

## KEGIATAN PEMBELAJARAN REFLEKSI (PENCERMINAN)

### A. Tujuan Pembelajaran

1. Peserta Didik mampu mengidentifikasi konsep refleksi (pencerminan) dalam bidang koordinat kartesius.
2. Peserta didik mampu menemukan hasil pencerminan menggunakan konsep refleksi.

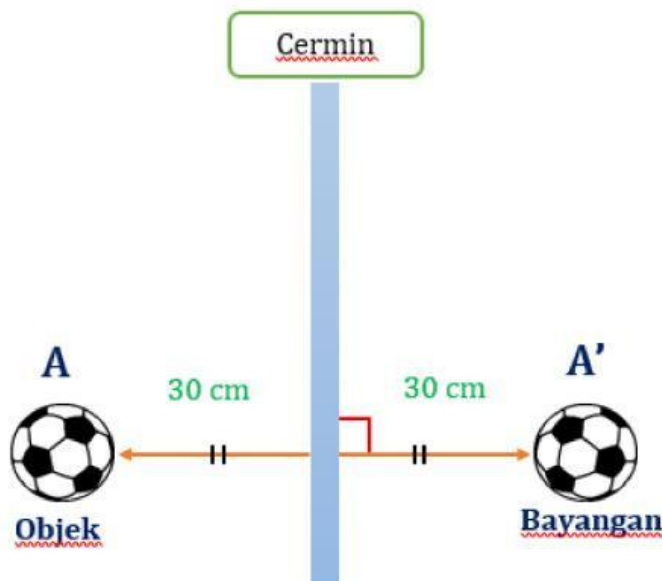
### B. Uraian Materi

#### Pengertian dan Sifat-sifat Refleksi (Pencerminan)

Bercermin merupakan kegiatan yang sering kita lakukan dalam kehidupan sehari-hari. Tetapi pernahkan kita berpikir bagaimana bentuk bayangan yang dihasilkan pada cermin? Bagaimana jarak bayangan yang dihasilkan terhadap cermin? untuk menjawab pertanyaan tersebut, yuk kita simak ilustrasi 1 dan ilustrasi 2

#### Ilustrasi 1

Terdapat sebuah bola yang diletakkan dihadapan cermin dengan jarak 30 cm. Bagaimana hasil refleksi bola terhadap cermin? Bagaimana jarak bayangan bola terhadap cermin ?

