

Lembar Kerja Peserta Didik Elektronik

e-LKPD

MATEMATIKA

**DISUSUN OLEH :
M. ANDIK BADRUS SHAYAT**

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

KELAS X

Sekolah : SMK 3 PGRI Sidoarjo
Mapel : Matematika
Materi : Eksponen
Sub Materi : Pertumbuhan dan
perluruhan
Alokasi Waktu : 60 menit

CP DAN PETUNJUK BELAJAR



Capaian Pembelajaran

- Memahami konsep fungsi eksponen serta aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari
- Menganalisis masalah terkait pertumbuhan dan peluruhan eksponensial
- Menyelesaikan soal-soal kontekstual berbasis literasi matematika dengan berpikir kritis
- Menunjukkan sikap percaya diri dan tanggung jawab selama pembelajaran berlangsung



Petunjuk Belajar

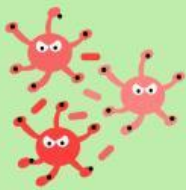
1. Bacalah setiap petunjuk dan soal dengan saksama.
2. Tonton video atau dengarkan audio jika disediakan sebelum menjawab.
3. Kerjakan soal secara mandiri dan jujur.
4. Gunakan kalkulator jika diperlukan untuk menghitung hasil.
5. Jawaban otomatis diperiksa oleh sistem untuk soal objektif, dan secara manual oleh guru untuk soal uraian.

MATERI

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

EKSPONEN

Eksponen dalam Kehidupan Sehari-hari



Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menjumpai situasi di mana suatu hal berkembang sangat cepat dalam waktu singkat. Misalnya, jumlah bakteri yang menggandakan diri setiap jam, pertumbuhan penduduk, atau nilai uang yang terus bertambah karena bunga majemuk di bank. Semua proses ini dapat dijelaskan menggunakan konsep eksponen.



Apa itu Eksponen?

Eksponen adalah bentuk pendek dari operasi perkalian berulang. Jika kita memiliki suatu bilangan dan kita mengalikan bilangan itu dengan dirinya sendiri beberapa kali, maka kita sedang melakukan operasi eksponen. Misalnya:



$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \quad \text{Sebanyak (n) kali}$$

Keterangan :

a = bilangan pokok (basis), yakni bilangan yang dikalikan

n = bilangan pangkat (basis), yang menyatakan berapa kali bilangan a dikalikan dengan dirinya sendiri

Syarat umum dalam eksponen :

a = bilangan real

n = bilangan bulat positif

Pertumbuhan Eksponen



Pertumbuhan eksponen menggambarkan situasi ketika sesuatu meningkat dengan sangat cepat karena setiap penambahan waktu menyebabkan nilainya berkembang kelipatan dari nilai sebelumnya. Fungsi pertumbuhan eksponensial biasanya dituliskan sebagai berikut.

$$f(x) = a^x \text{ dengan } a > 1$$

Contoh :

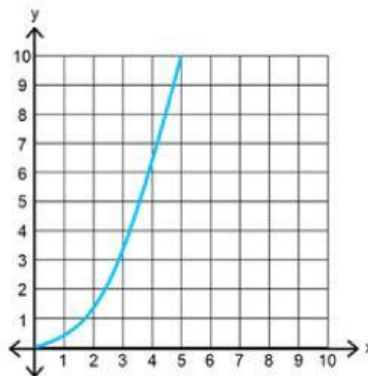
Misalnya, jika sebuah bakteri membelah menjadi dua setiap jam, dan kita mulai dengan satu bakteri, maka jumlah bakteri setelah x jam adalah:

$$f(x) = 2^x$$

- Setelah 1 jam : $f(1) = 2^1 = 2$
- Setelah 2 jam : $f(2) = 2^2 = 4$
- Setelah 3 jam : $f(3) = 2^3 = 8$
- dan seterusnya.

Visualisasi konteks :

Grafik pertumbuhan eksponen memiliki bentuk kurva naik tajam, menunjukkan bahwa semakin lama waktu berjalan, semakin cepat nilai bertambah. Ini mencerminkan bahwa proses pertumbuhan eksponen bukan hanya cepat, tetapi semakin cepat dari waktu ke waktu.



Grafik pertumbuhan eksponen

Peluruhan Eksponen

Peluruhan Eksponen dalam Kehidupan Nyata

Tidak semua hal dalam hidup kita bertambah. Banyak hal justru mengalami penurunan atau penyusutan. Misalnya, kadar obat dalam tubuh manusia akan terus berkurang seiring waktu, nilai barang elektronik menyusut setiap tahun, atau zat radioaktif mengalami peluruhan. Proses ini disebut peluruhan eksponensial.

