

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

LKPD

MATEMATIKA

Sistem Persamaan linear Tiga Variabel
(SPLTV)

Kelas :

Nama Anggota Kelompok :

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____

1²3



X

(Sepuluh)
Semester 1/Ganjil

C. Materi

Sebelum menjawab soal, mari kita simak dan pahami materi dengan baik agar dapat menemukan solusi yang tepat dan efektif.



Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel Metode Determinan

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 7 \\ 3x - y + z = 4 \\ 2x + y + z = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Determinan variabel y

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 7 & -3 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (4 + 14 + (-36)) - (21 + 4 + (-24)) = -18$$

$$D = -19 \quad D_x = -38$$

C. Permasalahan 1

Andi, Budi dan Candra pergi ke toko alat tulis. Mereka membeli tiga jenis barang, yaitu buku tulis, pulpen dan penggaris. Andi membeli 2 buku tulis, 1 pulpen dan 3 penggaris lalu ia membayar Rp19.500,00. Budi membeli 3 buku tulis, 2 pulpen dan 1 penggaris dengan membayar Rp24.000,00. Candra membeli 1 buku tulis, 2 pulpen dan 2 penggaris dengan membayar Rp16.000,00. Tentukan masing-masing harga buku, pulpen dan penggaris di toko tersebut?

Tahap penyelesaian

• Metode Eliminasi

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:

x = Harga 1 Buah Buku Tulis

y = Harga 1 Pulpen

z = Harga 1 Penggaris

Model Matematika:

➤ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500

$$2x + y + 3z = 19.500 \dots\dots\dots(1)$$

➤ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000

$$3x + 2y + z = 24.000 \dots\dots\dots(2)$$

➤ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000

$$x + 2y + 2z = 16.000 \dots\dots\dots(3)$$

Langkah 2

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (2) dan (3)

$$3x + 2y + z = 24.000$$

$$x + 2y + 2z = 16.000 \quad \text{---}$$

$$2x - z = 8.000$$

$$2x - z = 8.000 \dots\dots\dots(4)$$

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (1) dan (2)

$$2x + y + 3z = 19.500 \times 2$$

$$3x + 2y + z = 24.000 \times 1$$

$$4x + 2y + 6z = 39.000 \quad \text{---}$$

$$3x + 2y + z = 24.000$$

$$x + 5z = 15.000$$

$$x + 5z = 15.000 \dots\dots\dots(5)$$

Langkah 3

Mengeliminasi variabel z pada persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{rcl} x + 5z & = & 15.000 \times 1 \\ 2x - z & = & 8.000 \times 5 \\ x + 5z & = & 15.000 \\ 10x - 5z & = & 40.000 \quad + \\ \hline 11x & = & 55.000 \\ x & = & \frac{55.000}{11} \\ x & = & 5.000 \end{array}$$

Langkah 4

Eliminasi y pada persamaan (2) dan persamaan (3)

$$\begin{array}{rcl} x + 5z & = & 15.000 \times 2 \\ 2x - z & = & 8.000 \times 1 \\ 2x + 10z & = & 30.000 \\ 2x - z & = & 8.000 \quad - \\ \hline 11z & = & 22.000 \\ z & = & \frac{22.000}{11} \\ z & = & 2.000 \end{array}$$

Langkah 5

Eliminasi variabel x (untuk mencari y)

Persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 2x + y + 3z & = & 19.500 \times 1 \\ x + 2y + 2z & = & 16.000 \times 2 \\ 2x + y + 3z & = & 19.500 \\ 2x + 4y + 4z & = & 32.000 \quad - \\ \hline -3y - z & = & -12.500 - \\ 3y + z & = & 12.500 \dots\dots\dots(6) \end{array}$$

Eliminasi variabel x (untuk mencari y)
Persamaan (2) dan (3)

$$\begin{array}{rcl} 3x + 2y + z & = & 24.000 \times 1 \\ x + 2y + 2z & = & 16.000 \times 3 \\ 3x + 2y + z & = & 24.000 \\ \hline 3x + 6y + 6z & = & 48.000 \quad \text{---} \\ -4y - 5z & = & -24.000 \quad \times -1 \\ \hline 4y + 5z & = & 24.000 \quad \text{.....(7)} \end{array}$$

Langkah 6

Eliminasi variabel z (untuk mencari y)
Persamaan (6) dan (7)

$$\begin{array}{rcl} 3y + z & = & 12.500 \times 5 \\ 4y + 5z & = & 24.000 \times 1 \\ 15y + 5z & = & 62.500 \\ 4y + 5z & = & 24.000 \\ \hline 11y & = & 38.500 \quad \text{---} \\ y & = & \frac{38.500}{11} \\ y & = & 3.500 \end{array}$$

