Σημειώσεις στην τριγωνομετρία.pdf
PDF

Καλημέρα. Ως έμπειρος Μαθηματικός, μπορείς αφού μελετήσεις το αρχείο που σου ανέβασα, να μου δημιουργήσεις: 1) Δέκα ερωτήσεις Σ - Λ που να καλύπτουν το μεγαλύτερο μέρος του αρχείου που σου ανέβασα. Να μην είναι μια απλή αναφορά στη θεωρία, αλλά να είναι έτσι δομημένες που για να απαντήσει ο μαθητής να χρειάζεται να χρησιμοποιήσει κριτικά τη σκέψη του. Να παρατίθενται και οι απαντήσεις τους. 2) Δέκα προτάσεις συμπλήρωσης κενού, όπου να δίνονται 3 εναλλακτικές απαντήσεις από τις οποίες να μπορεί να επιλέξει ο μαθητής. Πάλι να παραθέτεις τις σωστές απαντήσεις. 3) Δέκα ασκήσεις αντιστοίχισης όπου ο μαθητής θα πρέπει να βρει τα κατάλληλα ζεύγη, ποιο αντιστοιχεί σε ποιο. Κι εδώ να δίνονται οι σωστές απαντήσεις. Επίσης σε κάθε κατηγορία από τις προηγούμενες περιπτώσεις η μορφή των κουΐζ να είναι δομημένες έτσι ώστε να καλύπτουν όλα τα μαθησιακά επίπεδα. Για παράδειγμα 3 κουΐζ για μέτριους μαθητές, 3 για αρκετά καλούς μαθητές και 4 για πολύ καλούς ως άριστους μαθητές.

Ακολουθούν οι τρεις κατηγορίες δραστηριοτήτων (Σωστό - Λάθος, Συμπλήρωση κενού, και Αντιστοίχιση) που δημιουργήθηκαν από τις σημειώσεις σας για την τριγωνομετρία, δομημένες για διάφορα επίπεδα μαθητών:

1) Ερωτήσεις Σωστού - Λάθους

Για μέτριους μαθητές:

1. Η ταυτότητα ($ημ^2 ω + συν^2 ω = 1$) ισχύει για κάθε γωνία ω.
   Απάντηση: Σωστό.
2. Η γωνία ω = 7π/6 βρίσκεται στο πρώτο τεταρτημόριο.
   Απάντηση: Λάθος. (Βρίσκεται στο τρίτο τεταρτημόριο).
3. Η εξίσωση ημω = 2 έχει λύση.
   Απάντηση: Λάθος. (Το ημίτονο κυμαίνεται από -1 έως 1).

Για αρκετά καλούς μαθητές: 4. Αν ισχύει εφω = −3/4 και η γωνία ω βρίσκεται στο δεύτερο τεταρτημόριο, τότε το συνω είναι αρνητικό.
Απάντηση: Σωστό.

5. Οι γωνίες με άθροισμα 180° (παραπληρωματικές) έχουν πάντα το ίδιο συνημίτονο.
   Απάντηση: Λάθος. (Έχουν αντίθετο συνημίτονο).

LIVEWORKSHEETS

6. Η συνάρτηση f(x) = ημx + συνx έχει μέγιστη τιμή $\sqrt{2}$.
   Απάντηση: Σωστό.

Για άριστους μαθητές: 7. Αν ημω = 3/5 και ισχύει π/2 < ω < π, τότε το συνω είναι −4/5.
Απάντηση: Σωστό.

8. Η συνάρτηση f(x) = εφx είναι άρτια.
   Απάντηση: Λάθος. (Είναι περιττή).
9. Για την τριγωνομετρική συνάρτηση f(x) = ημ2x, η περίοδος της είναι π.
   Απάντηση: Σωστό.
10. Αν ισχύει συνx = συνy, τότε x = y + 2κπ ή x = −y + 2κπ, όπου κ e Z.
    Απάντηση: Σωστό.

---

2) Συμπλήρωση Κενού

Για μέτριους μαθητές:

1. Το ημ(90° − ω) είναι ίσο με:

   α) συνω

   β) - συνω

   - γ) − ημω
     Απάντηση: α) συνω.

2. Στο τρίτο τεταρτημόριο η εφω είναι:

   α) Θετική

   β) Αρνητική

   γ) Μηδέν
   Απάντηση: α) Θετική.

3. Η περίοδος της συνάρτησης f(x) = συν2x είναι:

   α) π

   β) 2π

   γ) 4π
   Απάντηση: α) π.

Για αρκετά καλούς μαθητές: 4. Αν ημx = 0.5, τότε το x είναι:

α) 30°

β) 45°

LIVEWORKSHEETS

γ) 60°
Απάντηση: α) 30°.

5. Η ταυτότητα 1/(1+ εφ ^{2} ω) ισούται με:

α) σφ ^{2} ω

β) ημ ^{2} ω

γ) συν ^{2} ω
Απάντηση: γ) συν ^{2} ω .

6. Η συνάρτηση f(x) = ημx είναι:

α) Άρτια

β) Περιττή

γ) Ούτε άρτια ούτε περιττή
Απάντηση: β) Περιττή.

Για άριστους μαθητές: 7. Η περίοδος της συνάρτησης f(x) = εφ3x είναι:

α) π

β) π/3

γ) 2π
Απάντηση: β) π/3.