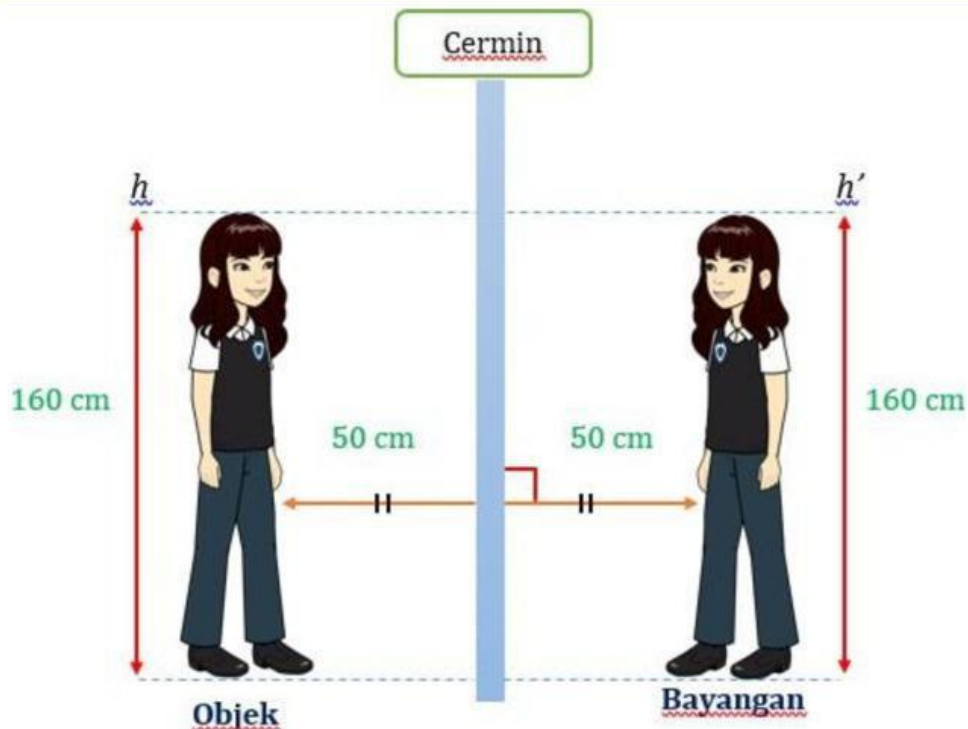


Gambar 5. Bola dihadapan cermin dengan jarak 30 cm  
Sumber : Koleksi Pribadi

Seperti terlihat pada Gambar 5 hasil bayangan bola terhadap cermin berupa bola. Jika kita misalkan bola sebagai titik A dan bayangan bola sebagai A', maka jarak titik A ke cermin sama dengan jarak titik A' ke cermin yaitu 30 cm. Selain itu, jika titik A dan titik A' kita hubungkan maka garis AA' akan tegak lurus dengan cermin dan menghasilkan titik yang sama dengan jarak yang sama.

**Ilustrasi 2**

Rani berdiri di depan cermin dengan jarak 50 cm dan tinggi Rani adalah 160 cm. Bagaimana hasil refleksi Rani terhadap cermin? Bagaimana jarak bayangan Rani terhadap cermin?



**Gambar 6.** Rani berdiri dihadapan cermin  
Sumber : Koleksi Pribadi

Anak-anakku, jika kita lihat pada cermin hasil bayangan Rani berupa sosok Rani dengan tinggi yang sama dan jarak bayangan Rani terhadap cermin sama dengan jarak Rani terhadap cermin yaitu 50 cm. Jika kita misalkan tinggi Rani sebagai garis  $h$  maka hasil refleksi berupa garis  $h'$ . Jika ujung-ujung garis  $h$  dan garis  $h'$  dihubungkan maka akan menghasilkan garis yang sejajar.

Berdasarkan ilustrasi 1 dan ilustrasi 2, kita dapat memahami konsep refleksi secara umum dan sifat-sifatnya.

**Refleksi (pencerminan)** adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan  $M_a$  dengan  $a$  merupakan sumbu cermin.

#### Sifat-sifat Refleksi:

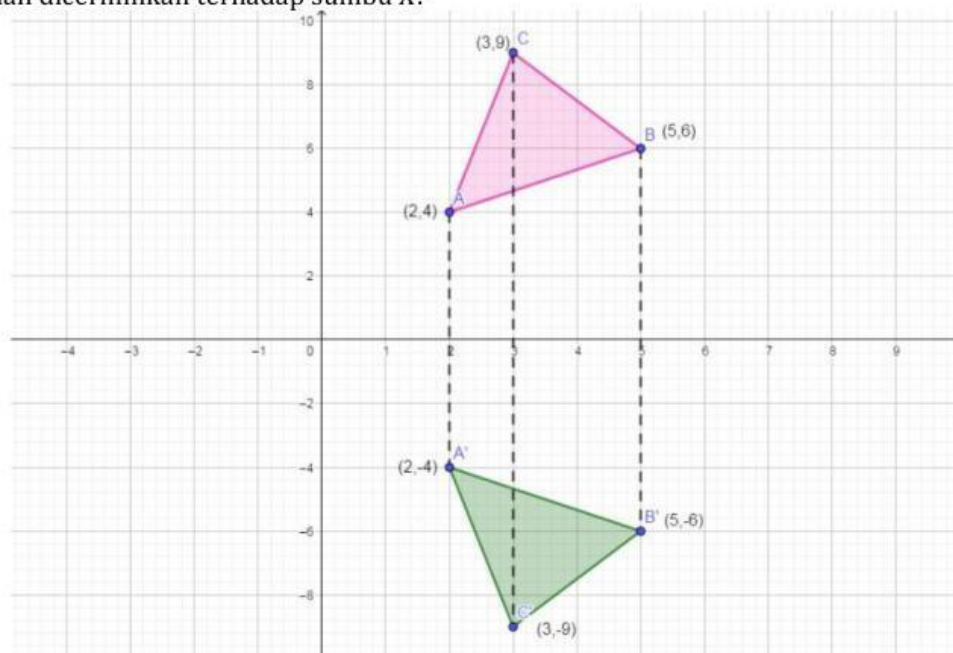
1. Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
2. Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap cermin
3. Garis-garis yang terbentuk antara titik-titik asal dengan titik-titik bayangan akan saling sejajar



