

LKPD

MATEMATIKA

UMUM

Transformasi Geometri: Dilatasi

Kelas XI SMA

Nama Anggota:

Capaian Pembelajaran

Peserta didik dapat melakukan operasi aritmetika pada polinomial (suku banyak), menentukan faktor polinomial, dan menggunakan identitas polinomial untuk menyelesaikan masalah. Peserta didik dapat melakukan operasi aljabar pada matriks dan menerapkannya dalam transformasi geometri. Peserta didik dapat menyatakan fungsi trigonometri menggunakan lingkaran satuan, memodelkan fenomena periodik dengan fungsi trigonometri, dan membuktikan serta menerapkan identitas trigonometri dan aturan cosinus dan sinus. Peserta didik dapat mengenal berbagai fungsi (termasuk fungsi rasional, fungsi akar, fungsi eksponensial, fungsi logaritma, fungsi nilai mutlak, fungsi tangga, dan fungsi piecewise dan menggunakan untuk memodelkan berbagai fenomena.

Tujuan Pembelajaran

- Setelah mengikuti pembelajaran, peserta didik dapat dengan benar memahami pengertian dilatasi dengan tingkat kebenaran minimal 80% dalam penilaian yang diberikan
- Setelah mengikuti pembelajaran, peserta didik dapat dengan benar menentukan dilatasi titik pada pusat (0,0) dengan tingkat kebenaran minimal 80% dalam penilaian yang diberikan
- Setelah mengikuti pembelajaran, peserta didik dapat dengan benar menentukan dilatasi kurva pada pusat (0,0) dengan tingkat kebenaran minimal 80% dalam penilaian yang diberikan
- Setelah mengikuti pembelajaran, peserta didik dapat dengan benar menentukan dilatasi titik pada pusat (a,b) dengan tingkat kebenaran minimal 80% dalam penilaian yang diberikan
- Setelah mengikuti pembelajaran, peserta didik dapat dengan benar menentukan dilatasi kurva pada pusat (a,b) dengan tingkat kebenaran minimal 80% dalam penilaian yang diberikan
- Setelah mengikuti pembelajaran, peserta didik dapat dengan benar menyelesaikan contoh penerapan aplikasi dilatasi dengan tingkat kebenaran minimal 80% dalam penilaian yang diberikan

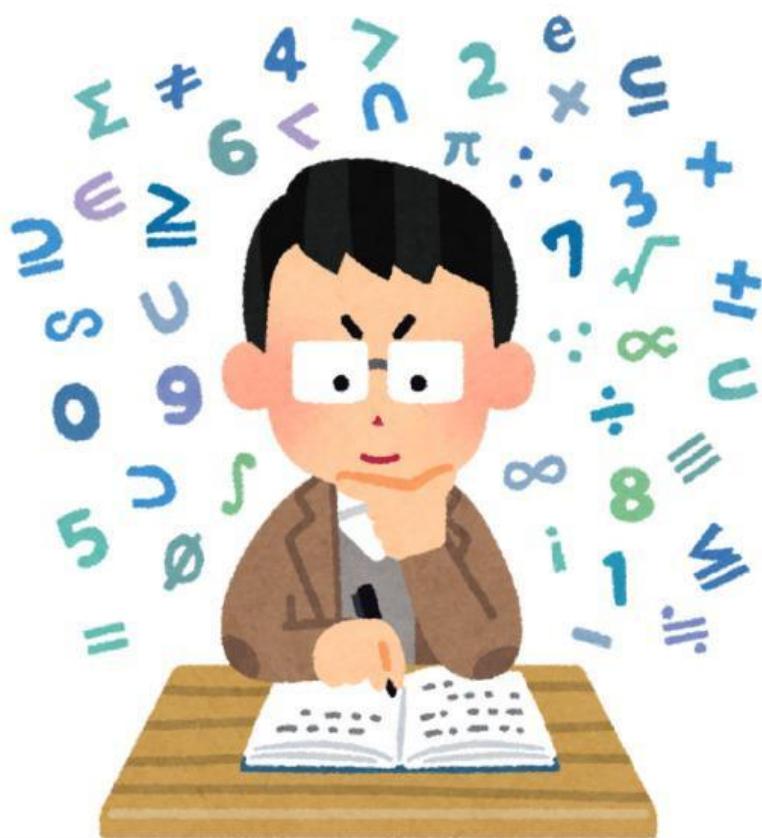
Petunjuk Penggunaan LKPD:

Berikut adalah langkah kerja yang dapat diikuti dalam mengerjakan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD):

1. Berdoa sebelum memulai belajar
2. Berkumpulah dengan teman sekelompok
3. Siapkan alat tulis dan objek belajar yang dibutuhkan.
4. Bacalah petunjuk dan instruksi yang terdapat pada LKPD.
5. Perhatikan setiap langkah yang harus dilakukan.
6. Jika ada materi yang belum dipahami, baca kembali buku teks atau sumber lain yang relevan.
7. Catatlah hasil kerja kelompok kalian. Tulis jawaban dengan rapi dan jelas.
8. Jika ada bagian yang perlu dihitung, pastikan semua langkah perhitungan dicatat.
9. Jika menemui kesulitan, jangan ragu untuk bertanya kepada guru atau teman.
10. Kumpulkan LKPD sesuai dengan waktu yang ditentukan oleh guru.

Alat dan Bahan:

1. Penggaris
2. Pensil/Pulpen
3. Kertas berpetak
4. LKPD



Stimulus



Suatu hari, Jennie pergi ke studio foto untuk mencetak pas foto yang diperlukan untuk lamaran kerjanya. Setelah sesi pemotretan, fotografer menjelaskan bahwa foto harus diubah ukurannya agar sesuai dengan standar 4x6 cm. "Kami akan merubah ukurannya" kata fotografer, sambil menunjukkan bagaimana gambar diperbesar dan diperkecil tanpa mengubah bentuk wajahnya. Jennie memperhatikan dengan seksama, memahami bahwa menjaga proporsi sangat penting agar foto terlihat natural. Setelah proses selesai, Jennie merasa puas dengan hasilnya, siap untuk mengirimkan pas foto yang sempurna dalam aplikasinya.

Dalam fotografi, saat kita memperbesar gambar, kita melakukan proses dilatasi. Misalnya, jika kita mengambil foto objek dan kemudian mencetaknya dengan ukuran yang lebih besar, kita perlu memahami bagaimana proporsi objek tersebut berubah. Datapakah kalian menghitung bagaimana caranya agar foto suatu objek memiliki proporsi yang sama meski dengan ukuran yang berbeda?

Permasalahan

Seorang fotografer mengambil gambar sebuah pemandangan dengan ukuran asli foto $15 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$. Setelah itu, fotografer tersebut ingin mencetak foto tersebut dengan ukuran yang lebih besar, yaitu $30 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$.

1. Hitunglah skala dilatasi yang digunakan untuk memperbesar foto tersebut.
2. Jika fotografer ingin mencetak foto lain dengan ukuran $45 \times 60 \text{ cm}$, hitunglah skala dilatasi yang diperlukan dari foto asli.
3. Jika pemandangan pada foto memiliki objek yang berukuran $3 \times 4 \text{ m}$, berapa ukuran objek tersebut pada foto yang dicetak dengan ukuran $30 \times 40 \text{ cm}$?

Untuk menyelesaikan permasalahan diatas, ikutilah langkah-langkah berikut ini! Diskusikanlah dengan teman sekelompokmu!

1) Untuk menghitung skala dilatasi, maka ikutilah langkah berikut:

Ukuran foto asli

- Panjang =
- Lebar =

Ukuran cetak foto

- Panjang =
- Lebar =

skala dilatasi dapat dihitung dengan perbandingan sebagai berikut:

$$k = \frac{\text{ukuran cetak}}{\text{ukuran asli}}$$

untuk panjang:

$$k = \frac{\square}{\square}$$

untuk lebar:

$$k = \frac{\square}{\square}$$

jadi, skala dilatasi yang digunakan ialah

2) Untuk menghitung skala dilatasi ukuran baru, maka gunakanlah data untuk ukuran yang baru pula

Ukuran cetak baru

- Panjang =
- Lebar =

skala dilatasi untuk ukuran baru ialah

untuk panjang:

$$k = \frac{\square}{\square}$$

untuk lebar:

$$k = \frac{\square}{\square}$$

jadi, skala dilatasi yang diperlukan untuk ukuran yang baru ialah

3) Untuk menghitung ukuran objek pada foto yang diperbesar, maka ikutilah langkah berikut:

Ukuran objek asli

- Panjang =
- Lebar =

dengan skala dilatasi $k=2$ untuk ukuran $30 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$, ukuran objek pada foto dicetak dapat dihitung sebagai berikut:

$$\text{lebar} = \frac{\text{lebar objek}}{k} = \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} = \boxed{\quad}$$

$$\text{panjang} = \frac{\text{panjang objek}}{k} = \frac{\boxed{\quad}}{\boxed{\quad}} = \boxed{\quad}$$

Jadi, ukuran objek yang berukuran $3 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ pada foto yang dicetak dengan ukuran $30 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ adalah x

Tariklah garis untuk menjodohkan definisi dan jawaban yang sesuai!

DEFINISI	PILIHAN
Transformasi yang mengubah ukuran suatu objek tanpa mengubah bentuknya.	A. Faktor Skala
Titik tetap yang menjadi acuan dalam proses dilatasi.	B. Dilatasi
Bilangan yang menentukan seberapa besar perubahan ukuran objek setelah dilatasi.	C. Pusat Dilatasi
Jika faktor skala lebih besar dari 1, maka objek akan mengalami...	D. Pembesaran
Jika faktor skala antara 0 dan 1, maka objek akan mengalami...	E. Pengecilan

Contoh 1 untuk pusat dilatasi (0,0):

Tentukan bayangan titik $A(2, 4)$ setelah didilatasikan terhadap pusat $O(0,0)$ dan faktor skala 3 !

Pembahasan

Titik $A(2, 4)$ akan didilatasikan oleh $D_{[O,3]}$ dapat ditulis

$$A(2, 4) \xrightarrow{D_{[O,3]}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A setelah didilatasi oleh $D_{[O,3]}$ adalah $A'(6, 12)$

Ayo Kerjakan 1 !

Tentukan bayangan titik $A(2, -3)$ setelah didilatasi dengan pusat $O(0,0)$ dan faktor skala 2!

Titik $A(2, -3)$ akan didilatasikan oleh $D_{[O,2]}$ dapat ditulis

$$A(\dots, \dots) D_{[\dots, \dots]} \xrightarrow{\quad} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & 0 \\ 0 & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A setelah didilatasi oleh $D_{[O,2]}$ adalah $A'(\dots, \dots)$

Latihan Mandiri 1 !

Sebuah segitiga ABC dengan koordinat titik A(1,1), B(4,1), dan C(1,5) didilatasikan dengan pusat O(0,0) dan faktor skala 2. Tentukan koordinat bayangan segitiga tersebut.

Jadi bayangan segitiga tersebut ialah A'(...,...) B'(...,...) C'(...,...)

Contoh 2 untuk pusat dilatasi (a,b):

Tentukan bayangan titik A(-5, 2) setelah didilatasikan terhadap pusat (3, 4) dan faktor skala -3 !

Pembahasan:

Titik A(-5, 2) akan didilatasikan oleh $D_{[(3,4), -3]}$ dapat ditulis

$$A(-5, 2) \xrightarrow{D_{[(3,4), -3]}} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 - 3 \\ 2 - 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 + 3 \\ 6 + 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A setelah didilatasi oleh $D_{[(3,4), -3]}$ adalah A'(27, 10)

Ayo Kerjakan 2 !

Tentukan bayangan titik A(-1, -3) setelah didilatasikan dengan pusat (3,4) dan faktor skala 3!

Titik A (-1,-3) akan didilatasikan oleh $D_{[(3,4),2]}$ dapat ditulis

$$A(\dots, \dots) D_{[(\dots, \dots), \dots]} A'(x', y')$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - a \\ y - b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & 0 \\ 0 & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

Jadi, bayangan titik A setelah didilatasikan oleh $D_{[(3,4),2]}$ adalah $A'(\dots, \dots)$

Latihan Mandiri 2 !

