LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Lingkup Materi	Kelompok
Komposisi Fungsi	1. 2. 3. 4.

Capaian Pembelajaran

Peserta didik dapat menyatakan data dalam bentuk matriks. Mereka dapat menentukan fungsi invers, komposisi fungsi, dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata menggunakan fungsi yang sesuai (linear, kuadrat, eksponensial).

Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik dapat memahami sifat-sifat komposisi fungsi
2. Peserta didik dapat menentukan suatu fungsi apabila salah satu fungsi dan komposisi kedua fungsi tersebut diketahui

Petunjuk!

1. Tuliskan identitas kelompok dan anggota pada kolom yang sudah disediakan
2. Diskusikan dan kerjakan kegiatan berikut ini dengan anggota kelompokmu
3. Isilah pada setiap titik-titik yang teerdapat pada LKPD ini
4. Tuliskan hasil diskusi pada tempat yang telah disediakan

LIVEWORKSHEETS

AYO MENGINGAT

Sebuah Perusahaan es krim memproduksi es krim melalui dua tahap proses. Tahap pertama membuat adonan dasar, pada tahap ini mesin pertama mencampurkan susu bubuk untuk membuat adonan dasar es krim. Mesin tersebut menggunakan 2 box susu bubuk, dan setiap box beratnya 50 kg. Setelah itu, ditambahkan lagi 3 kg susu bubuk ke dalam campuran. Setelah adonan dasar es krim dibuat, mesin kedua akan mengolah adonan tersebut untuk menjadi es krim dengan menghitung setengah dari kuadrat berat adonan dasar dan kemudian mesin tersebut mengurangi hasilnya dengan empat kali berat adonan dasar. Berapa kg es krim yang dihasilkan perusahaan es krim melalui kedua tahap tersebut?

Langkah-langkah penyelesaian :

1) Misalkan tahap 1 sebagai fungsi $f(x)$, dan tiap box susu bubuk adalah x
   Diketahui pada tahap 1 mesin menggunakan 2 box susu bubuk ditambah 3 kg, sehingga kita dapatkan bentuk kalimat matematikanya adalah $f(x) = \ldots x + 3$
   Pada tahap 1 mesin menghasilkan adonan dasar
   Maka hasil dari $f(x)$ adalah …
2) Kita misalkan tahap 2 sebagai sebuah fungsi $g(x)$
   Kemudian pada tahap 2 mesin mengolah adonan dasar yang telah dihasilkan pada tahap 1. Sehingga tahap … merupakan komposisi dari tahap …
   Tahap 1 $= f(x)$
   Tahap 2 $= g(x)$
   Sehingga kita dapatkan $(\ldots \; o \; \ldots)(x)$
3) Untuk dapat menghitung berat es krim yang dihasilkan, kita dapat menggunakan komposisi fungsi.
   Pada Langkah ke-2 telah kita dapatkan bentuk komposisi fungsinya yaitu $(\ldots \; o \; \ldots)(x)$
   Sehingga,
   $(\ldots \; o \; \ldots)(x) = (\ldots(\ldots(x))$
   Pada tahap … kita akan mengolah hasil dari tahap … dengan cara seperti yang diketahui pada soal yaitu dengan cara menghitung setengah dari kuadrat adonan dasar dikurangi empat kali adonan dasar.
   Sehingga,

$$
\begin{aligned}
(\ldots(\ldots(x)) &= 0{,}5(\ldots(\ldots))^2 - \ldots f(x) \\
&= 0{,}5(\ldots x + 3)^2 - \ldots(\ldots x + \ldots) \\
&= 0{,}5(\ldots^2 + \ldots x + 9) - \ldots x - \ldots \\
&= \ldots x^2 - 2x - \ldots
\end{aligned}
$$

   Dari soal kita ketahui bahwa berat tiap box susu bubuk $= 50\ kg = x$
   Maka dapat kita cari berat es krim yang dihasilkan perusahaan dengan cara

$$
\begin{aligned}
(\ldots(\ldots(50)) &= \ldots(\ldots)^2 - 2(\ldots) - \ldots \\
&= \cdots(\ldots) - \ldots - \ldots \\
&= \ldots - \ldots - \ldots
\end{aligned}
$$

LIVEWORKSHEETS

$(\ldots(\ldots(50)) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Kesimpulan :

Jadi berat es krim yang dihasilkan perusahaan es krim melalui kedua tahap tersebut adalah … kilogram

