



LKPD

(Lembar Kerja Peserta Didik)

Tema : Aturan Perkalian & Aturan Penjumlahan



Nama :

No. Presensi : Kelas :

Kelompok :



Tujuan Pembelajaran

- Menjelaskan aturan pencacahan (aturan penjumlahan dan aturan perkalian) secara tepat.
- Menerapkan konsep dan prinsip aturan pencacahan (aturan penjumlahan dan aturan perkalian) dengan benar.
- Menjelaskan perbedaan aturan pencacahan (aturan penjumlahan dan aturan perkalian) secara tepat.

Profil Pelajar Pancasila

- Bergotong royong, terbentuk dalam kegiatan diskusi kelompok.
- Berpikir kritis dan kreatif, terbentuk ketika diskusi dan mengerjakan latihan soal.

Membangun Konsep



Sumber: Andri Seto Baskoro/shutterstock.com (2023)

Coba perhatikan gambar di samping. Gambar tersebut menunjukkan suatu warung nasi yang menyediakan berbagai jenis masakan. Apakah hubungannya dengan materi yang akan kita bahas sekarang? Misalkan suatu warung nasi setiap hari menjual nasi dan berbagai jenis masakan yang dapat kita pilih untuk menjadi menu makan kita. Warung nasi tersebut menyediakan 5 jenis sayur, 8 jenis olahan ikan dan daging, 4 jenis tumis-tumisan, dan 3 jenis gorengan. Apabila setiap pembeli memilih satu dari setiap jenis masakan yang disediakan untuk menu makannya, artinya menu makan terdiri atas nasi, 1 jenis sayur, 1 jenis olahan ikan/daging, 1 jenis tumis-tumisan, dan 1 jenis gorengan, maka berapa banyak cara/menu makan yang dapat dibuat di warung nasi tersebut? Bagaimana cara menentukannya? Apakah dengan menuliskan satu per satu menu makan yang dapat dibuat? Namun, hal ini tentu membutuhkan waktu dan ketelitian yang cukup. Untuk memudahkan dan mempercepatnya, kita dapat menggunakan aturan/kaidah pencacahan yang akan kita pelajari sekarang. Untuk itu, simaklah setiap uraian materi yang akan dibahas dengan cermat dan saksama

Petunjuk Penggunaan

1. Tuliskan identitas diri dan nomor urut kelompok pada kolom yang disediakan!
2. Baca dan pahami LKPD yang dengan teliti, kemudian diskusikan dengan kelompokmu!
3. Jika ada yang kurang jelas, bertanyalah kepada gurumu!
4. Kerjakan soal yang disajikan dengan sungguh-sungguh dan penuh semangat!

Aturan Perkalian

Menentukan banyaknya cara suatu kejadian dapat terjadi, selalu dapat diselesaikan dengan menuliskan kejadiannya satu per satu. Akan tetapi kita akan mengalami kesulitan jika kejadiannya cukup banyak. Kejadian-kejadian yang cukup banyak akan lebih cepat diselesaikan dengan aturan perkalian. Bagaimana penggunaan aturan perkalian tersebut? Agar kalian dapat mengetahui dan memahaminya, kerjakanlah aktivitas berikut ini dengan teliti.

Aktivitas 1: Diskusi

Misalkan kalian memiliki 4 baju dan 3 celana dalam lemari baju kalian. Jika kalian ingin memakai baju dan celana tersebut secara berlainan, berapa banyak cara yang dapat kalian lakukan?



Alternatif Penyelesaian:

Cara 1: Menuliskan kejadian satu per satu

Misalkan empat baju itu adalah B1, B2, B3, dan B4 dan tiga celana itu adalah C1, C2, dan C3.

Anda tuliskan kejadiannya satu per satu, untuk menentukan kemungkinan pasangan dari empat baju dan tiga celana.

Kemungkinan 1:

Kemungkinan 2:

Kemungkinan 3:

dan seterusnya.

Ada berapa kemungkinan yang kalian peroleh dari pasangan empat baju dan tiga celana?

Cara lain untuk menentukan kemungkinan-kemungkinan tersebut adalah dengan menggunakan tabel berikut.

Tabel 1. Pasangan Baju dan Celana yang Mungkin Terjadi

	C1	C2	C3
B1	...	...	...
B2	...	...	...
B3	...	...	...
B4	...	...	...

Berdasarkan **Tabel 1**, ada berapakah pasangan baju dan celana yang berbeda? Jadi, kalian dapat memakai baju dan celana berlainan sebanyak cara.

