

**Bài toán 1.1. (LMF - Vòng 1 CSP 2025)**

Cho  $a, b$  là các số thực dương phân biệt thỏa mãn  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2025}$ .

- ① Tính giá trị của  $b$  biết  $a = 2026$ .
- ② Chứng minh rằng  $\frac{a\sqrt{a-2025} - b\sqrt{b-2025}}{a-b} = \sqrt{a+b}$ .

**Bài toán 1.2. (LMF - Vòng 1 CSP 2025)**

Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 30 cm. Trên cạnh  $AB$  lấy các điểm  $M$  và  $R$  sao cho  $AM = MR = RB$ . Bạn Lan lấy một sợi dây từ điểm  $M$  đi qua các cạnh  $A'B'$ ,  $C'D'$ ,  $CD$  lần lượt tại các điểm  $N, P, Q$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng  $MN + NP + PQ + QR$ .

**Bài toán 1.3. (LMF - Vòng 1 CSP 2025)**

Cho nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$  và  $C$  là điểm chính giữa cung  $AB$ . Trên cung nhỏ  $AC$  lấy điểm  $M$  bất kì. Đường thẳng  $AC$  cắt  $BM$  tại  $H$ . Gọi  $K$  là hình chiếu của  $H$  lên  $AB$ .

- ① Chứng minh rằng bốn điểm  $A, H, M, K$  và  $B, H, C, K$  cùng thuộc một đường tròn.
- ② Chứng minh rằng  $KH$  là phân giác của góc  $\angle MKC$ .
- ③ Chứng minh rằng  $MK$  luôn đi qua một điểm cố định khi  $M$  thay đổi trên cung nhỏ  $AC$ .

**Bài toán 1.4. (LMF - Vòng 1 CSP 2025)**

- ① Cho 2024 số thực  $x_1, x_2, \dots, x_{2024}$  nhận giá trị bằng  $25 - \sqrt{26}$  hoặc  $25 + \sqrt{26}$ . Hỏi giá trị của biểu thức  $A$  nhận bao nhiêu giá trị nguyên khác nhau, biết rằng  $A = x_1x_2 + x_3x_4 + \dots + x_{2023}x_{2024}$ ?
- ② Cho đường tròn tâm  $O$  bán kính bằng 8. Trong đường tròn  $(O)$  lấy điểm  $P$  cố định sao cho  $OP = 5$ . Lấy dây  $AB$  đi qua điểm  $P$  sao cho diện tích của tam giác  $OAB$  là số nguyên dương. Tính xác suất để chọn được dây  $AB$  sao cho diện tích tam giác  $OAB$  là số chẵn.