



โรงเรียนกุหลาบวิทยา

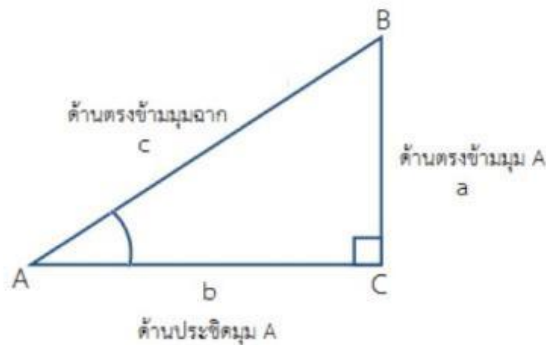
เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ม.2/___ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

ชื่อ _____ เลขที่ _____

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometric Ratio) หมายถึง อัตราส่วนของความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี ACB เป็นมุมฉาก ถ้าพิจารณามุม A จะได้ว่า

1. ด้าน _____ เรียก ด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว _____ หน่วย
2. ด้าน _____ เรียก ด้านตรงข้ามมุม A ยาว _____ หน่วย
3. ด้าน _____ เรียก ด้านประชิดมุม A ยาว _____ หน่วย

ไซน์ (sine) ของมุม A เขียนแทนด้วย $\sin A$

$$\sin A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

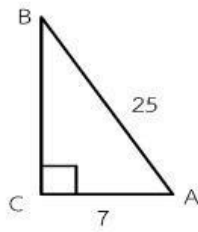
โคไซน์ (cosine) ของมุม A เขียนแทนด้วย $\cos A$

$$\cos A = \frac{\text{ด้านประชิดมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

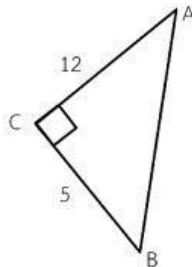
แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A เขียนแทนด้วย $\tan A$

$$\tan A = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ด้านประชิดมุม A}}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ของมุม A และมุม B จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้

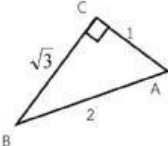
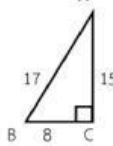
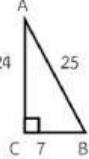
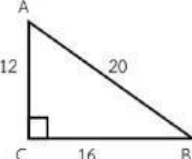
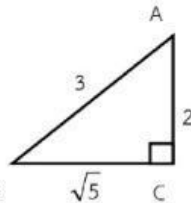
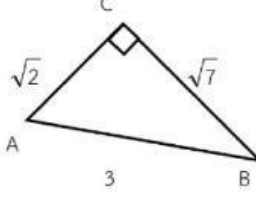
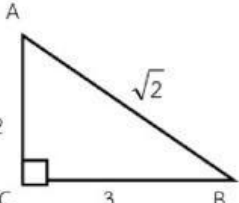


ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ของมุม A และมุม B จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้

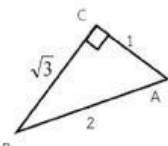
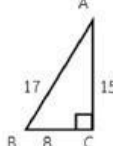


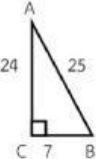
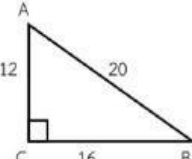
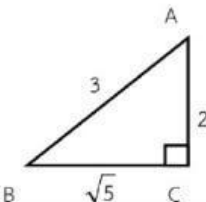
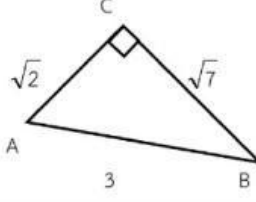
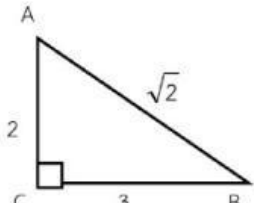
แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงหาค่าไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ของมุมที่กำหนดให้ จากรูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้

1)  $\sin A = \text{---}$ $\sin B = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$ $\cos B = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$ $\tan B = \text{---}$	2)  $\sin A = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$ $\sin B = \text{---}$ $\cos B = \text{---}$ $\tan B = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$
3)  $\cos B = \text{---}$ $\tan B = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$ $\sin A = \text{---}$ $\sin B = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$	4)  $\tan B = \text{---}$ $\sin A = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$
5)  $\cos B = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$ $\sin B = \text{---}$	6)  $\sin B = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$
7)  $\sin B = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$	

2. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้อง

1)  $\sin A = \text{---}$ $\sin B = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$ $\cos B = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$ $\tan B = \text{---}$	2)  $\sin A = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$ $\sin B = \text{---}$ $\cos B = \text{---}$ $\tan B = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$
---	---

3)  $\cos B = \text{---}$ $\tan B = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$ $\sin A = \text{---}$ $\sin B = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$	4)  $\tan B = \text{---}$ $\sin A = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$
5)  $\cos B = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$ $\sin B = \text{---}$	6)  $\sin B = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$
7)  $\sin B = \text{---}$ $\cos A = \text{---}$ $\tan A = \text{---}$	8.

อัตราส่วนตรีโกณมิติอื่น

โคเซแคนต์ (cosecant) ของมุม A เขียนแทนด้วย cosec A หรือ csc A

cosec A = _____

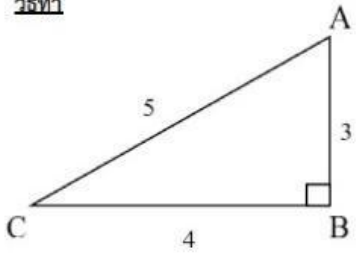
เซแคนต์ (secant) ของมุม A เขียนแทนด้วย sec A

sec A = _____

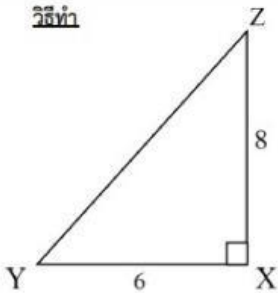
โคแทนเจนต์ (cotangent) ของมุม A เขียนแทนด้วย cot A

cot A = _____

ตัวอย่างที่ 3 รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม C เป็นมุมฉากดังรูป จงหา

<u>วิธีทำ</u> 	$\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\operatorname{cosec} A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sec A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cot A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sin B = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$ $\tan B = \underline{\hspace{2cm}}$ $\operatorname{cosec} B = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sec B = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cot B = \underline{\hspace{2cm}}$
--	--

ตัวอย่างที่ 4 รูปสามเหลี่ยม XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม X เป็นมุมฉากดังรูป จงหา

<u>วิธีทำ</u> 	$\sin Y = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cos Y = \underline{\hspace{2cm}}$ $\tan Y = \underline{\hspace{2cm}}$ $\operatorname{cosec} Y = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sec Y = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cot Y = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sin Z = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cos Z = \underline{\hspace{2cm}}$ $\tan Z = \underline{\hspace{2cm}}$ $\operatorname{cosec} Z = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sec Z = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cot Z = \underline{\hspace{2cm}}$
--	--

ตัวอย่างที่ 5 รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม B เป็นมุมฉาก ถ้า $AB = 5$, $AC = 13$ จงหา

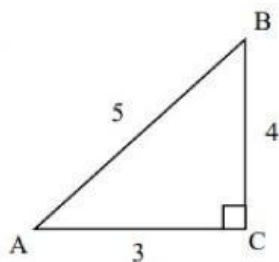
	$\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\operatorname{cosec} A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sec A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cot A = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sin C = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cos C = \underline{\hspace{2cm}}$ $\tan C = \underline{\hspace{2cm}}$ $\operatorname{cosec} C = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sec C = \underline{\hspace{2cm}}$ $\cot C = \underline{\hspace{2cm}}$
--	--

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้ $\sin A = \frac{4}{5}$ จงหา $\operatorname{cosec} A$, $\cos A$ และ $\tan A$

ตัวอย่างที่ 7 กำหนดให้ $\triangle ABC$ มีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า $\cot A = 2$ จงหา $\sin B + \cos A$

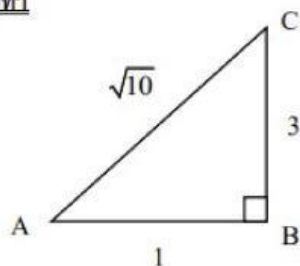
ตัวอย่างที่ 8 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหา $\sin^2 A$, $\cos^2 A$ และ $\tan^2 A$

วิธีทำ



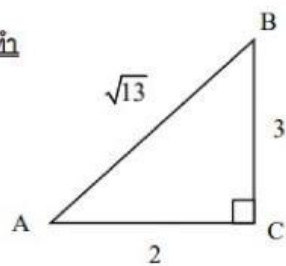
ตัวอย่างที่ 9 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหา $\sin^2 A + \cos^2 A + \tan^2 C$