Cara II: Aturan Perkalian

Baju dapat dipakai dengan 4 cara dan celana dapat dipakai dengan 3 cara, maka banyak cara Anda dapat memakai baju dan celana berlainan adalah 4×3 cara = ... cara.

Atau dapat ditulis:

Baju	Celana
.... cara	 cara

Banyaknya cara Anda memakai baju dan celana adalah $\dots \times \dots = \dots$ cara.

Secara umum dapat ditulis bahwa jika kejadian 1 dapat terjadi n_1 cara, kejadian 2 dapat terjadi n_2 cara, ..., kejadian k dapat terjadi n_k cara, maka kejadian-kejadian dengan urutan demikian dapat terjadi:

$$n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k \text{ cara}$$

Contoh

1. Tentukan banyak bilangan yang terdiri atas tiga angka berbeda yang dapat dibentuk dari angka-angka 2, 3, 4, 5, dan 7.

Alternatif Penyelesaian:

Agar kalian mudah memahaminya, maka soal ini kita selesaikan dengan dua cara yaitu:

- Menulis kejadiannya satu per satu mulai dari yang terkecil.

234, 235, 243, 245, 247, 253, 254, 273, 274, 275

Angka 2 sebagai ratusan diperoleh 12 bilangan.

Dengan cara yang sama, angka 3, 4, 5, dan 7 sebagai ratusan masing-masing diperoleh 12 bilangan.

Dengan demikian, banyaknya bilangan yang dapat dibentuk sebanyak 5×12 bilangan = 60 bilangan.

- Aturan Perkalian

Kita gunakan aturan pengisian tempat atau disebut juga aturan perkalian.

Banyak angka yang tersedia adalah 5 angka, yaitu 2, 3, 4, 5, dan 7. Karena kita akan membentuk tiga angka berbeda, maka kita sediakan 3 kotak.

Ratusan	Puluhan	Satuan
.... cara	 cara	 cara

- Kotak pertama untuk angka ratusan. Banyak angka yang dapat digunakan adalah lima angka, yaitu 2, 3, 4, 5, dan 7 (5 cara)
- Kotak kedua untuk angka puluhan, karena susunan harus berbeda, berarti angka yang sudah terpilih untuk angka ratusan tidak digunakan lagi, sehingga sisa angka yang dapat digunakan untuk angka puluhan adalah empat angka. Untuk jelasnya, misalkan angka ratusan kita isikan angka 2, maka untuk puluhan hanya dapat diisi dengan angka 3, 4, 5, atau 7 (4 cara).
- Kotak ketiga untuk angka satuan. Karena susunan angka harus berbeda, maka angka yang sudah terpilih untuk angka ratusan dan puluhan tidak digunakan lagi, sehingga sisa angka yang dapat digunakan untuk angka satuan adalah tiga angka (3 cara).

Ratusan	Puluhan	Satuan
5 cara	4 cara	3 cara

Jadi, banyaknya susunan bilangan ada $5 \times 4 \times 3 = 60$ cara.

2. Tentukan banyaknya bilangan tiga angka yang dapat disusun dari angka-angka 1, 2, 3, dan 4 jika:
- Pemakaian angka boleh berulang
 - Pemakaian angka tidak boleh berulang.

Alternatif Penyelesaian:

- a. Karena pemakaian angka boleh berulang, maka masing-masing kotak dapat diisi dengan angka 1, 2, 3, 4 (4 cara).

Ratusan	Puluhan	Satuan
4 cara	4 cara	4 cara

Jadi, banyaknya bilangan yang dapat disusun adalah $4 \times 4 \times 4 = 64$ bilangan.

- b. Kotak ratusan dapat diisi dengan angka 1, 2, 3, atau 4 (4 cara). Karena pemakaian angka tidak boleh berulang, maka salah satu angka yang sudah ditempatkan pada kotak ratusan tidak boleh menempati kotak puluhan dan satuan. Misalkan kotak ratusan diisi dengan angka 1, maka kotak puluhan diisi dengan angka 2, 3, atau 4 (3 cara). Misalkan kotak puluhan diisi dengan angka 2, maka kotak satuan hanya bisa diisi dengan angka 3 atau 4 (2 cara).

Ratusan	Puluhan	Satuan
4 cara	3 cara	2 cara

Jadi, banyaknya bilangan yang dapat disusun adalah $4 \times 3 \times 2 = 24$ bilangan.

