanan maupun dari kiri. Apakah mempunyai hasil yang sama dengan dugaanmu?

x	2,5	2,9	2,99	$\rightarrow$	?	$\leftarrow$	3,01	3,1	3,5
$g(x)$	...	...	...		...		...	...	...

Pada tabel hasil pengamatan kalian, jika dipilih x lebih dekat lagi dengan 3, bagaimana dengan nilai fungsi $g(x)$ nya? Jelaskan dugaanmu?

Dari hasil pengamatan kalian, coba bandingkan dengan grafik di bawah ini!



Jika x dipilih semakin dekat lagi ke 3 tetapi tidak sama dengan 3, Bagaimana nilai fungsi $g(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$?

Apakah fungsi $g(x)$ dapat disederhanakan ke bentuk lain? Coba faktorkan bagian pembilang dari fungsi tersebut dan kemudian tentukan nilai limitnya.

Apa yang dapat kalian simpulkan tentang nilai fungsi $g(x)$ jika nilai x nya mendekati 3?

Kesimpulan

Pengertian Limit Secara Intuitif

Limit $f(x)$ untuk x mendekati c , ditulis:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

Jika untuk setiap x yang cukup dekat dengan c , tetapi $x \neq c$, maka $f(x)$ mendekati L .

KEGIATAN BELAJAR 2 : MENENTUKAN NILAI LIMIT FUNGSI POLINOM DAN FUNGSI RASIONAL

Masalah 1

Tentukan nilai limit berikut	
$\lim_{x \rightarrow 3} 2x + 6$	$\lim_{x \rightarrow -1} x^2 - 6x + 3$
a. Metode Substitusi Langsung	a. Metode Substitusi Langsung
b. Merasionalkan bentuk fungsi	b. Merasionalkan bentuk fungsi

Masalah 2

Tentukan nilai limit berikut ini.	
$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$	$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$
a. Metode Substitusi Langsung	a. Metode Substitusi Langsung
b. Memfaktorkan	b. Memfaktorkan

Masalah 3

Tentukan nilai limit berikut	
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$	$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{6}}{x - 6}$
c. Metode Substitusi Langsung	c. Metode Substitusi Langsung
d. Merasionalkan bentuk fungsi	d. Merasionalkan bentuk fungsi

Kesimpulan:

1. Bentuk umum polinom:

$$f(x) = a_n x^n + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0 \text{ dengan } a_i \in \mathbb{R}$$

Pada limit fungsi untuk fungsi polinom dapat diselesaikan dengan metode substitusi langsung nilai limitnya.

2. Bentuk umum fungsi rasional :

$$V(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Pada limit fungsi untuk fungsi polinom dapat diselesaikan dengan beberapa manipulasi aljabar sebagai berikut:

a. Metode Substitusi langsung

Pada dasarnya untuk mencari nilai limit suatu fungsi misalnya untuk x mendekati a maka nilai limit fungsi tersebut dapat diperoleh dengan cara mensubstitusikan nilai $x = a$ pada fungsi tersebut. (Lihat **Masalah 1**)

b. Metode Pemfaktoran

Untuk kasus fungsi yang seperti **Masalah 2** dimana setelah disubstitusikan nilai $x = a$ hasilnya menunjukkan kondisi $\frac{0}{0}$ maka metode substitusi tidak dapat digunakan. Sebagai gantinya, untuk mencari nilai limit fungsi seperti di atas harus metode pemfaktoran. Metode pemfaktoran pada dasarnya sama dengan metode substitusi yaitu dengan mensubstitusikan nilai $x = a$ ke dalam fungsi yang akan dicari nilai limitnya. Bedanya, sebelum mensubstitusikan nilai $x = a$, fungsi harus terlebih dahulu disederhanakan dengan cara menghilangkan faktor penyebab nilai fungsi menjadi $\frac{0}{0}$. Hal ini dapat dilakukan dengan cara memfaktorkan masing-masing pembilang dan penyebut fungsi.

c. Metode Mengalikan dengan Faktor Sekawan

Semua nilai limit pada **Masalah 3** apabila kita substitusikan nilai $x = a$ maka hasilnya menunjukkan kondisi $\frac{0}{0}$. Ini berarti metode substitusi tidak dapat digunakan untuk mencari nilai limit diatas. Untuk mencari nilai limit suatu fungsi dapat dilakukan dengan metode mengalikan dengan faktor sekawan dari pembilang dan penyebut fungsi yang akan di cari limitnya. Hal ini bertujuan agar fungsi tersebut dapat difaktorkan dan disederhanakan sehingga bisa dicari nilai limitnya dengan metode substitusi.

Latihan Soal 1

Setelah mempelajari materi di atas, Kerjakan soal - soal berikut ini.

Hitunglah nilai limitnya

1. $\lim_{x \rightarrow -1} (4x^3 + 5x^2 - 3x - 2)$
2. $\lim_{x \rightarrow 4} (x^3 - 5)$
3. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 2x^2 - 5)$
4. $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2x - 10)$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$
6. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 4x^2 + 5x + 1}{x^2 - 4}$
9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$
10. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 14x + 8}{x^2 - 3x - 4}$
11. $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{x^2 - 36} =$
12. $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{(t^3 - 8)}{t - 2} =$
13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 + 3} - 2} =$
14. $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5 - y} - \sqrt{5}}{y} =$
15. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} =$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x^2 - 49} =$
17. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{5x - 4} - \sqrt{x}} =$
18. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3 - \sqrt{x + 2}}{x - 7} =$
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{\sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 3}} =$
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} =$