### Jenis-Jenis Refleksi

#### 1. Refleksi terhadap sumbu $x$

Anak-anakku, kita akan menemukan konsep pencerminan terhadap sumbu  $x$  dengan mengamati pencerminan segitiga ABC pada gambar 7. Bagaimana bayangan segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap sumbu  $x$ ?



**Gambar 7.** Segitiga ABC direfleksikan terhadap sumbu  $x$   
Sumber : <http://panduangengebra.blogspot.com/>

Pada gambar 7, kita dapat melihat bahwa segitiga  $A'B'C'$  merupakan hasil bayangan segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap sumbu  $x$  pada koordinat kartesius. Agar mudah memahami perubahan koordinat setiap titik pada segitiga, kita dapat melihat pada tabel 2 berikut.

**Tabel 2.** Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap sumbu  $x$

Titik	Koordinat Bayangan
A (2, 4)	A' (2, -4)

B (5, 6)	B'(5, -6)
C (3, 9)	C'(3, -9)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 7 dan tabel 2, secara umum diperoleh

Jika titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap sumbu  $x$ , maka akan menghasilkan bayangan  $A'(x, -y)$

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap sumbu  $x$

Kita misalkan matriks transformasinya adalah  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  sehingga

$$\begin{aligned} A(x, y) &\xrightarrow{M_x} A'(x, -y) \\ \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:

$x = ax + by$  agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka  $a = 1$  dan  $b = 0$

**Cek :**

Substitusi  $a = 1$  dan  $b = 0$  ke persamaan  $x = ax + by$

$$x = 1 \cdot x + 0 \cdot y$$

$$x = x$$

$-y = cx + dy$  agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka  $c = 0$  dan  $d = -1$

**Cek :**

Substitusi  $c = 0$  dan  $d = -1$  ke persamaan  $-y = cx + dy$

$$-y = 0 \cdot x + (-1) \cdot y$$

$$-y = -y$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh matriks pencerminan terhadap sumbu  $x$  adalah

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap sumbu  $x$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$  ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$



Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep pencerminan terhadap sumbu  $x$  perhatikan beberapa contoh soal berikut

#### Contoh Soal 1:

Jika titik  $B(2, 5)$  dicerminkan terhadap sumbu  $x$  maka bayangan titik B adalah ...

**Pembahasan:**



$$B(2, 5) \xrightarrow{M_x} B'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Lakukan perkalian matriks}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi bayangan titik B adalah  $B'(2, -5)$

**Contoh Soal 2**

Jika garis  $l: 3x - 2y - 5 = 0$  dicerminkan terhadap sumbu  $x$  maka hasil bayangan garis  $l$  adalah ...

**Pembahasan;**

Misal titik  $A(x, y)$  memenuhi persamaan  $3x - 2y - 5 = 0$  sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_x} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = x \rightarrow x = x'$$

$$y' = -y \rightarrow y = -y'$$

Substitusi  $x = x'$  dan  $y = -y'$  ke persamaan garis  $l$

$$3x - 2y - 5 = 0$$

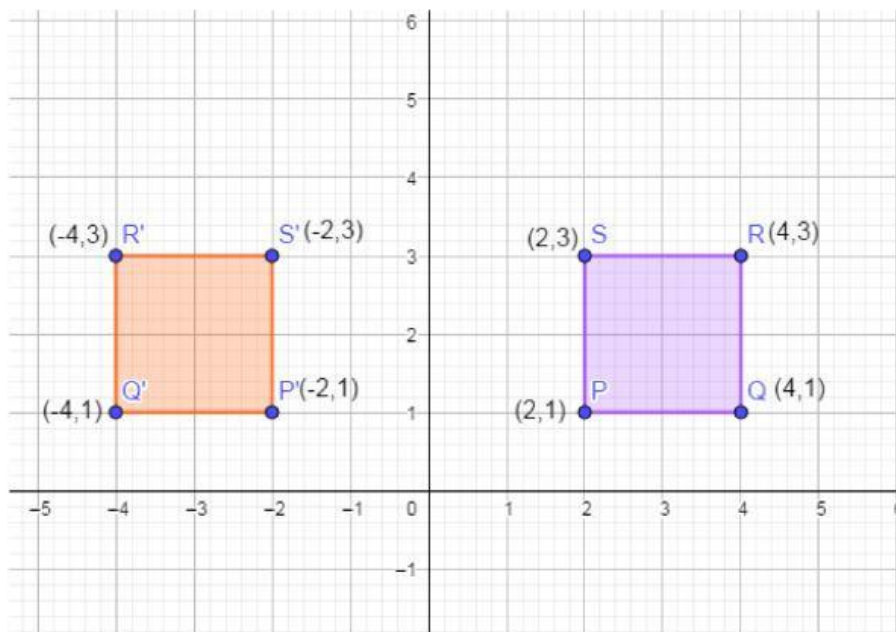
$$3(x') - 2(-y') - 5 = 0$$

$$3x' + 2y' - 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis  $l$  adalah  $3x + 2y - 5 = 0$

**2. Refleksi terhadap sumbu  $y$** 

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap sumbu  $y$  mari kita amati pencerminan persegi PQRS. Bagaimana perubahan setiap titik P, Q, R, dan S pada persegi PQRS setelah dicerminkan terhadap sumbu  $y$ ?



**Gambar 8.** Persegi PQRS direfleksikan terhadap sumbu y  
 Sumber : <http://panduangeogebra.blogspot.com/>

Pada gambar di atas, kita dapat melihat bahwa persegi P'Q'R'S' merupakan hasil bayangan persegi PQRS setelah dicerminkan terhadap sumbu y pada koordinat cartesius. Agar mudah memahami perubahan koordinat setiap titik pada persegi dapat dilihat pada tabel 3 berikut.

**Tabel 3.** Koordinat pencerminan titik pada persegi terhadap sumbu y

Titik	Koordinat Bayangan
P (2, 1)	P'(-2, 1)
Q (4, 1)	Q'(-4, 1)
R (4, 3)	C'(-4, 3)
S (2, 3)	S'(-2, 3)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 8 dan tabel 3, secara umum diperoleh

Jika titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap sumbu y, maka akan menghasilkan bayangan  $A'(-x, y)$

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap sumbu y

Kita misalkan matriks transformasinya adalah  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 A(x, y) &\xrightarrow{M_y} A'(-x, y) \\
 \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:

$-x = ax + by$  agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka  $a = -1$  dan  $b = 0$

**Cek :**

Substitusi  $a = -1$  dan  $b = 0$  ke persamaan  $-x = ax + by$

$$-x = (-1) \cdot x + 0 \cdot y$$

$$-x = -x$$

$y = cx + dy$  agar rus kiri dan kanan bernilai sama maka  $c = 0$  dan  $d = 1$

**Cek :**

Substitusi  $c = 0$  dan  $d = 1$  ke persamaan  $y = cx + dy$

$$y = 0 \cdot x + 1 \cdot y$$

$$y = y$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh matriks pencerminan terhadap sumbu  $y$  adalah

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap sumbu  $y$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$  ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap sumbu  $y$  perhatikan beberapa contoh soal berikut

#### Contoh Soal 1:

Jika titik  $A(-4, -3)$  dicerminkan terhadap sumbu  $y$  maka bayangan titik  $A$  adalah ...

**Pembahasan:**

$$A(-4, -3) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Lakukan perkalian matriks}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik  $A$  adalah  $A'(4, -3)$

#### Contoh Soal 2:

Jika garis  $l: 3x - 2y - 5 = 0$  dicerminkan terhadap sumbu  $y$  maka hasil bayangan garis  $l$  adalah ...