Bagaimana jika dalam menentukan banyaknya bilangan yang dapat disusun dari angka-angka, terdapat syarat yang harus dipenuhi? Coba pahami contoh soal di bawah ini dengan saksama, agar kalian mengetahui cara menentukannya.

Contoh

Model Soal AKM Numerasi (Level Pemahaman)

Jika angka-angka 1, 2, 3, dan 4 akan disusun menjadi bilangan yang terdiri atas tiga angka yang berbeda, berilah tanda centang (✓) pada kolom Benar atau Salah untuk setiap pernyataan berikut ini.

Pernyataan	Benar	Salah
Banyaknya bilangan ganjil yang terbentuk adalah 12 bilangan.		
Banyaknya bilangan yang terbentuk lebih dari 200 adalah 18 bilangan.		
Banyaknya bilangan yang terbentuk dapat dibagi 2 kurang dari banyaknya bilangan ganjil yang terbentuk.		

Alternatif Penyelesaian:

Dari pernyataan “tiga angka berbeda”, berarti angka tidak boleh berulang.

- Bilangan yang disusun adalah bilangan ganjil, berarti syaratnya kotak satuan hanya dapat diisi dengan angka 1 atau 3 (dua cara). Dalam hal ini, kotak satuan disebut kotak penentu atau kotak kunci.

Misalkan kotak satuan diisi dengan angka 1, maka kotak puluhan hanya bisa diisi dengan angka 2, 3, atau 4 (tiga cara). Misalkan kotak puluhan diisi dengan angka 2, maka kotak ratusan hanya bisa diisi dengan angka 3 atau 4 (dua cara).

Ratusan	Puluhan	Satuan
2 cara	3 cara	2 cara

Banyak bilangan yang dimaksud adalah $2 \times 3 \times 2 = 12$ bilangan.

Dengan demikian, banyaknya bilangan ganti yang terdiri atas tiga angka berbeda adalah 12 bilangan.

- Bilangan yang disusun lebih dari 200, berarti syaratnya kotak ratusan hanya dapat diisi dengan angka 2, 3, atau 4 (tiga cara). Dalam hal ini, kotak ratusan disebut kotak penentu atau kotak kunci.

Misalkan kotak ratusan diisi dengan angka 2, akibatnya kotak puluhan hanya bisa diisi dengan angka 1, 3, atau 4 (tiga cara). Misalkan kotak puluhan diisi dengan angka 1, akibatnya kotak satuan hanya bisa diisi dengan angka 3 atau 4 (dua cara).

Ratusan	Puluhan	Satuan
3 cara	3 cara	2 cara

Banyak bilangan yang dimaksud adalah $3 \times 3 \times 2 = 18$ bilangan.

Dengan demikian, banyaknya bilangan yang terbentuk lebih dari 200 adalah 18 bilangan.

- Bilangan yang disusun dapat dibagi 2, berarti syaratnya kotak satuan hanya dapat diisi dengan angka 2 atau 4 (dua cara). Dalam hal ini, kotak satuan disebut kotak penentu atau kotak kunci.

Misalkan kotak satuan diisi dengan angka 4, akibatnya kotak ratusan hanya bisa diisi dengan angka 1, 2, atau 3 (3 cara). Misalkan kotak ratusan diisi dengan angka 1, akibatnya kotak puluhan hanya bisa diisi dengan angka 2 atau 3 (dua cara).

Ratusan	Puluhan	Satuan
3 cara	2 cara	2 cara

Banyak bilangan yang dimaksud adalah $3 \times 2 \times 2 = 12$ bilangan.

Karena banyak bilangan ganjil yang terbentuk adalah 12 bilangan, maka bilangan yang terbentuk dapat dibagi 2 sama banyaknya dengan bilangan ganjil yang terbentuk.

Jadi, jawaban yang benar adalah sebagai berikut.

Pernyataan	Benar	Salah
Banyaknya bilangan ganjil yang terbentuk adalah 12 bilangan.	✓	
Banyaknya bilangan yang terbentuk lebih dari 200 adalah 18 bilangan.	✓	
Banyaknya bilangan yang terbentuk dapat dibagi 2 kurang dari banyaknya bilangan ganjil yang terbentuk.		✓

Berdasarkan **Contoh 3** di atas, dalam menentukan banyaknya bilangan yang dapat disusun dari angka-angka yang memiliki syarat, maka syarat tersebut harus dipenuhi terlebih dahulu. Syarat tersebut ditempatkan dalam kotak kunci (kotak penentu).