Kesimpulan

Didapatkan:
x = Harga Buku = 5.000
y = Harga Pulpen = 3.500
z = Harga Penggaris = 2.000

• Metode Substitusi

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:

x = Harga 1 Buah Buku Tulis

y = Harga 1 Buah

z = Harga 1 Buah

Model Matematika:

➤ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500

$$2x + y + 3z = 19.500 \dots\dots\dots(1)$$

➤ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000

$$3x + 2y + z = 24.000 \dots\dots\dots(2)$$

➤ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000

$$x + 2y + 2z = 16.000 \dots\dots\dots(3)$$

Langkah 2

Pilih satu persamaan sederhana dari persamaan (1), (2) atau (3), kemudian nyatakan x sebagai fungsi y dan z , atau y sebagai fungsi x dan z , atau z sebagai fungsi x dan y .

$$x + 2y + 2z = 16.000 \dots\dots\dots(3)$$

$$x = 16.000 - 2y - 2z \dots\dots\dots(4)$$

Langkah 3

Substitusikan y atau x atau z yang diperoleh dari langkah kedua ke persamaan lainnya sehingga didapat persamaan dua variabel.

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (1)

$$2x + y + 3z = 19.500 \dots\dots\dots(1)$$

$$2(16.000 - 2y - 2z) + y + 3z = 19.500$$

$$32.000 - 4y - 4z + y + 3z = 19.500$$

$$-3y - z = 19.500 - 32.000$$

$$-3y - z = -12.500$$

$$3y + z = 12.500$$

$$z = 12.500 - 3y \dots\dots\dots(5)$$

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (2)

$$\begin{aligned}3x + 2y + z &= 24.000 \dots\dots\dots(2) \\3(16.000 - 2y - 2z) + 2y + z &= 24.000 \\48.000 - 6y - 6z + 2y + z &= 24.000 \\-4y - 5z &= 24.000 - 48.000 \\-4y - 5z &= -24.000 \\4y + 5z &= 24.000 \dots\dots\dots(6)\end{aligned}$$

Substitusikan persamaan (5) ke persamaan (6)

$$\begin{aligned}4y + 5z &= 24.000 \dots\dots\dots(6) \\4y + 5(12.500 - 3y) &= 24.000 \\4y + 62.500 - 15y &= 24.000 \\-11y &= 24.000 - 62.500 \\-11y &= -38.500 \\11y &= 38.500 \\y &= \frac{38.500}{11} \\y &= 3.500\end{aligned}$$

Langkah 4

Substitusikan nilai y ke persamaan (5)

$$\begin{aligned}z &= 12.500 - 3y \dots\dots\dots(5) \\z &= 12.500 - 3(3.500) \\z &= 12.500 - 10.500 \\z &= 2.000\end{aligned}$$

Langkah 5

Substitusikan nilai y dan z ke persamaan (3)

$$\begin{aligned}x + 2y + 2z &= 16.000 \dots\dots\dots(3) \\x + 2(3.500) + 2(2.000) &= 16.000 \\x + 7.000 + 4.000 &= 16.000 \\x + 11.000 &= 16.000 \\x &= 16.000 - 11.000 \\x &= 5.000\end{aligned}$$

Kesimpulan

Didapatkan:

$x = \text{Harga Buku} = 5.000$

$y = \text{Harga Pulpen} = 3.500$

$z = \text{Harga Penggaris} = 2.000$

• Metode Campuran

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:

$x = \text{Harga 1 Buah Buku Tulis}$

$y = \text{Harga 1 Buah}$

$z = \text{Harga 1 Buah}$

Model Matematika:

➤ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500

$$2x + y + 3z = 19.500 \dots\dots\dots(1)$$

➤ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000

$$3x + 2y + z = 24.000 \dots\dots\dots(2)$$

➤ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000

$$x + 2y + 2z = 16.000 \dots\dots\dots(3)$$

Langkah 2

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (2) dan (3)

$$3x + 2y + z = 24.000$$

$$x + 2y + 2z = 16.000$$

$$2x - z = 8.000 \quad \text{—}$$

$$2x - z = 8.000 \dots\dots\dots(4)$$

Mengeliminasi variabel y pada persamaan (1) dan (2)

$$2x + y + 3z = 19.500 \times 2$$

$$3x + 2y + z = 24.000 \times 1$$

$$4x + 2y + 6z = 39.000 \quad \text{---}$$

$$3x + 2y + z = 24.000$$

$$x + 5z = 15.000$$

$$x + 5z = 15.000 \dots\dots\dots(5)$$

Langkah 3

Mengeliminasi variabel z pada persamaan (4) dan (5)