**Pembahasan:**

Misal titik  $A(x, y)$  memenuhi persamaan  $3x - 2y - 5 = 0$  sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_y} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = -x \rightarrow x = -x'$$

$$y' = y \rightarrow y = y'$$

Substitusi  $x = -x'$  dan  $y = y'$  ke persamaan garis  $l$

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(-x') - 2(y') - 5 = 0$$

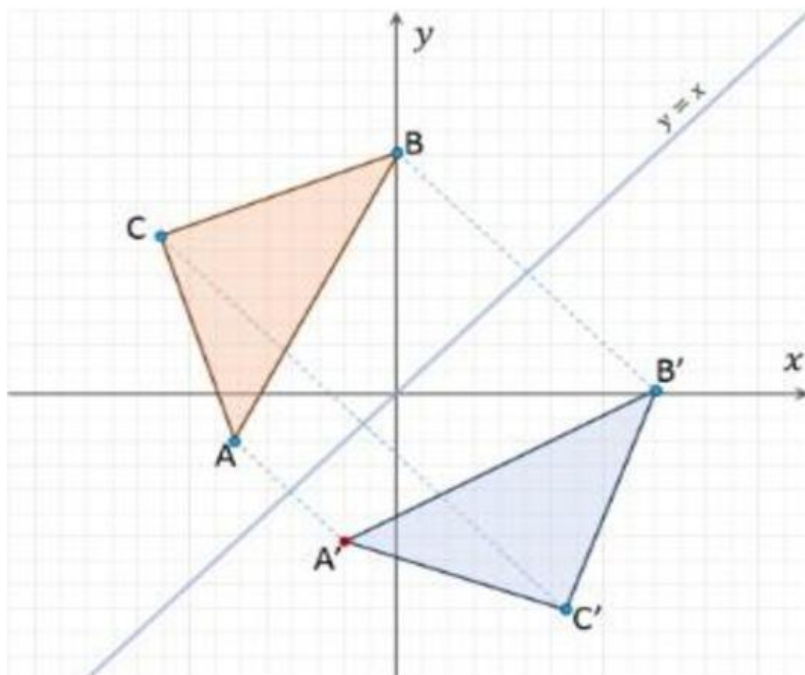
$$-3x' - 2y' - 5 = 0$$

$$3x + 2y + 5 = 0$$

Jadi, persamaan bayangan garis  $l$  adalah  $3x + 2y + 5 = 0$

### 3. Refleksi terhadap garis $y = x$

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap garis  $y = x$  mari kita amati pencerminan segitiga ABC. Bagaimana perubahan setiap titik A, B, C pada segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis  $y = x$ ?



**Gambar 10.** Segitiga ABC direfleksikan terhadap garis  $y = x$   
Sumber : e-modul Matematika kelas XI

Pada gambar 10, kita dapat melihat bahwa segitiga  $A'B'C'$  merupakan bayangan dari segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis  $y = x$ . Anak-anak, untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik A, B dan C yang terjadi pada segitiga ABC dapat dilihat pada tabel 5.



**Gambar 10.** Segitiga ABC direfleksikan terhadap garis  $y = x$   
Sumber : e-modul Matematika kelas XI

Pada gambar 10, kita dapat melihat bahwa segitiga  $A'B'C'$  merupakan bayangan dari segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis  $y = x$ . Anak-anak, untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik A, B dan C yang terjadi pada segitiga ABC dapat dilihat pada tabel 5.

**Tabel 5.** Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap garis  $y = x$

Titik	Koordinat Bayangan
A (-6, -2)	A'(-2, -6)
B (0, 10)	B'(10, 0)
C (-9, 7)	C'(7, -9)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 10 dan tabel 5, secara umum diperoleh

Jika titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $y = x$ , maka akan menghasilkan bayangan  $A'(y, x)$

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap garis  $y = x$

Kita misalkan matriks transformasinya adalah  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} A(x, y) &\xrightarrow{M_{y=x}} A'(y, x) \\ \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh :

$y = ax + by$  agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka  $a = 0$  dan  $b = 1$

**Cek :**

Substitusi  $a = 0$  dan  $b = 1$  ke persamaan  $y = ax + by$

$$y = 0 \cdot x + 1 \cdot y$$

$$y = y$$

$x = cx + dy$  agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka  $c = 1$  dan  $d = 0$

**Cek :**

Substitusi  $c = 1$  dan  $d = 0$  ke persamaan  $x = cx + dy$

$$x = 1 \cdot x + 0 \cdot y$$

$$x = x$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh matriks pencerminan terhadap garis  $y = x$  adalah

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$



Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $y = x$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$  ditulis dengan

$$\begin{aligned} A(x, y) &\xrightarrow{M_{y=x}} A'(x', y') \\ \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap garis  $y = -x$  perhatikan beberapa contoh soal berikut

**Contoh Soal 1:**

Jika titik  $P(-5, 4)$  dicerminkan terhadap garis  $y = x$  maka bayangan titik  $P$  adalah ...

