

L K P D

MATEMATIKA TINGKAT LANJUT

Tujuan Pembelajaran:

Peserta didik dapat menerapkan sifat-sifat turunan fungsi dalam menyelesaikan masalah yang diberikan dengan tepat

NAMA :

SMK SOSIAL ISLAM 1
PRAMBANAN

Jawablah Soal Berikut

1

Pilihlah jawaban yang paling tepat.

Turunan pertama dari $f(x) = 3x^4 + 5x^3 - 6x^2 + x + 1$ adalah....

$$f'(x) = 12x^3 + 15x^2 - 12x + 1$$

$$f'(x) = 12x^3 + 15x^2 - 12x$$

$$f'(x) = 12x^3 + 3x^2 - 12x + 1$$

$$f'(x) = 12x^3 + 3x^2 - 12x$$

$$f'(x) = 12x^3 + 15x^2 - 6x + 1$$

2

Pilihlah jawaban yang paling tepat.

Diketahui fungsi $g(x) = \frac{2-3x}{x+5}$. Jika turunan pertama fungsi g adalah $g'(x)$, maka $g'(x) = \dots$

$$-17(x^2 + 5x + 25)^{-1}$$

$$-17(x^2 + 10x + 25)^{-1}$$

$$(-6x - 17)(x^2 + 10x + 25)^{-1}$$

$$(6x - 17)(x^2 + 5x + 25)^{-1}$$

$$(6x - 17)(x^2 + 10x + 25)^{-1}$$

Jawablah Soal Berikut

3

Tentukan turunan pertama dari fungsi aljabar berikut.

$$f(x) = -5x^3 - 3x^5 - 15$$

Diketahui : $f(x) = -5x^3 - 3x^5 - 15$

Ditanya : $f'(x)$

Jawab :

$$\begin{aligned} f'(x) &= -5 \cdot (\dots) x^{(\dots)} - 3 \cdot (\dots) x^{(\dots)} - \dots \\ &= (\dots) x^{(\dots)} - (\dots) x^{(\dots)} \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama dari $f(x) = -5x^3 - 3x^5 - 15$ adalah $f'(x) = -15x^2 - 15x^4$

4

Tentukan turunan pertama dari fungsi aljabar berikut.

$$f(x) = 2x^5 - 4x^3 + 7x + 5, \text{ dan } f'(2)$$

Diketahui : $f(x) = 2x^5 - 4x^3 + 7x + 5$

Ditanya : $f'(x)$ dan $f'(2)$

Jawab :

$$f(x) = 2x^5 - 4x^3 + 7x + 5$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2(\dots) x^{(\dots)} - 4(\dots) x^{(\dots)} + 7(\dots) x^0 + \dots \\ &= (\dots) x^{(\dots)} - (\dots) x^2 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(2) &= (\dots) (\dots)^4 - (\dots) (\dots)^2 + (\dots) \\ &= (\dots) (\dots) + \dots + \dots = \dots \end{aligned}$$

Jadi, turunan dari $f(x) = 2x^5 - 4x^3 + 7x + 5$ adalah $f'(x) = 10x^4 - 12x^2 + 7$,
dan $f'(2) = \dots$

Jawablah Soal Berikut

5

Tentukan turunan pertama dari fungsi aljabar berikut.

$$f(x) = (3x^4 - 4)^5$$

Diketahui : $f(x) = (3x^4 - 4)^5$

Ditanya : $f'(x)$

Jawab :

Misal : $u(x) = 3x^4 - 4 \longrightarrow u'(x) = \dots x^{(\dots)}$

Ingat dalil rantai : $y = a.u^n \longrightarrow y' = a.n u^{n-1} . u'$

Sehingga : $f(x) = (3x^4 - 4)^5$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \dots (3x^4 - 4)^{(\dots)} \cdot (\dots x^{(\dots)}) \\ &= \dots (\dots x^{(\dots)}) (3x^4 - 4)^{(\dots)} \\ &= \dots x^{(\dots)} \cdot (3x^4 - 4)^{(\dots)} \end{aligned}$$

Jadi, turunan dari $f(x) = (3x^4 - 4)^5$ adalah $f'(x) = 60x^3 \cdot (3x^4 - 4)^4$

6

Tentukan turunan pertama dari fungsi aljabar berikut.

$$f(x) = (3x^2 - 10)(3 + x^2)$$

Diketahui : $f(x) = (3x^2 - 10)(3 + x^2)$

Ditanya : $f'(x)$

Jawab :

$$f(x) = (3x^2 - 10)(3 + x^2)$$

misal : $u(x) = 3x^2 - 10 \longrightarrow u'(x) = \dots$

$v(x) = 3 + x^2 \longrightarrow v'(x) = \dots$

ingat dalil 6 : $f(x) = u \cdot v \rightarrow f'(x) = u'v + u \cdot v'$

$$f(x) = (3x^2 - 10)(3 + x^2)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \dots (3 + x^2) + (3x^2 - 10) \cdot (\dots) \\ &= \dots + \dots x^3 + \dots x^3 - \dots \\ &= \dots x^3 - \dots \end{aligned}$$

Jadi, turunan dari $f(x) = (3x^2 - 10)(3 + x^2)$ adalah $f'(x) = 12x^3 - 2x$.

Jawablah Soal Berikut

7

Tentukan turunan pertama dari fungsi aljabar berikut.

$$f(x) = \frac{2x^3 - 4}{x - 2}; x \neq 2$$

$$\begin{array}{ll} \text{Misal : } u(x) = 2x^3 - 4 & \longrightarrow u'(x) = \dots x^{(\dots)} \\ v(x) = x - 2 & \longrightarrow v'(x) = \dots \end{array}$$

$$\begin{aligned} f(x) = \frac{2x^3 - 4}{x - 2} &\Rightarrow f'(x) = \frac{(\dots x^{(\dots)}) (x - 2) - (2x^3 - 4) (\dots)}{(x - 2)^2} \\ &= \frac{(\dots x^3 - \dots x^2) - (2x^3 - \dots)}{(x - 2)^2} \\ &= \frac{\dots x^3 - \dots x^2 - 2x^3 + \dots}{(x - 2)^2} \\ &= \frac{\dots x^3 - \dots x^2 + \dots}{(x - 2)^2} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, turunan dari } f(x) = \frac{2x^3 - 4}{x - 2}; x \neq 2 \text{ adalah } f'(x) = \frac{4x^3 - 12x^2 + 4}{(x - 2)^2}$$

Klik gambar, tahan, dan geser ke garis yang telah disediakan di bawahnya



Jawablah Soal Berikut

8

Masalah Kecepatan

Jarak yang ditempuh (dalam meter) suatu partikel dalam t detik dinyatakan dengan rumus $s(t) = t^3 + 2t^2 + t + 1$. Pada saat kecepatan partikel 21 m/detik maka percepatannya adalah....

Penyelesaian

Diketahui $s(t) = t^3 + 2t^2 + t + 1$

Ingat! Kecepatan $v(t) = s'(t)$ sehingga $v(t) = t + t +$

Kecapatan partikel $v(t) = 21$ m/detik, sehingga

$21 = t + t +$ diperoleh $t =$

Ingat juga: Percepatan $a(t) = v'(t) =$

Jadi, saat kecepatan 21 m/detik, $t =$ sehingga $a(t) = a() =$ m/detik²

9

Masalah Maksimum - Minimum

Sebuah industri sepatu memproduksi paling banyak 16 unit kerajinan. Biaya produksi per x unit kerajinan sebesar $(x^3 + 21x^2 - 480x + 2000)$ ribu rupiah. Hasil penjualan x unit yang dihasilkan adalah $(3x^3 - 60x^2 + 600x + 3000)$ ribu rupiah. Industri tersebut akan memperoleh keuntungan maksimum jika membuat kerajinan sebanyak? dengan keuntungan maksimum sebesar?

Penyelesaian

Biaya Produksi $= f(x) = x^3 + 21x^2 - 480x + 2000$

Penjualan $= g(x) = 3x^3 - 60x^2 + 600x + 3000$

Keuntungan $= u(x) = x^3 - x^2 + x + \dots$

Ingat! Maksimum Jika $u'(x) = 0$, Jadi,

$$u'(x) = x - x + = 0$$

$$(x - \dots)(x - \dots) = 0$$

$$x = \text{ atau } x =$$

Maksimum di titik $x = \dots$.

Nilai maksimum $f(\dots) = \dots$

Kesimpulan: Sehingga, diperoleh keuntungan maksimum saat memproduksi unit sepatu dengan keuntungan maksimum sebesar Rp