Pengertian Peluruhan Eksponen

Peluruhan eksponensial adalah proses di mana suatu nilai menurun secara konsisten dan proporsional terhadap besar nilai itu sendiri. Artinya, semakin kecil nilainya, semakin lambat laju penurunannya. Fungsi peluruhan eksponen dapat ditulis sebagai berikut.

$$f(x) = n \times a^x \text{ dengan } 0 < a < 1$$

Keterangan :

n = Nilai Awal

a = Faktor peluruhan (berupa desimal/
percahan)

x = Waktu atau pengulangan

Contoh :

Sebuah obat memiliki kadar 100 mg di dalam tubuh. Setiap 2 jam, kadar ini berkurang menjadi setengahnya. Maka, kadar obat setelah xxx jam dapat dihitung dengan:

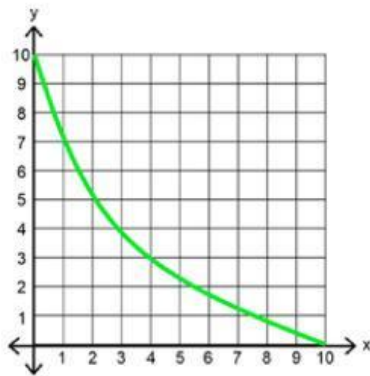
$$f(x) = 100 \times (0,5)^x$$

- Setelah 2 jam: $f(1) = 100 \times 0,5^1 = 50$ mg
- Setelah 4 jam: $f(2) = 100 \times 0,5^2 = 25$ mg
- Setelah 6 jam: $f(3) = 100 \times 0,5^3 = 12,5$ mg
- Dan seterusnya.

Visualisasi konteks :

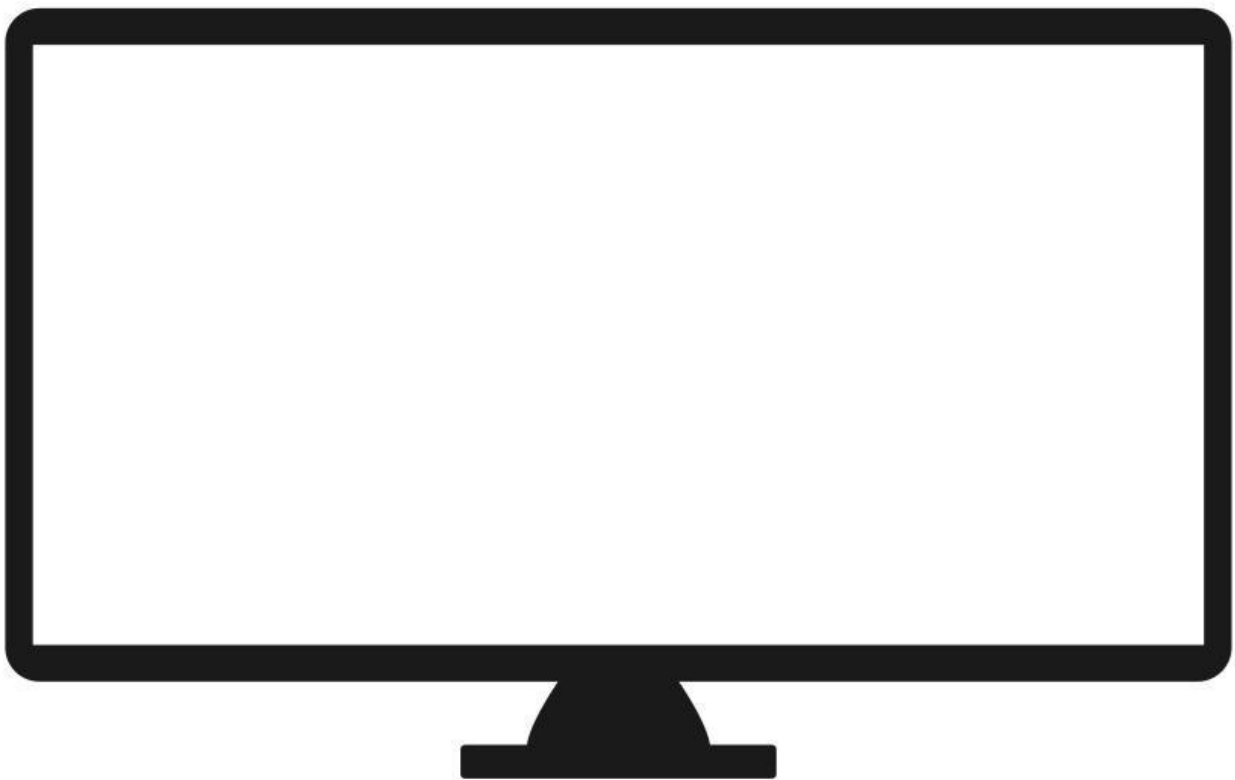
Grafik peluruhan eksponensial menunjukkan kurva turun yang melandai. Ini menunjukkan bahwa nilai berkurang dengan cepat di awal, namun lama-lama menjadi stabil mendekati nol.

