

Nama: _____

Lembar Kerja Siswa

TRANSFORMASI GEOMETRI PADA BIDANG KARTESIUS

Matematika Kelas XI



TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Peserta didik dapat menentukan hasil translasi pada suatu titik dengan benar
2. Peserta didik dapat menentukan hasil refleksi pada suatu titik dengan benar
3. Peserta didik dapat menentukan hasil rotasi pada suatu titik dengan benar
4. Peserta didik dapat menentukan hasil dilatasi pada suatu titik dengan benar

PETUNJUK

1. Berdoalah sebelum mengerjakan.
2. Tulis nama dengan lengkap.
3. Pahami materi terlebih dahulu sebelum menjawab soal
4. Kerjakan dengan teliti dan tidak perlu terburu-buru
5. Tanyakan hal-hal yang kurang jelas pada gurumu



MATERI

TRANSLASI (PERGESERAN)

1. **Translasi (pergeseran)** adalah transformasi yang memindahkan titik-titik pada bidang dengan arah dan jarak tertentu.
2. Titik $A(x, y)$ ditranslasikan oleh $T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ menghasilkan bayangan $A'(x', y')$ ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}} A'(x', y')$$

3. Bentuk persamaan matriks translasi : $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$
4. $T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ disebut komponen translasi, a merupakan pergeseran secara horizontal dan b merupakan pergeseran secara vertikal.
5. Titik A' disebut bayangan titik A yang telah ditransformasi.

DILATASI (PERKALIAN)

1. **Dilatasi** adalah transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu terhadap suatu titik tertentu. Faktor pengali tertentu disebut faktor dilatasi atau faktor skala dan titik tertentu disebut pusat dilatasi
2. Dilatasi dinotasikan dengan $D(P, k)$ dimana P merupakan pusat dilatasi dan k merupakan faktor skala
3. **Jenis-jenis dilatasi berdasarkan titik pusat**
Misalkan koordinat titik asal $A(x, y)$ akan didilatasikan dengan faktor skala k terhadap pusat $(0, 0)$ dan pusat (a, b) akan menghasilkan bayangan sebagai berikut

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
$(0, 0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a, b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

MATERI

REFLEKSI (PENCERMINAN)

1. **Refleksi (pencerminan)** adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan M_a dengan a merupakan sumbu cermin.
2. **Sifat-sifat Refleksi:**
 1. Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
 2. Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap cermin
 3. Garis-garis yang terbentuk antara titik-titik asal dengan titik-titik bayangan akan saling sejajar
3. **Jenis-jenis refleksi**

Misalkan koordinat titik asal $A(x, y)$ akan direfleksikan terhadap sumbu X, sumbu Y, titik asal O (0,0), garis $y = x$, garis $y = -x$, garis $x = h$, garis $y = k$, dan garis $y = x \tan \alpha$ akan menghasilkan bayangan sebagai berikut

efleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu X	$A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu Y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal O (0,0)	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $x = h$	$A'(2h - x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2h \\ 0 \end{pmatrix}$
Garis $y = k$	$A'(x, 2k - y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2k \end{pmatrix}$

MATERI

ROTASI (PERPUTARAN)

1. **Rotasi** adalah transformasi yang memindahkan titik-titik dengan cara memutar titik-titik tersebut sejauh α terhadap suatu titik tertentu.
2. Rotasi pada bidang datar ditentukan oleh :
 1. Titik pusat rotasi
 2. Besar sudut rotasi
 3. Arah sudut rotasi
 - a. Jika **arah rotasi** diputar **searah jarum jam** maka besar sudut rotasi negatif ($-\alpha$)
 - b. Jika **arah rotasi** diputar **berlawanan jarum jam** maka besar sudut rotasi positif (α)
3. Rotasi dinotasikan dengan $R(P, \alpha)$ dimana P merupakan pusat rotasi dan α besar sudut rotasi.
4. **Jenis-jenis rotasi berdasarkan titik pusat**
Misalkan koordinat titik asal $A(x, y)$ akan dirotasikan dengan besar sudut α terhadap pusat $(0, 0)$ dan pusat (a, b) akan menghasilkan bayangan sebagai berikut

Titik Pusat	Persamaan Matriks Transformasi
$(0, 0)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
(a, b)	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$



MATERI TAMBAHAN

 TRANSLASI





MATERI TAMBAHAN

 REFLEKSI



MATERI TAMBAHAN

Q ROTASI





MATERI TAMBAHAN

 DILATASI



PENUGASAN

Jawablah pertanyaan-pertanyaan dengan benar

1. Diketahui titik $P'(4,-12)$ adalah bayangan titik P oleh translasi $T = (-9,8)$ Koordinat titik P adalah ...
 - A. $(13,-20)$
 - B. $(13,-4)$
 - C. $(4, 20)$
 - D. $(-5,-4)$
2. Hasil bayangan titik $A(3,5)$ oleh translasi $T(-2, 4)$ adalah
 - A. $A'(5, 1)$
 - B. $A'(1, 9)$
 - C. $A'(7, -1)$
 - D. $A'(7, 3)$
3. Titik $A(3,-5)$ dicerminkan terhadap titik asal $(0,0)$. Koordinat bayangan titik A adalah ...
4. Titik $P(5,-4)$ dicerminkan terhadap garis $y = x$. Koordinat bayangan titik P adalah
5. Titik $Q(-3,7)$ dicerminkan terhadap garis $y = -x$. Koordinat bayangan titik Q adalah
6. koordinat titik asal pada titik $B'(5,2)$ setelah direfeksi terhadap garis $x = 3$ adalah
7. Cocokkan dengan titik asal hasil bayangan pada rotasi sebesar 90° dan berpusat $(0, 0)$

$(3,1)$

$(-5, -1)$

$(-2,3)$

$(1, -5)$

$(-1,3)$

$(-3,-2)$



PENUGASAN

Jawablah pertanyaan-pertanyaan dengan benar

8. Titik $D(6, 3)$ dirotasikan sebesar 270° terhadap titik pusat $(2, 4)$. Hasil rotasi titik D adalah ...
9. Manakah bayangan titik $A(-5, 2)$ yang benar setelah dilatasi terhadap pusat $(3, 4)$ dan faktor skala -3 ?
- ☐ $(27, 10)$
- ☐ $(-27, 10)$
- ☐ $(9, 27)$
10. Manakah pernyataan di bawah ini yang benar pada kasus dilatasi titik $R(2, -3)$ dengan faktor skala 3 terhadap titik pusat $(1, -2)$?
- ☐ Titik tersebut akan berubah posisi dan ukurannya
- ☐ Titik tersebut tidak mengalami perubahan sama sekali
- ☐ Perubahan titik R yang terjadi adalah $(7, -5)$