Aktivitas 1

Mengamati Sifat-Sifat Komposisi Fungsi

1. Dari kegiatan "ayo mengingat" kita telah menyelesaikan permasalahan tersebut dengan menggunakan komposisi fungsi yakni $(gof)(x)$. Selanjutnya coba selidiki apakah $(gof)(x) = (fog)(x)$?
   Alternatif penyelesaian :
   - $(gof)(x) = g(f(x))$
     $= g(\ldots x + 3)$
     $= 0{,}5(\ldots x + 3)^2 - \ldots(\ldots x + \ldots)$
     $= 0{,}5(\ldots^2 + \ldots x + 9) - \ldots x - \ldots$
     $= \ldots x^2 - 2x - \ldots$
   - $(fog)(x) = f(g(x))$
     $= f(\ldots x^2 - \ldots x)$
     $= \ldots(\ldots x^2 - \ldots x) + \ldots$
     $= \ldots x^2 - \ldots x + \ldots$
     $= \ldots x^2 - \ldots x + \ldots$

   Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh bahwa $(gof)(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ dan $(fog)(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
   Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa $(gof)(x) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (fog)(x)$
2. Apabila diketahui fungsi $f: R \to R$ dengan $f(x) = 3x + 2$, fungsi $g: R \to R$ dengan $g(x) = x - 4$, dan fungsi $h: R \to R$ dengan $h(x) = 2x + 1$. Selidikilah apakah $((fog)oh) = (fo(goh))$?
   Alternatif Penyelesaian :
   a) Untuk mencari $((fog)oh)$ perlu dilakukan lagkah-langkah berikut :
      Langkah 1
      Kerjakan terlebih dahulu $(fog)(x)$
      Misalkan $(fog)(x) = j(x)$
      $j(x) = (\ldots o \ldots)(x) = \ldots(\ldots(x))$
      $= f(\ldots - \ldots)$
      $= \ldots(\ldots - \ldots) + \ldots$
      $= \ldots x - \ldots + \ldots$
      $= \ldots\ldots\ldots\ldots$

LIVEWORKSHEETS

Langkah 2

Setelah didapat hasil $(fog)(x)$ yang kita misalkan sebagai $j(x)$ berdasarkan Langkah 1, kemudian akan dicari $((fog)oh)$

Karena kita misalkan $(fog)(x) = j(x)$ maka

$((fog)oh) = (\ldots oh)(x)$

$= \ldots(h(x))$

$= \ldots(\ldots x + \ldots) - \ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Jadi hasil dari $((fog)oh)$ adalah .....

b) Untuk mencari $(fo(goh))$ perlu dilakukan langkah-langkah berikut :

Langkah 1

Kerjakan terlebih dahulu $(goh)(x)$

Misalkan $(goh)(x) = k(x)$

$k(x) = (\ldots o \ldots)(x) = \ldots(\ldots(x))$

$= g(\ldots x + \ldots) - \ldots$

$= \ldots x + \ldots - \ldots$

$= \ldots\ldots\ldots$

Langkah 2

Setelah didapat hasil $(goh)(x)$ yang kita misalkan sebagai $k(x)$ berdasarkan Langkah 1, kemudian akan dicari $(fo(goh))$

Karena kita misalkan $(goh)(x) = k(x)$ maka

$(fo(goh)) = (\ldots o \ldots)(x)$

$= \ldots(k(x))$

$= \ldots(\ldots x - \ldots) + \ldots$

$= \ldots x - \ldots + \ldots$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots$

Jadi hasil dari $(fo(goh))$ adalah .....

Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh bahwa hasil dari

$((fog)oh) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ dan $\big(fo(goh)\big) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Maka dapat disimpulkan bahwa $((fog)oh)$..... $\big(fo(goh)\big)$, sehingga sifat.....berlaku pada operasi komposisi fungsi.

LIVEWORKSHEETS

3. Jika terdapat sebuah fungsi $f(x) = 10x$ dan $I(x) = x$, selidikilah apakah $(f\ o\ I)(x) = (I\ o\ f)(x) = f(x)??$
   Alternatif penyelesaian :
   - $(f\ o\ I)(x) = \ldots\big(\ldots(x)\big)$
     $= \ldots\ldots$
   - $(I\ o\ f)(x) = \ldots(\ldots(x))$
     $= \ldots\ldots$
     $= \ldots\ldots$

   Maka dapat disimpulkan bahwa $(f\ o\ I)(x) \ldots (I\ o\ f)(x) \ldots f(x)$, sehingga sifat ..... berlaku pada operasi komposisi fungsi.