**Pembahasan:**

$$P(-5, 4) \xrightarrow{M_{y=x}} P'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik  $P$  adalah  $P'(4, -5)$

**Contoh Soal 2:**

Jika garis  $l: 3x - 2y - 5 = 0$  dicerminkan terhadap garis  $y = x$  maka hasil bayangan garis  $l$  adalah ...

**Pembahasan:**

Misal titik  $A(x, y)$  memenuhi persamaan  $3x - 2y - 5 = 0$  sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=x}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$x' = y \rightarrow y = x'$$

$$y' = x \rightarrow x = y'$$

Substitusi  $x = y'$  dan  $y = x'$  ke persamaan garis  $l$

$$3x - 2y - 5 = 0$$

$$3(y') - 2(x') - 5 = 0$$

$$3y' - 2x' - 5 = 0$$

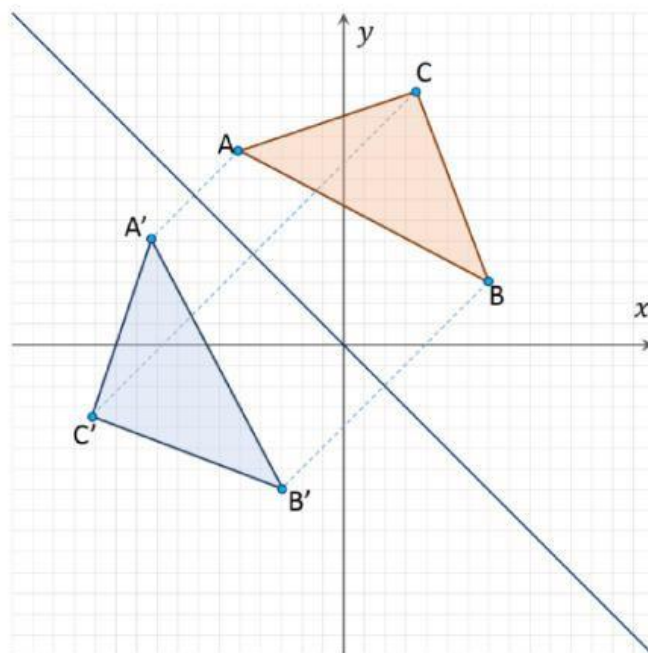
$$-2x' + 3y' - 5 = 0$$

$$-2x + 3y - 5 = 0$$

Jadi persamaan bayangan garis  $l$  adalah  $-2x + 3y - 5 = 0$

**4. Refleksi terhadap garis  $y = -x$** 

Anak-anakku, untuk memahami konsep refleksi terhadap garis  $y = -x$  mari kita amati pencerminan segitiga ABC pada gambar 11. Bagaimana perubahan setiap titik A, B, C pada segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis  $y = -x$ ?



**Gambar 11.** Segitiga ABC direfleksikan terhadap garis  $y = -x$   
Sumber : e-modul Matematika kelas XI

Pada gambar 11, kita dapat melihat bahwa segitiga  $A'B'C'$  merupakan bayangan dari segitiga ABC setelah dicerminkan terhadap garis  $y = -x$ . Anak-anak, untuk mudah memahami perubahan koordinat setiap titik A, B dan C yang terjadi pada segitiga ABC dapat dilihat pada tabel 6.