Tip 3.1

Jika pemakaian angka tidak boleh berulang dan ada kotak kunci (kotak penentu), maka dalam menentukan banyaknya bilangan yang dapat disusun, adalah dengan mengisi kotak kunci terlebih dahulu.

Penggunaan diagram pohon atau bantuan tabel untuk mengetahui banyak kemungkinan dari hasil-hasil yang melibatkan banyak kejadian tidaklah efisien. Sebagai gantinya, kita menggunakan aturan perkalian. Apa itu aturan perkalian? Secara umum, aturan perkalian dapat dinyatakan sebagai berikut.

“Jika kejadian pertama, kejadian kedua, kejadian ketiga,..., dan kejadian ke- k berturut-turut dapat terjadi dalam $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ cara, dan kejadian-kejadian tersebut tidak saling berpengaruh satu sama lain (termasuk kejadian bebas), maka banyak cara berbeda menyatakan seluruh kejadian tersebut (kejadian-kejadian tersebut dapat terjadi bersamaan atau berurutan) adalah $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$.”

Aturan Penjumlahan

Kejadian yang sering muncul dalam soal adalah kejadian yang berurutan. Apabila kejadiannya bukan merupakan kejadian terurut, tetapi kejadian paralel atau terpisah, atau saling lepas, maka cara menyelesaikannya adalah dengan menggunakan aturan penjumlahan. Ciri-ciri dari kejadian terpisah atau saling lepas adalah dihubungkan dengan kata “atau”. Bagaimana penggunaan aturan penjumlahan tersebut? Agar kalian dapat mengetahui dan memahaminya, kerjakanlah aktivitas berikut ini dengan teliti.



Aktivitas 2: Diskusi

Misalkan ada 2 jalan dari kota A ke kota B, 4 jalan dari kota A ke kota C, 2 jalan dari kota B ke kota C. Dari kota B dan C masing-masing ada 3 jalan ke kota D. Jika seseorang dari kota A pergi ke kota D melalui kota B dan C, maka banyaknya cara yang dapat ditempuh adalah...

Alternatif Penyelesaian:

Misalkan kita ilustrasikan rute perjalanan pada soal, dengan gambar sebagai berikut. Gambarkanlah jalan-jalan yang menghubungkan kota-kota tersebut.

A

B

C

D

Banyak rute perjalanan dari kota A ke kota D yang harus melalui kota B dan kota C dapat ditempuh dengan dua cara, yaitu A-B-C-D atau

A	B	C	D
... cara	... cara	... cara	

atau

A	B	C	D
... cara	... cara	... cara	

Jadi, banyaknya jalur yang dapat ditempuh adalah ... cara

Aturan yang kalian gunakan dalam menyelesaikan permasalahan pada Aktivitas 2 dalam LKPD adalah aturan penjumlahan. Secara umum, aturan penjumlahan dapat dinyatakan sebagai berikut.

“Jika kejadian pertama, kejadian kedua, kejadian ketiga, ..., dan kejadian ke- k berturut-turut dapat terjadi dalam $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ cara, kejadian - kejadian tersebut tidak dapat terjadi pada saat bersamaan (termasuk kejadian saling lepas), maka banyak cara menyatakan seluruh kejadian tersebut adalah $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$ ”

Contoh

Dari kota A ke kota B tersedia transportasi berupa 5 unit bus, 10 unit mobil travel, 4 unit kereta, dan 2 unit pesawat terbang? Berapa banyak cara kamu dapat bepergian dari kota A ke kota B.

Alternatif Penyelesaian:

Perhatikan, pada saat yang bersamaan kamu tidak bisa naik kendaraan yang berbeda-beda, misalnya naik bus dan naik kereta atau naik bus 1 dan bus 2. Oleh karena itu, keadaan ini termasuk kejadian saling lepas. Untuk menghitung banyak cara bepergian dari kota A ke kota B dapat digunakan aturan penjumlahan, yaitu $5 \text{ (bus)} + 10 \text{ (travel)} + 4 \text{ (kereta)} + 2 \text{ (pesawat)} = 21$ cara.