Berdasarkan aktivitas 1 maka dapat disimpulkan sifat-sifat komposisi fungsi adalah

1. Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh bahwa $(gof)(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ dan $(fog)(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
   Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa $(gof)(x) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (fog)(x)$
   Maka sifat komutatif …….. pada operasi komposisi fungsi
2. Karena hasil perhitungan diperoleh bahwa hasil dari $((fog)oh) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ dan $\big(fo(goh)\big) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
   Maka dapat disimpulkan bahwa $((fog)oh)$…… $\big(fo(goh)\big)$, sehingga sifat……..berlaku pada operasi komposisi fungsi.
3. Maka dapat disimpulkan bahwa $(f\ o\ I)(x) \ldots (I\ o\ f)(x) \ldots f(x)$, sehingga sifat.....berlaku pada operasi komposisi fungsi.

LIVEWORKSHEETS

AYO MENGAMATI

Suatu pabrik kertas berbahan dasar kayu memproduksi kertas melalui dua tahap. Tahap pertama menggunakan mesin 1 yang menghasilkan bahan kertas setengah jadi. Tahap kedua dengan menggunakan mesin 2 yang menghasilkan kertas. Dalam produksinya, mesin 2 melanjutkan proses produksi kertas dari mesin 1 dengan cara memasukkan 4 tumpuk kayu dan dikurangi dengan 1 kg kayu. Jika hasil akhir kertas yang dihasilkan melalui kedua mesin tersebut adalah setara dengan 4 kali dari kuadrat tumpukan kayu, dikurangi dengan 8 tumpuk kayu dan ditambah dengan 7 kg kayu, tentukan proses produksi kertas pada mesin 1 dalam bentuk fungsi komposisi!

Langkah-langkah penyelesaian :

1. Menuliskan yang diketahui dari soal :
   - Mesin kedua menghasilkan kertas dengan cara memasukkan 4 tumpuk kayu dan dikurangi dengan 1 kg kayu.
     Misalkan : 1 tumpuk kayu $= x$
     : proses produksi mesin 2 $= f(x)$
     Sehingga dapat kita tuliskan
     $f(x) = \ldots x - 1$
   - Misalkan : proses produksi mesin 1 $= g(x)$
     Dalam produksinya, mesin 2 melanjutkan proses produksi kertas dari mesin 1
     Dalam hal ini berarti mesin … merupakan ……..... dari mesin …
     Sehingga dapat kita tuliskan dalam bentuk matematika sebagai berikut :
     $(\ldots o \ldots)(x) = \ldots(\ldots(x))$
   - Dari point diatas kita tahu bahwa mesin 2 melanjutkan proses produksi mesin 1 yang artinya proses pembuatan kertas selesai. Hasil akhir kertas yang dihasilkan melalui dua mesin tersebut adalah setara dengan 4 kali dari kuadrat tumpukan kayu, dikurangi dengan 8 tumpuk kayu dan ditambah dengan 7 kg kayu.
     Sehingga dapat kita tuliskan bentuk matematikanya sebagai berikut :
     $\ldots\big(\ldots(x)\big) = \ldots x^2 - \ldots x + \ldots$
2. Menuliskan apa yang ditanyakan pada soal :
   Ditanyakan proses produksi kertas pada mesin 1 dalam bentuk fungsi komposisi.
   Proses produksi mesin 1$= g(x)$
   Ditanyakan $g(x) = ?$
3. Penyelesaian :
   Akan dicari rumus fungsi komposisi dari g(x)
   $\ldots\big(\ldots(x)\big) = \ldots x^2 - \ldots x + \ldots$
   $4\big(\ldots(x)\big) - \ldots = \ldots x^2 - \ldots x + \ldots$
   $4\big(\ldots(x)\big) = \ldots x^2 - \ldots x + \ldots + \ldots$

LIVEWORKSHEETS

$4(\ldots(x)) = \ldots x^2 - \ldots x + \ldots$

$\ldots(x) = \frac{\ldots x^2 - \ldots x + \ldots}{\ldots}$

$g(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Kesimpulan

Jadi cara produksi kertas pada mesin 1 dalam bentuk fungsi komposisi adalah ……

LIVEWORKSHEETS