☐ Peluruhan Eksponen



Grafik peluruhan eksponen

Vidio Pendukung



Sebagai bahan pendukung materi. Silahkan perhatikan vidio di atas.

CONTOH SOAL

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

STUDI KASUS



Desa Cempaka adalah desa yang indah dan dikenal akan Sungai Gading yang mengalir jernih membelah perkampungan. Namun, beberapa bulan terakhir, warga desa mulai mengeluh. Air sungai yang biasanya jernih kini berubah warna menjadi agak keruh kekuningan. Bau menyengat kadang muncul, dan beberapa ikan yang dibudidayakan warga mulai mati tanpa sebab yang jelas.

Dinas Lingkungan Hidup kabupaten setempat segera turun tangan dan melakukan penelitian air sungai. Hasilnya mengejutkan: ternyata pencemaran disebabkan oleh zat kimia bernama ZC-91, yaitu limbah industri dari pabrik tekstil di hulu sungai yang mengalami kebocoran pembuangan. ZC-91 termasuk zat berbahaya bagi ekosistem air karena sifat racunnya yang tinggi. Namun, zat ini memiliki satu keunggulan: secara alami akan terurai (mengalami peluruhan) setiap 3 hari sebanyak setengah dari konsentrasinya karena reaksi sinar matahari dan bakteri air.



Laporan awal menunjukkan bahwa pada hari pertama pemeriksaan, konsentrasi ZC-91 di Sungai Gading sebesar 80 mg/L, jauh di atas batas aman yaitu 5 mg/L. Jika tidak segera ditangani, ekosistem Sungai Gading bisa rusak parah dalam beberapa minggu ke depan.



Andi, siswa SMK kelas X yang sedang belajar tentang fungsi eksponensial, penasaran apakah zat ZC-91 bisa berkurang secara alami tanpa intervensi tambahan. Ia memutuskan untuk melakukan perhitungan matematika dan menyampaikan temuannya kepada warga dan perangkat desa. Ia ingin menunjukkan bagaimana ilmu matematika bisa digunakan untuk memahami masalah lingkungan nyata.

Interpretasi

- 1 Tuliskan tiga informasi penting dari studi kasus narasi di atas yang dapat digunakan untuk membuat model matematika peluruhan!

Informasi penting yang didapatkan pada narasi di atas adalah:

- Konsentrasi awal zat ZC-91: 80 mg/L
- Zat berkurang setengahnya setiap 3 hari
- Batas aman: 5 mg/L

- 2 Berapa batas maksimal konsentrasi zat ZC-91 agar air dikatakan aman?

Batas maksimal konsentrasi zat agar aor dikatakan aman adalah 5 mg/L

Analisis

- 3 Berdasarkan narasi di atas, bagaimana model matematika yang paling sesuai untuk menggambarkan peluruhan zat ZC-91?

$$f(x) = n \times a^x \text{ dengan } 0 < a < 1$$

Dengan:

n = Konsentrasi zat (80 mg/L)

a = pengurangan zat setiap 3 hari/siklus (0,5)

x = Waktu atau pengulangan siklus

Sehingga:

$$f(x) = 80 \times (0,5)^x$$

Evaluasi

- 4 Kira-kira pada hari ke berapa konsentrasi zat ZC-91 akan mencapai 5 mg/L atau kurang?

hari yang dibutuhkan agar konsentrasi zat ZC-91 mencapai 5 mg/L atau kurang, jika:

n = Konsentrasi zat (80 mg/L)

a = pengurangan zat setiap 3 hari/ 3 siklus (0,5)

Sehingga:

$$f(x) = 80 \times \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 5$$

Bagi kedua ruas dengan 80:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$$

Samakan bentuk pangkat:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

Sehingga:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$x \geq 4$$

Karena 1 siklus = 3 hari, sehingga pada hari ke-12 batas maksimal konsentrasi dikatakan aman.

Inferensi

- 5 Apakah dalam 15 hari air Sungai Gading akan aman? Jelaskan alasanmu!

Dalam waktu 15 hari, zat ZC-91 telah berkurang cukup banyak dan konsentrasi air sungai sudah di bawah batas aman 5 mg/L, sehingga air Sungai Gading dapat dinyatakan aman untuk lingkungan.