Latihan Soal

1. Di kelas XII terdapat 40 siswa, 15 siswa di antaranya perempuan. Berapa banyak cara untuk memilih seorang perempuan dan seorang laki-laki sebagai wakil dari kelas XII?
2. Suatu kelas yang terdiri atas 40 siswa melakukan pemilihan ketua, sekretaris, dan bendahara kelas. Jika tidak boleh ada jabatan yang dirangkap, berapa banyak cara yang bisa dilakukan dalam pemilihan itu?
3. Yusuf memiliki dua unit sepeda motor dan tiga unit sepeda yang dapat dia gunakan ke sekolah. Berapa banyakkah cara berkendara bagi Yusuf agar dapat sampai ke sekolah?
4. Andi memiliki 3 topi hitam, 2 topi putih, dan 1 topi merah. Pada suatu hari yang panas terik, Andi akan ke luar rumah dengan menggunakan topi. Berapa banyakkah pilihan yang Andi miliki untuk memakai topi?

1. Gambarlah diagram pohon untuk menentukan banyak kemungkinan hasil dari:
 - a. percobaan melempar koin: tiga kali; empat kali
 - b. percobaan melempar dua keping koin diikuti satu dadu, masing-masing satu kali
2. Ada 4 rute dari A ke B (misalkan p , q , r , dan s) dan 3 rute dari B ke C (misalkan 1, 2, dan 3).
 - a. Gunakan diagram pohon untuk mendaftar hasil-hasil yang mungkin dan hitung banyak cara yang mungkin untuk perjalanan dari A ke C.
 - b. Tentukan banyak cara yang mungkin untuk perjalanan dari A ke C dengan menggunakan aturan perkalian.

Untuk nomor 3 sampai dengan nomor 5, gunakan aturan perkalian dan jika perlu gunakan bantuan diagram pengisian tempat.

3. Dominggus dan 9 orang temannya (berarti ada 10 orang) bermaksud membentuk suatu tim bola basket yang terdiri atas 5 orang. Apabila Dominggus harus menjadi anggota tim, tentukan banyak tim yang mungkin dibentuk.
4. Berapa banyak kata sandi yang terdiri atas 5 huruf berbeda dapat dibentuk dari huruf-huruf pada kata “penghibur” jika:
 - a. tidak ada huruf yang boleh diulang
 - b. huruf-huruf boleh diulang
 - c. hanya huruf pertama yang tidak boleh diulang
5. **Model Soal AKM Numerasi (Level Penerapan)**
 Berdasarkan angka-angka 1, 2, 3, 5, 7, 8, dan 9 yang akan dibentuk bilangan-bilangan, berilah tanda centang (✓) pada kolom Benar atau Salah untuk setiap pernyataan berikut ini.

Pernyataan	Benar	Salah
Banyaknya bilangan ratusan berlainan yang dapat dibentuk dari angka-angka tersebut yang lebih besar daripada 300 adalah 150 bilangan.		
Banyaknya bilangan ribuan berlainan yang dapat dibentuk dari angka-angka tersebut yang kurang dari 5000 adalah 450 bilangan.		
Bilangan ratusan di antara 400 dan 500 lebih banyak daripada bilangan ratusan di antara 700 dan 900.		

Penuntun

Tentukan dahulu angka-angka yang bisa diisikan pada tempat ke-1 berdasarkan pembatasan yang diberikan, barulah isi tempat-tempat berikutnya yang masih kosong.

6. Suatu bank menerbitkan nomor PIN untuk kartu ATM nasabahnya. Nomor PIN tersebut harus terdiri atas enam angka yang dibentuk dari angka-angka 0 sampai dengan 9. Angka pertama tidak boleh nol. Berapa banyak kartu ATM yang bisa diterbitkan bank tersebut jika:
- angka-angka boleh diulang
 - angka-angka tidak boleh diulang

Penuntun

Perhatikan, hanya angka pertama yang tidak boleh nol; angka kedua sampai dengan angka keenam boleh nol.

7. Model Soal AKM Numerasi (Level Pemahaman)

Jika angka-angka 0, 1, 2, 3, 4, dan 5 akan disusun menjadi bilangan yang terdiri atas tiga angka, berilah tanda centang (✓) pada kolom di samping pernyataan berikut ini yang benar.

☐

Jika angka boleh digunakan berulang, maka banyaknya bilangan tiga angka adalah 180 bilangan.

☐

Jika angka tidak boleh digunakan berulang, maka banyaknya bilangan tiga angka adalah 120 bilangan.

☐

Jika angka boleh digunakan berulang, maka banyaknya bilangan ganjil yang lebih dari 300 adalah 28 bilangan.

☐

Jika angka tidak boleh digunakan berulang, maka banyaknya bilangan genap yang kurang dari 300 adalah 12 bilangan.