**Tabel 6.** Koordinat pencerminan titik pada segitiga terhadap garis  $y = -x$

Titik	Koordinat Bayangan
A (-5,9)	A'(5, -9)
B (7,3)	B'(-3, -7)
C (4,12)	C'(-12, -4)

Berdasarkan pengamatan pada gambar 11 dan tabel 6, secara umum diperoleh

Jika titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $y = -x$ , maka akan menghasilkan bayangan  $A'(-y, -x)$

Anak-anakku, mari kita mencari matriks pencerminan terhadap garis  $y = -x$

Kita misalkan matriks transformasinya adalah  $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 A(x, y) &\xrightarrow{M_{y=-x}} A'(y, x) \\
 \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Dengan kesamaan dua matriks diperoleh:

$-y = ax + by$  agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka  $a = 0$  dan  $b = -1$

**Cek :**

Substitusi  $a = 0$  dan  $b = -1$  ke persamaan  $-y = ax + by$

$$-y = 0 \cdot x + (-1) \cdot y$$

$$-y = -y$$

$-x = cx + dy$  agar ruas kiri dan kanan bernilai sama maka  $c = -1$  dan  $d = 0$

**Cek :**

Substitusi  $c = -1$  dan  $d = 0$  ke persamaan  $-x = cx + dy$

$$-x = (-1) \cdot x + 0 \cdot y$$

$$-x = -x$$

Berdasarkan uraian di atas diperoleh matriks pencerminan terhadap garis  $y = -x$  adalah

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$



Titik  $A(x, y)$  dicerminkan terhadap garis  $y = -x$  menghasilkan bayangan  $A'(x', y')$  ditulis dengan

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Anak-anakku, untuk lebih memahami konsep refleksi terhadap garis  $y = -x$  perhatikan beberapa contoh soal berikut

#### Contoh Soal 1:

Jika titik  $P(-5, 4)$  dicerminkan terhadap garis  $y = -x$  maka bayangan titik  $P$  adalah

$$P(-5, 4) \xrightarrow{M_{y=-x}} P'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik  $P$  adalah  $P'(-4, 5)$

#### Contoh Soal 2:

Jika garis  $g: 4x - 3y + 11 = 0$  dicerminkan terhadap garis  $y = -x$  maka hasil bayangan garis  $l$  adalah ...

#### Pembahasan:

Misal titik  $A(x, y)$  memenuhi persamaan  $4x - 3y + 11 = 0$  sehingga

$$A(x, y) \xrightarrow{M_{y=-x}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ -x \end{pmatrix}$$



Berdasarkan kesamaan dua matriks diperoleh

$$\begin{aligned}x' &= -y \rightarrow y = -x' \\ y' &= -x \rightarrow x = -y'\end{aligned}$$

Substitusi  $x = -y'$  dan  $y = -x'$  ke persamaan garis  $l$

$$\begin{aligned}4x - 3y + 11 &= 0 \\ 4(-y') - 3(-x') + 11 &= 0 \\ -4y' + 3x' + 11 &= 0 \\ 3x' - 4y' + 11 &= 0 \\ 3x - 4y + 11 &= 0\end{aligned}$$

Jadi persamaan bayangan garis  $g$  adalah  $3x - 4y + 11 = 0$

### C. Rangkuman

1. **Refleksi (pencerminan)** adalah suatu transformasi yang memindahkan tiap titik pada bidang dengan menggunakan sifat bayangan oleh suatu cermin. Refleksi disimbolkan dengan  $M_a$  dengan  $a$  merupakan sumbu cermin.
2. **Sifat-sifat Refleksi:**
  1. Jarak dari titik asal ke cermin sama dengan jarak cermin ke titik bayangan
  2. Garis yang menghubungkan titik asal dengan titik bayangan tegak lurus terhadap cermin
  3. Garis-garis yang terbentuk antara titik-titik asal dengan titik-titik bayangan akan saling sejajar
3. **Jenis-jenis refleksi**

Misalkan koordinat titik asal  $A(x, y)$  akan direfleksikan terhadap sumbu X, sumbu Y, titik asal O (0,0), garis  $y = x$ , garis  $y = -x$  menghasilkan bayangan sebagai berikut

Refleksi	Titik Bayangan	Persamaan Matriks Transformasi
Sumbu X	$A'(x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Sumbu Y	$A'(-x, y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Titik asal O (0,0)	$A'(-x, -y)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = x$	$A'(y, x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
Garis $y = -x$	$A'(-y, -x)$	$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$