วิธีทำ



ตัวอย่างที่ 10 จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC จงหาค่าของ x จากสมการ $x \sin^2 A + \cos^2 B = \frac{9}{13} \tan^2 B$

วิธีทำ



ตัวอย่างที่ 11 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่ง $\sin A = 0.6$ จงหาค่าของ $2 \tan A + 3 \sec A$

ตัวอย่างที่ 12 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่ง $\tan A = 3$ จงหาค่าของ $3 \sin^2 A + 4 \cos^2 A$

ตัวอย่างที่ 13 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่ง $\sec A = 2$ จงหาค่าของ $\cot^2 A + \sqrt{3} \operatorname{cosec} A$

แบบฝึกหัดที่ 2

- กำหนดให้ $8\sec A = 17$ จงหา $\sin A$, $\cos A$ และ $\tan A$
- รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า $\operatorname{cosec} A = 4$ จงหา
 - $\sin B + \cos A$
 - $\cos A - \cos B$
- รูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม A เป็นมุมฉาก ถ้า $\sec C = \sqrt{3}$ จงหา
 - $(\cot B)(\tan C)$
 - $\sec^2 B$
 - $\frac{\csc C}{\csc B}$
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่ง $\cot A = 2.4$ จงหาค่าของ $2\sin A \cos A$
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่ง $5\cos A = 3$ จงหาค่าของ $3\tan A \operatorname{cosec} A$
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่ง $24\operatorname{cosec} A = 25$ จงหาค่าของ $5\cot A \sec A$

ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่ควรทราบ

	30°	45°	60°
sin			
cos			
tan			
cosec			
sec			
cot			

ตัวอย่างที่ 14 จงหาค่าของ $\cos 30^\circ \cdot \tan 60^\circ + \sin 30^\circ \cdot \tan 45^\circ$

ตัวอย่างที่ 15 จงหาค่า $(\sin 60^\circ)(\tan 30^\circ)(\sec 60^\circ) + (\cot 45^\circ)(\operatorname{cosec} 30^\circ)$

ตัวอย่างที่ 16 จงหาค่าของ $\sin^2 45^\circ \cos^2 60^\circ + \cot^2 60^\circ \sin^2 30^\circ$

ตัวอย่างที่ 17 จงหาค่า $2\sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cot 60^\circ$

ตัวอย่างที่ 18 จงหาค่าของ $\tan^2 60^\circ + 4\cos^2 45^\circ + 3\sec^2 30^\circ$

ตัวอย่างที่ 19 จงหาค่า $\frac{\tan^2 30^\circ \cos^2 60^\circ + \tan^2 60^\circ \sin^2 30^\circ}{6\sin 45^\circ \cos 45^\circ}$

แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงหาค่า $\frac{1}{3}\sin^2 60^\circ - \frac{1}{2}\sec^2 60^\circ \tan^2 30^\circ + \frac{4}{3}\sin^2 45^\circ \tan^2 60^\circ$

2. จงหาค่า $\tan^2 45^\circ \cdot \sin 60^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan^2 60^\circ$

3. จงหาค่าของ $\cot^2 45^\circ + \cos 60^\circ - \sin^2 60^\circ - \frac{3}{4}\cot^2 60^\circ$

4. จงหาค่า $3\tan^2 30^\circ + \frac{4}{3}\cos^2 30^\circ - \frac{1}{2}\cos^2 45^\circ - \frac{1}{3}\sin^2 60^\circ$

5. จงหาค่า $\sin^2 60^\circ - \frac{1}{2} \sec^2 60^\circ \cdot \tan^2 30^\circ + \frac{4}{3} \sin^2 45^\circ \cdot \tan^2 60^\circ$

6. จงหาค่า $3 \tan^2 60^\circ + \frac{4}{3} \cos^2 30^\circ - \frac{1}{2} \cot^3 45^\circ - \frac{2}{3} \sin^2 60^\circ \cdot \frac{2}{3} \sec^4 60^\circ$

7. จงหาค่า $\cot^2 30^\circ - 2 \cos^2 60^\circ - \frac{3}{4} \sec^2 45^\circ - 4 \sin^2 30^\circ$

8. จงหาค่าของ $\frac{10\sqrt{7\cot^2 45^\circ + 4\cos 60^\circ}}{3\cos 30^\circ \sec 60^\circ}$

9. จงหาค่า $\tan^2 30^\circ + 2 \sin 60^\circ - \tan 60^\circ + \tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ$