

Egyenletrendszer – ismeretlen kifejezésével

Ha két ismeretlen esetén egyértelmű megoldást szeretnénk kapni, akkor két, egymástól független egyenletre van szükségünk. Így két ismeretlenes egyenletrendszert kapunk. Ha a változók ezekben az egyenletekben legfeljebb első hatványon szerepelnek, akkor elsőfokú az egyenletrendszer.

2. Példa: Oldjuk meg a következő egyenletrendszereket!

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 17 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

Megoldás:

a)
Oldjuk meg az egyenletrendszert az egyik ismeretlen kifejezésével!

$$\begin{cases} (1) & 3x + y = 17 \\ (2) & 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

Az (1) egyenletből fejezzük ki y-t!

$$y = 17 - 3x$$

Amit kaptunk azt a (2) egyenletben írjuk be y helyére!

$$(2) \quad 2x - 3(17 - 3x) = 4$$

Ezt oldjuk meg a szokásos módon!

$$\begin{aligned} (2) \quad 2x - 51 + 9x &= 4 \quad / \text{összevonás} \\ 11x - 51 &= 4 \quad / + 51 \\ 11x &= 55 \quad / : 11 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

A kapott megoldást írjuk be az y kifejezett formájába!

$$y = 17 - 3x = 17 - 3 \cdot 5$$

$$y = 17 - 15 = 2$$

A megoldás egy rendezett számpár: $M(5; 2)$

Ellenőrizzük az eredeti egyenletekbe való behelyettesítéssel!

$$(1) \quad 3 \cdot 5 + 2 = 17 \quad \checkmark$$

$$(2) \quad 2 \cdot 5 - 3 \cdot 2 = 4 \quad \checkmark$$

Egyenletrendszerek megoldásának célszerű lépései:

(1) Ha szükséges rendezzük az egyenleteket külön-külön úgy, hogy $ax + by = c$ alakúak legyenek.

(2) A kapott alak alapján kiválasztjuk a megoldás célszerű módszerét.

Az egyik ismeretlen kifejezésével oldjuk meg a feladatot, ha valamelyik egyenletben az egyik ismeretlen együtthatója 1. Pl. $4x - y = 7$

(3) A kiválasztott módszerrel kiszámoljuk a változók értékét.

(4) A kapott megoldást felírjuk rendezett számpár alakjában $(x; y)$: pl. $M(3; 4)$

(5) Ellenőrizzük a megoldást az eredeti egyenletekbe való visszahelyettesítéssel.

Feladatok:

12.1. Oldd meg az egyenletrendszereket az egyik ismeretlen kifejezésével!

$$\text{a) } \begin{cases} (1) x + y = 9 \\ (2) x - y = 5 \end{cases}$$

Megoldás: Az (1) egyenletből **fejezd ki x-et**: $x =$

A (2) egyenletbe írd be x helyébe a kapott kifejezést:

$$\begin{aligned} (2) \quad & -y = 5 \quad / \text{összevonás} \\ & = 5 \quad / -9 \\ & = \quad / : (-2) \\ & y = \end{aligned}$$

Helyettesíts vissza **x helyébe**: $x =$ $=$

A megoldást foglald össze: $M(\quad ; \quad)$

$$\text{b) } \begin{cases} (1) x + y = 9 \\ (2) 2x - y = 0 \end{cases}$$

Megoldás: Az (1) egyenletből **fejezd ki x-et**: $x =$

A (2) egyenletbe írd be x helyébe a kapott kifejezést:

$$\begin{aligned} (2) \quad & 2(\quad) - y = 0 \quad / \text{zárójelfelbontás} \\ & -y = 0 \quad / \text{összevonás} \\ & = 0 \quad / + 3y \\ & = \quad / : 3 \\ & = y \end{aligned}$$

Helyettesíts vissza **x helyébe**: $x =$ $=$

A megoldást foglald össze: $M(\quad ; \quad)$

$$c) \begin{cases} (1) x + 2y = 4 \\ (2) 3x + 3y = 3 \end{cases}$$

Megoldás: Az (1) egyenletből **fejezd ki x-et**: $x =$

A (2) egyenletbe írd be x helyébe a kapott kifejezést:

$$(2) 3(\quad) + 3y = 3 \quad / \text{zárójelfelbontás}$$

$$+ 3y = 3 \quad / \text{összevonás}$$

$$= 3 \quad / - 12$$

$$= \quad / : (-3)$$

$$y =$$

Helyettesíts vissza **x helyébe**: $x =$ $=$

A megoldást foglald össze: $M(\quad ; \quad)$

$$d) \begin{cases} (1) x - 3y = 14 \\ (2) 2x + y = 7 \end{cases}$$

Megoldás: Az (1) egyenletből **fejezd ki x-et**: $x =$

A (2) egyenletbe írd be x helyébe a kapott kifejezést:

$$(2) 2(\quad) + y = 7 \quad / \text{zárójelfelbontás}$$

$$+ y = 7 \quad / \text{összevonás}$$

$$= 7 \quad / - 28$$

$$= \quad / : 7$$

$$y =$$

Helyettesíts vissza **x helyébe**: $x =$ $=$

A megoldást foglald össze: $M(\quad ; \quad)$