$$x + 5z = 15.000 \times 1$$

$$2x - z = 8.000 \times 5$$

$$x + 5z = 15.000$$

$$10x - 5z = 40.000 \quad \text{---}$$

$$11x = 55.000$$

$$x = 55.000$$

$$11$$

$$x = 5.000$$

Langkah 4

Substitusikan nilai x ke persamaan (5)

$$x + 5z = 15.000 \dots\dots\dots(5)$$

$$5.000 + 5z = 15.000$$

$$5z = 15.000 - 5.000$$

$$5z = 10.000$$

$$z = \frac{10.000}{5}$$

$$5$$

$$z = 2.000$$

Langkah 5

Substitusikan nilai x dan z ke persamaan (3)

$$\begin{aligned}x + 2y + 2z &= 16.000 \dots\dots\dots(3) \\5.000 + 2y + 2(2.000) &= 16.000 \\5.000 + 2y + 4.000 &= 16.000 \\2y + 9.000 &= 16.000 \\2y &= 16.000 - 9.000 \\2y &= 7.000 \\y &= \frac{7.000}{2} \\y &= 3.500\end{aligned}$$

Kesimpulan

Didapatkan:

x = Harga Buku = 5.000

y = Harga Pulpen = 3.500

z = Harga Penggaris = 2.000

• Metode Determinan

Langkah 1

Nyatakan Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel tersebut dalam bentuk model matematika.

Misal:

x = Harga 1 Buah Buku Tulis

y = Harga 1 Buah

z = Harga 1 Buah

Model Matematika:

➤ 2 Buku Tulis + 1 Pulpen + 3 Penggaris = Rp 19.500

$$2x + y + 3z = 19.500 \dots\dots\dots(1)$$

➤ 3 Buku Tulis + 2 Pulpen + 1 Penggaris = Rp 24.000

$$x + y + z = \dots\dots\dots(2)$$

➤ 1 Buku Tulis + 2 Pulpen + 2 Penggaris = Rp 16.000

$$x + y + z = \dots\dots\dots(3)$$

Langkah 2

Mengubah SPLTV ke bentuk matriks

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 19.500 \\ 24.000 \\ 16.000 \end{vmatrix}$$

Langkah 3

Menentukan nilai D

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$
$$D = [(2)(2)(2) + (1)(1)(1) + (3)(3)(2)] - [(1)(2)(3) + (2)(1)(2) + (2)(3)(1)]$$
$$D = [8 + 1 + 18] - [6 + 4 + 6]$$
$$D = [27] - [16]$$
$$D = 11$$

Langkah 4

Menentukan nilai Dx

$$Dx = \begin{vmatrix} 19.500 & 1 & 3 \\ 24.000 & 2 & 1 \\ 16.000 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$
$$Dx = [(19.500)(2)(2) + (1)(1)(16.000) + (3)(24.000)(2)] - [(16.000)(2)(3) + (2)(1)(19.500) + (2)(24.000)(1)]$$
$$Dx = [78.000 + 16.000 + 144.000] - [96.000 + 39.000 + 48.000]$$
$$Dx = [238.000] - [183.000]$$
$$Dx = 55.000$$

Langkah 5

Menentukan nilai Dy

$$Dy = \begin{vmatrix} 2 & 19.500 & 3 \\ 3 & 24.000 & 1 \\ 1 & 16.000 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 19.500 \\ 3 & 24.000 \\ 1 & 16.000 \end{vmatrix}$$

$$Dy = [(2) (24.000) (2) + (19.500) (1) (1) + (3) (3) (16.000)] - [(1) (24.000) (3) + (16.000)(1) (2) + (2) (3) (19.500)]$$

$$Dx = [96.000 + 19.500 + 144.000] - [72.000 + 32.000 + 117.000]$$

$$Dx = [259.500] - [221.000]$$

$$Dx = 38.500$$

Langkah 6

Menentukan nilai Dz

$$Dz = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 19.500 \\ 3 & 2 & 24.000 \\ 1 & 2 & 16.000 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$Dz = [(2) (2) (16.000) + (1) (24.000) (1) + (19.500) (3) (2)] - [(1) (2) (19.500) + (2) (24.000) (2) + (16.000) (3) (1)]$$

$$Dz = [64.000 + 24.000 + 117.000] - [39.000 + 96.000 + 48.000]$$

$$Dz = [205.000] - [183.000]$$

$$Dz = 22.000$$

Langkah 7

Menentukan nilai x, y, dan z

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{55.000}{11} = 5.000$$

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{38.500}{11} = 3.500$$

$$z = \frac{Dz}{D} = \frac{22.000}{11} = 2.000$$

Kesimpulan

Didapatkan:

$x = \text{Harga Buku} = 5.000$

$y = \text{Harga Pulpen} = 3.500$

$z = \text{Harga Penggaris} = 2.000$