

MATERI 4

METODE PENYELESAIAN INTEGRAL





KEGIATAN 4



INTEGRAL TAK SELALU BISA LANGSUNG, KAPAN HARUS SUBSTITUSI? KAPAN PARSIAL?

Pernahkah kamu bingung memilih cara menyelesaikan soal integral? Kadang bentuk fungsinya tidak bisa diselesaikan langsung, tapi jika kita paham bentuknya secara intuisi, kita bisa menebak metode apa yang tepat. Nah, di bagian ini kita akan belajar mengenali kapan harus pakai substitusi dan kapan harus pakai parsial, cukup dengan melihat pola bentuk fungsi.



Metode Substitusi

Digunakan jika :

→ Fungsi punya bentuk dalam bentuk (misalnya : $(2x + 1)^4$)

→ Ada bagian fungsi yang turunannya muncul di bagian lain dari soal

Contoh : $\int (2x + 1)^4 \cdot 2dx$

Kenapa substitusi? karena turunan dari $2x+1$ adalah 2, dan itu ada di soal. Jadi bisa disubstitusi menjadi lebih sederhana.

Metode Parsial

Digunakan jika :

→ Soalnya adalah perkalian dua fungsi berbeda, seperti :

$$x \cdot (x + 1) \quad \text{dan} \quad x \cdot (x^2 + 3)$$

→ Fungsi tersebut bisa dipecah dulu, lalu diintegrasikan satu per satu

Contoh :

$$\int x(x + 1)dx$$

Kenapa parsial? karena $x \cdot (x + 1)$ bisa diubah dulu jadi bentuk yang lebih mudah :

$$x \cdot (x + 1) = x^2 + x$$



KEGIATAN 4



METODE APA YA ? LIHAT POLANYA, INGAT CARANYA!

Pernah mengerjakan soal integral yang bentuknya sedikit mirip? Sekarang saatnya kamu **menganalogikan!** Dengan melihat kesamaan antara soal yang baru dan soal yang pernah kamu kerjakan, kamu bisa menebak apakah lebih cocok diselesaikan dengan **substitusi** atau **parsial**. Yuk, kita pelajari caranya!



Pola soal sebelumnya	Soal baru yang serupa	Metode yang digunakan	Alasan
$\int (2x + 3)^4 dx$	$\int (5x - 1)^4 dx$	Substitusi	Sama-sama fungsi dalam fungsi (bentuk majemuk)
$\int x \cdot (x + 1)^2 dx$	$\int x \cdot (x - 4)^3 dx$	Parsial	Pola: x dikali fungsi polinomial berpangka



SIAPKAN STRATEGIMU DALAM MENYELESAIKAN INTEGRAL !

Terkadang soal integral bisa diselesaikan dengan cara yang berbeda. Supaya tidak bingung, kamu perlu **menyusun strategi**. Artinya, kamu harus tahu **cara mana yang paling cocok dipakai**, apakah **substitusi** atau **parsial**. Yuk, ikuti langkah-langkah mudah ini !

1. Lihat bentuk fungsinya

- Apakah ada bentuk seperti fungsi di dalam fungsi? Misalnya : $(2x + 1)^5$? kalau iya, cocok pakai **substitusi**.
- Kalau bentuknya perkalian dua fungsi berbeda, seperti $x \cdot \sqrt{x}$, maka cocok pakai **parsial**.

2. Ingat soal-soal yang mirip.

3. Pilih cara yang paling masuk akal.

- Substitusi kalau bisa ganti variabel jadi lebih mudah.
- Parsial kalau perlu pisahkan fungsi jadi dua bagian : yang bisa diturunkan dan diintegrasikan

4. Kerjakan perlahan sesuai metode yang dipilih.



KEGIATAN 4



PAKAI CARA YANG PAS! KENALI LANGKAH SUBSTITUSI DAN PARSIAL!

Sekarang saatnya kamu menyelesaikan integral dengan metode substitusi atau parsial. Yuk, ikuti langkah-langkahnya dengan urut dan teliti, supaya hasilnya benar!



INTEGRAL SUBSTITUSI

Definisi :

Integral substitusi merupakan salah satu teknik pengintegralan dengan cara mensubstitusikan (memasukan) variabel baru yang tepat, sehingga diperoleh bentuk fungsi baru yang lebih mudah diselesaikan.