Sebuah persegi panjang PQRS dengan koordinat titik P(2,1), Q(5,1), R(5,3), dan S(2,3) didilatasikan dengan pusat P(2,1) dan faktor skala 2. Tentukan koordinat bayangan persegi panjang tersebut.

Contoh 3 aplikasi kehidupan sehari-hari

Dina adalah seorang fotografer yang sedang menyiapkan pas foto untuk kliennya. Ia memiliki pas foto berukuran 4 cm x 6 cm. Klien meminta agar pas foto tersebut diperbesar untuk keperluan pameran, dengan ukuran baru yang diinginkan adalah 10 cm x 15 cm.

1. Berapa faktor pembesaran yang digunakan untuk mengubah ukuran pas foto dari 4 cm x 6 cm menjadi 10 cm x 15 cm?
2. Jika Dina ingin menambahkan bingkai di sekitar pas foto yang baru, dan bingkai tersebut memiliki lebar 1 cm di semua sisi, berapa ukuran total (panjang dan lebar) dari pas foto beserta bingkai setelah diperbesar?
3. Hitunglah luas pas foto yang baru setelah diperbesar. Bandingkan dengan luas pas foto yang lama, dan jelaskan berapa kali lipat luas pas foto baru dibandingkan dengan yang lama.

Jawaban Pertanyaan 1:

Faktor pembesaran untuk lebar = Lebar baru / Lebar lama

Faktor pembesaran lebar = 10 cm / 4 cm = 2.5

Faktor pembesaran untuk tinggi = Tinggi baru / Tinggi lama

Faktor pembesaran tinggi = 15 cm / 6 cm = 2.5

Jadi, faktor pembesaran yang digunakan adalah 2.5.

Jawaban Pertanyaan 2:

Ukuran total = Ukuran baru + (2 × Lebar bingkai)

Panjang total = 10 cm + (2 × 1 cm) = 10 cm + 2 cm = 12 cm

Lebar total = 15 cm + (2 × 1 cm) = 15 cm + 2 cm = 17 cm

Ukuran total pas foto beserta bingkai = 12 cm x 17 cm

Jawaban Pertanyaan 3:

Luas pas foto yang lama = 4 cm × 6 cm = 24 cm²

Luas pas foto yang baru = 10 cm × 15 cm = 150 cm²

Perbandingan luas = Luas baru / Luas lama = 150 cm² / 24 cm² ≈ 6.25

Jadi, luas pas foto baru adalah sekitar 6.25 kali lipat dari luas pas foto yang lama.

AYO BERLATIH 1

Titik $A(-10, 20)$ didilatasikan dengan faktor skala -7 terhadap titik pusat $(0,0)$. Hasil dilatasi titik A adalah ...

AYO BERLATIH 2

Persamaan bayangan garis $4x - y + 6 = 0$ oleh dilatasi $[0, -2]$ adalah ...

AYO BERLATIH 3

Bayangan titik $Q(2, -1)$ oleh dilatasi terhadap titik pusat $(3, 4)$ dengan faktor skala -3 adalah ...

AYO BERLATIH 4

Lingkaran $L : (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 9$ didilatasikan dengan faktor skala $\frac{1}{3}$ terhadap titik pusat $(1, 2)$. Hasil dilatasi lingkaran L adalah ...

AYO BERLATIH 5

Dina adalah seorang fotografer yang sedang menyiapkan pas foto untuk kliennya. Ia memiliki pas foto berukuran 4 cm x 6 cm. Klien meminta agar pas foto tersebut diperbesar untuk keperluan pameran, dengan ukuran baru yang diinginkan adalah 10 cm x 15 cm.

1. Berapa faktor pembesaran yang digunakan untuk mengubah ukuran pas foto dari 4 cm x 6 cm menjadi 10 cm x 15 cm?
2. Jika Dina ingin menambahkan bingkai di sekitar pas foto yang baru, dan bingkai tersebut memiliki lebar 1 cm di semua sisi, berapa ukuran total (panjang dan lebar) dari pas foto beserta bingkai setelah diperbesar?
3. Hitunglah luas pas foto yang baru setelah diperbesar. Bandingkan dengan luas pas foto yang lama, dan jelaskan berapa kali lipat luas pas foto baru dibandingkan dengan yang lama.