SOAL LATIHAN

STUDI KASUS 1



Seorang kreator konten pemula ingin mengembangkan akun media sosialnya. Pada awal bulan Januari, ia memiliki 100 pengikut. Setelah konsisten mengunggah konten menarik, ia menyadari bahwa jumlah pengikutnya cenderung bertambah pesat. Berdasarkan analisis data, jumlah pengikutnya dapat berlipat ganda setiap bulan. Kreator konten tersebut sangat termotivasi dan memiliki target untuk mencapai 800 pengikut agar ia bisa mulai menerima tawaran kolaborasi dari merek-merek kecil. Ia secara khusus ingin mendapatkan tawaran kolaborasi tersebut paling lambat pada bulan ke-2. Ia juga berencana untuk mengevaluasi progres akunnya pada akhir bulan ke-2 sejak Januari.

Interpretasi

- 1 Hubungkan informasi penting berikut ini yang dapat digunakan untuk menyusun model pertumbuhan eksponensial dari kasus di atas

Tarik garis pernyataan di bawah sesuai pasangannya

Jumlah pengikut awal (n) :

Setiap bulan

Laju pertumbuhan (a) =:

100 pengikut

Periode pertumbuhan :

Berlipat ganda (2)

Analisis

- 2 Pilih model pertumbuhan eksponensial yang paling tepat untuk menggambarkan pertumbuhan jumlah pengikut akun media sosial seorang kreator konten berdasarkan waktu dalam bulan.

Pilih dengan mengeklik kotak di samping model matematika yang paling sesuai

☐

$$f(x) = 100 \times 2^x$$

☐

$$f(2) = 100 \times x^2$$

☐

$$f(x) = 2 \times 100^x$$

☐

$$f(x) = 2 \times x^{100}$$

Evaluasi

- 3 Pada bulan seberapa jumlah pengikut akun media sosial akan mencapai 800, sesuai dengan target kreator konten?

Pilih yang sesuai pada kotak jawaban di bawah ini

Inferensi

- 4 Apakah ia berhasil mendapatkan tawaran kolaborasi sesuai target waktu yang diinginkan (yaitu paling lambat bulan ke-2)? Jika tidak berhasil, pada bulan seberapa seharusnya ia mendapatkan tawaran kolaborasi tersebut agar target pengikut 800 tercapai

Jelaskan jawabanmu pada kotak di bawah ini

SOAL LATIHAN

STUDI KASUS 2



Seorang perajin kain tradisional menggunakan zat pewarna alami yang diketahui akan meluruh (memudar) secara eksponensial seiring waktu dan paparan cahaya. Setelah proses pewarnaan awal, kadar intensitas warna pada kain adalah 256 unit. Dari penelitian yang pernah dilakukan, diketahui bahwa intensitas warna akan berkurang 50% setiap 3 bulan. Perajin ingin memastikan bahwa intensitas warna pada kain tidak turun di bawah 32 unit, karena di bawah itu warna akan terlihat sangat pudar dan tidak layak jual. Seorang pelanggan ingin membeli kain yang sudah jadi dan menggunakannya selama 9 bulan.

Interpretasi

- 1 Hubungkan informasi penting berikut ini yang dapat digunakan untuk menyusun model pertumbuhan eksponensial dari kasus di atas

Tarik garis pernyataan di bawah sesuai pasangannya

Nilai awal (n) :

$$x = \frac{t}{3}$$

Laju peluruhan (a) :

0,5

Periode peluruhan :

256 unit

Analisis

- 2 Pilih model matematika peluruhan eksponensial yang menggambarkan intensitas warna pada kain berdasarkan waktu (dalam bulan)!

Pilih dengan mengeklik kotak di samping model matematika yang paling sesuai

☐

$$f(x) = 0,5 \times 256^x$$

☐

$$f(2) = 256 \times 0,5^x$$

☐

$$f(256) = 256 \times 0,5^{\frac{t}{3}}$$

☐

$$f(x) = 256 \times 0,5^{\frac{t}{3}}$$

Evaluasi

- 3 Berapakah waktu (dalam bulan) yang dibutuhkan agar intensitas warna pada kain turun menjadi kurang dari 32 unit?

Pilih yang sesuai pada kotak jawaban di bawah ini

Inferensi

- 4 Apakah kain masih layak jual (intensitas warna tidak di bawah 32 unit) jika pelanggan menggunakannya selama 9 bulan? Jika tidak layak, seberapa lama pelanggan menggunakan kain tersebut hingga bulan keberapa agar intensitas warnanya masih dianggap layak jual?

Jelaskan jawabanmu pada kotak di bawah ini



Kalian telah berhasil menyelesaikan seluruh kegiatan dalam e-LKPD ini.

Semoga pengalaman belajar ini dapat meningkatkan pemahaman kalian dan melatih kemampuan berpikir kritis.

Teruslah semangat belajar dan jadilah generasi yang cerdas serta siap menghadapi tantangan masa depan!