Misalkan $u = g(x)$ dengan g adalah fungsi yang memiliki turunan,

maka berlaku $\frac{du}{dx} = g'(x)$ sehingga $du = g'(x) dx$, maka :

$$\int f[g(x)]g'(x)dx = \int f(u)du = F(u) + C = F[g(x)] + C$$

Contoh Soal :

$$\int (2x - 3)^4 dx$$

Penyelesaian

Misalkan : $u = 2x - 3 \rightarrow \frac{du}{dx} = 2$, maka $du = 2dx, dx = \frac{du}{2}$

$$\int (2x - 3)^4 dx = \int u^4 \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int u^4 du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} u^5 + C = \frac{1}{10} u^5 + C$$

$$= \frac{1}{10} (2x - 3)^5 + C$$

KEGIATAN 4



INTEGRAL PARSIAL

Definisi :

Teknik parsial adalah teknik penyelesaian integral dengan cara pemisalan karena komponen yang diintegrasikan memuat variabel yang sama namun berbeda fungsi.

$$\int f(x) \cdot g(x) dx = \int u dv = uv - \int v du$$

Contoh Soal :

$$\int x(x+3)^5 dx = \dots$$

Penyelesaian

Misalkan :

$$\begin{aligned} u &= x \Rightarrow du = dx \\ dv &= (x+4)^5 dx \Rightarrow v = \frac{1}{6}(x+4)^6 \\ \int x(x+4)^5 dx &= x \cdot \frac{1}{6}(x+4)^6 - \int \frac{1}{6}(x+4)^6 dx \\ &= \frac{1}{6}x(x+4)^6 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7}(x+4)^7 + C \\ &= \frac{1}{6}x(x+4)^6 - \frac{1}{42}(x+4)^7 + C \\ &= \frac{1}{42}(x+4)^6(7x - (x+4)) + C \\ &= \frac{1}{42}(x+4)^6(6x - 4) + C \end{aligned}$$

AYO CEK LAGI HASILNYA, SUDAH BENAR BELUM?



Setelah menyelesaikan soal integral dengan substitusi atau parsial, jangan langsung yakin jawabannya sudah benar. Kamu bisa **mengevaluasi** hasilnya dengan **menurunkannya kembali** atau melihat **apakah hasilnya masuk akal secara logika matematika**.

LATIHAN 4



- 1** Terkadang, kita tidak bisa langsung mengintegrasikan suatu fungsi. Di sinilah intuisi kamu diuji : cukup dengan melihat bentuk fungsinya, apakah kamu bisa menebak metode apa yang paling cocok? Yuk, coba soal berikut ini dan tunjukkan bahwa kamu bisa mengenali kebutuhan metode penyelesaiannya hanya dari bentuknya!

Perhatikan fungsi berikut :

$$\int (3x - 8)^5 dx$$



Metode yang paling tepat untuk menyelesaikan bentuk integral ini adalah

- 2** Pernah menyelesaikan soal serupa? Nah, sekarang coba hubungkan bentuk integral berikut dengan soal yang mirip yang pernah kamu kerjakan, lalu tentukan metode yang paling sesuai untuk menyelesaikannya :

$$\int x(x^2 + 3)^4 dx \rightarrow \text{Metode : } \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\int x^2(x^3 + 1)^3 dx \rightarrow \text{Metode : } \underline{\hspace{2cm}}$$



- 3** Untuk menyelesaikan soal integral dengan lebih efisien, kamu perlu menentukan metode yang paling sesuai berdasarkan bentuk fungsinya. Latih kemampuanmu mengembangkan strategi dengan memilih metode yang tepat untuk menyelesaikan soal berikut!



Fungsi : $\int x \cdot (x^2 + 1)^3 dx$

Metode manakah yang paling tepat digunakan?

- A. Substitusi B. Parsial
C. Tidak bisa diselesaikan dengan keduanya

Jelaskan alasanmu memilih metode tersebut !

LATIHAN 4



- 4** Kamu sudah tahu bentuk fungsinya, sekarang waktunya **menyelesaikan integral ini dengan benar ! Lengkapi langkah-langkah** metode substitusi sesuai urutannya, ya. Pastikan setiap langkahmu sesuai prosedur !

$$\int x(x^2 + 1)^3 dx$$



Langkah 1 :

Substitusi $\rightarrow u = \underline{\hspace{2cm}} \Rightarrow du = \underline{\hspace{2cm}}$

Langkah 2 :

Ubah menjadi $\int u^3 du = \underline{\hspace{2cm}}$

Langkah 3 :

Kembalikan ke x : $\underline{\hspace{2cm}}$

5 $\int x(x^2 + 1)^3 dx = \frac{1}{8}(x^2 + 1)^4 + C$



Evaluasikan hasil pengintegralan di atas, apakah benar ?

- A. Ya, karena hasil turunan balik sesuai
- B. Tidak, harusnya menjadi $\frac{1}{4}$
- C. Tidak bisa dihitung dengan substitusi
- D. Tidak, karena tidak ada batas integral

Misi Pencarian Kata

Dunia Integral



Kamu siap jadi detektif integral? Cari dan lingkari semua istilah penting yang tersembunyi dalam kotak huruf di bawah ini!

I	N	T	E	G	R	A	L	T	A	K	T	E	N	T	U
T	U	R	U	N	A	N	U	B	A	T	A	S	A	A	S
A	N	T	I	T	U	R	U	N	A	N	X	J	R	B	I
L	U	A	S	K	U	R	V	A	S	U	B	S	T	I	T
K	E	B	A	L	I	K	A	N	R	A	A	A	B	R	U
T	E	R	A	P	A	N	S	A	M	E	T	O	D	E	K
I	T	E	G	R	A	F	I	K	H	A	S	I	L	T	A
M	P	A	R	S	I	A	L	S	P	O	L	I	N	O	M
I	C	O	N	S	T	A	N	T	A	R	I	I	U	S	A
P	E	M	I	S	A	H	A	N	D	A	G	R	A	D	I
S	K	E	S	A	L	A	H	A	N	L	O	G	I	K	A
O	R	U	M	U	S	D	A	S	A	R	G	N	A	G	R
L	I	N	E	A	R	I	T	A	S	C	T	I	C	I	C
A	L	J	A	B	A	R	R	E	F	L	E	K	S	I	O
N	K	A	H	I	T	U	N	G	A	N	R	E	K	A	M
U	J	I	C	O	B	A	S	O	A	L	L	A	T	I	H



YUK REFLEKSI SEBENTAR ...

Apa hal baru yang kamu pelajari tentang integral dari kegiatan ini?

Bagian mana yang menurutmu paling menantang? Bagaimana kamu mengatasinya?

Apakah kamu merasa kemampuanmu dalam berpikir secara menyeluruh dan mengaitkan konsep semakin meningkat? Berikan contohnya!

Dari soal-soal yang sudah kamu kerjakan, adakah yang bisa kamu selesaikan dengan cara yang berbeda?

Jika kamu diminta menjelaskan kembali materi integral kepada temanmu, bagian mana yang paling kamu percaya diri untuk jelaskan?

DAFTAR PUSTAKA

Dwidja Purnomo, K., Ubaidillah, F., & Agustin, I. H. (2019). Kalkulus integral. Jember: UPT Percetakan & Penerbitan Universitas Jember. ISBN 978-623-7226-73-4.

Hernaeny, U., Nurrahmah, A., Indrawati, F., Panggabean, S., et al. (2021). Kalkulus Integral. Media Sains Indonesia.

Sudrajat, A. (2017). Matematika Wajib untuk SMA/MA Kelas XI. Jakarta: Penerbit Erlangga.

KERJA BAGUS, PEJUANG INTEGRAL !

Kamu sudah melewati tantangan demi tantangan dengan penuh semangat.

Kini saatnya bilang: **"Aku hampir menjadi Master Integral !"** 

Teruslah berpikir cerdas,
hubungkan, selesaikan, dan
taklukan soal berikutnya!





Haloo, nama saya

INA NOVIANI



ABOUT ME



Saya lahir di Serang, 27 November 2001. Saat ini, penulis merupakan mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Serang Raya.

Kecintaannya terhadap dunia pendidikan mendorong penulis untuk terus berinovasi dalam proses pembelajaran, salah satunya dengan mengembangkan LKPD berbasis Liveworksheet sebagai media pembelajaran yang interaktif dan menyenangkan.

Melalui LKPD ini, Penulis berharap LKPD ini dapat memberikan kontribusi positif dalam meningkatkan kemampuan berpikir integratif siswa serta mendukung pembelajaran matematika yang bermakna.

MY MOTO



"Belajar bukan tentang seberapa cepat kita paham, tapi tentang seberapa konsisten kita berusaha."