8. Αν ημ ^{2} ω + συν ^{2} ω = 1, τότε το συνω είναι:

α) − ημ ^{2} ω

β) $\sqrt{1-\eta\mu^2\omega}$

γ) $\pm\sqrt{1-\eta\mu^2\omega}$
Απάντηση: γ) $\pm\sqrt{1-\eta\mu^2\omega}$.

9. Στο πρώτο τεταρτημόριο, το συνω είναι:

α) Μηδέν

β) Θετικό

γ) Αρνητικό
Απάντηση: β) Θετικό.

10. Αν $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$, τότε η σφω είναι:

- α) $\sigma\varphi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$
- β) $\sigma\varphi\omega = -\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

LIVEWORKSHEETS

- γ) ημω συνω
  Απάντηση: α) $\sigma\varphi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$.

---

3) Αντιστοίχιση

Για μέτριους μαθητές:

1. **Αντιστοιχίστε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς με τις τιμές τους:**

Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνιών	Αποτελέσματα
α) ημ30°	1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
β) εφ45°	2) $\frac{1}{2}$
γ) συν45°	3) 1

Απάντηση: α): 2, β): 3, γ): 1.

Για αρκετά καλούς μαθητές:

2. **Αντιστοιχίστε τα τεταρτημόρια με τα πρόσημα των τριγωνομετρικών αριθμών:**

Τεταρτημόρια	Πρόσημα τριγωνομετρικών αριθμών
α) 1°	1) ημω < 0 και συνω < 0
β) 2°	2) ημω > 0 και συνω < 0
γ) 3°	3) ημω > 0 και συνω > 0

Απάντηση: α): 3, β): 2, γ): 1.

Για άριστους μαθητές:

3. **Αντιστοιχίστε τις ταυτότητες με τα αποτελέσματα τους:**

Ταυτότητες	Αποτελέσματα
α) $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega$	1) $\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$
β) $1/(1 + \varepsilon\varphi^2\omega)$	2) 1
γ) σφω	3) $\sigma\upsilon\nu^2\omega$

Απάντηση: α): 2, β): 3, γ): 1.

Αν χρειάζεστε επεξηγήσεις ή προσαρμογές, είμαι στη διάθεσή σας! 😊

LIVEWORKSHEETS

στην άσκηση 2 ,συμπλήρωση κενού, τις ερωτήσεις 9 και 10 κάντε πιο πολύπλοκες , πιο δύσκολες. είναι για άριστους μαθητές. Αν δεν μπορείς αυτές να τις τροποποιήσεις, τότε δημιούργησε 2 άλλες με μεγάλο βαθμό δυσκολίας

Ακολουθούν οι τροποποιημένες, πιο πολύπλοκες ερωτήσεις για άριστους μαθητές:

9. Αν ημω = - 3/5 και ισχύει π < ω < 3π/2, τότε το ημ2ω είναι:

α) −24/25

β) 24/25

γ) −6/25

Απάντηση: β) 24/25.
Εξήγηση: Χρησιμοποιούμε τον τύπο ημ2ω = 2ημωσυνω. Από την ταυτότητα ημ ^{2} ω + συν ^{2} ω = 1, βρίσκουμε συν ^{2} ω = −4/5 (τρίτο τεταρτημόριο). Άρα:

ημ2ω = 2·(- 3/5)·(−4/5) = 24/25.

10. Αν η συνάρτηση f(x) = α ημx + β συνx έχει μέγιστη τιμή $\sqrt{5}$, τότε ποια είναι η σχέση που συνδέει τις παραμέτρους α και β;

α) α ^{2} + β ^{2} = 5

β) α ^{2} + β ^{2} = $\sqrt{5}$

γ) α ^{2} + β ^{2} = 1
Απάντηση: α) α ^{2} + β ^{2} = 5.
Εξήγηση: Η μέγιστη τιμή της f(x) = α ημx + β συνx δίνεται από $\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$. Εδώ, η μέγιστη τιμή είναι $\sqrt{5}$, άρα: $\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$ =$\sqrt{5}$ ⇒ α ^{2} + β ^{2} = 5.

Αν χρειάζεστε περαιτέρω εξηγήσεις ή προσαρμογές, ενημερώστε με! ☺

Η 9 δεν βρίσκεται μέσα στην διδασκόμενη ύλη που γνωρίζουν οι μαθητές. Δημιούργησε μου κάτι άλλο σε παρακαλώ, ίδιας δυσκολίας όμως

LIVEWORKSHEETS

Ακολουθεί μια νέα ερώτηση ίδιας δυσκολίας και συμβατή με τη διδακτέα ύλη:

9. Αν ημω = 4/5 και το συνω είναι θετικό, τότε το εφ ^{2} ω είναι:

α) 9/16

β) – 16/9

γ) 16/9

Απάντηση: γ) 16/9.

Εξήγηση:

- Βρίσκουμε το συνω από την ταυτότητα ημ ^{2} ω + συν ^{2} ω = 1⇔

  $\sigma\upsilon\nu\omega = \sqrt{1-\eta\mu^2\omega} = \sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}$.

- Χρησιμοποιούμε τον τύπο: $1+\varepsilon\varphi^2\omega = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}$, οπότε $\varepsilon\varphi^2\omega = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9}$,

Αν έχετε επιπλέον σχόλια ή θέλετε παραλλαγές, μη διστάσετε να ρωτήσετε! 😊

LIVEWORKSHEETS