

Sistem persamaan linier tiga variabel
Kelas X



Fakultas Matematika dan Ilmu Pendidikan

Universitas Negeri Semarang

2024

Daftar Isi

1. Halaman Judul.....	1
2. Daftar Isi.....	2
3. Latar Balakang.....	3
4. Capaian Pembelajaran.....	4
5. Tujuan Pembelajaran.....	4
6. Tokoh Aljabar.....	5
7. Materi Pembelajaran.....	6
8. Glosarium.....	22
9. Daftar Pustaka.....	22
10. Profil Pengembang	23

Latar Belakang

Kemampuan berpikir komputasional merupakan keterampilan penting di abad 21 yang mendukung tantangan era revolusi industri 4.0. Kemampuan ini melibatkan proses pemecahan masalah kompleks dengan teknik seperti dekomposisi, pengenalan pola, abstraksi, dan algoritma. Pada kenyataannya, pembelajaran yang diterapkan guru justru mempersempit ruang siswa untuk mengembangkan kemampuan berpikir komputasional (Gadanidis dkk., 2017). Hal ini sejalan dengan pendapat Tedre dan Denning (2016) bahwa penyebab kemampuan berpikir komputasional siswa tidak berkembang adalah kurangnya kreativitas guru dalam melakukan inovasi terhadap pembelajaran. Guru sering kali menekankan pembelajaran yang dimana menuntut siswa untuk menghafal prosedur-prosedur yang digunakan untuk memecahkan masalah matematika, sehingga menyebabkan kemampuan berpikir komputasional yang dimiliki siswa menjadi rendah (Angeli & Giannakos, 2020; Gadanidis dkk., 2017).

Rendahnya kemampuan berpikir komputasional terlihat ketika siswa menyelesaikan soal cerita masih terdapat kesulitan. Berdasarkan penelitian Wahab dan Sunarti (2022) masih terdapat kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal SPLTV berbentuk soal cerita, hasil belajar siswa pada materi sistem persamaan linear tiga variabel menunjukkan hasil yang masih rendah, dimana hanya $< 50\%$ siswa yang berhasil memenuhi kriteria kelulusan minimal dengan angka > 70 , menurutnya sebagian besar siswa mengalami kegagalan menyelesaikan soal karena tidak mampu menyusun strategi penyelesaian soal yang baik padahal sebagian besar siswa dinilainya telah paham secara teknis matematis penyelesaian sistem persamaan linier tiga variabel. Hal tersebut sesuai dengan indikator berpikir komputasional bahwa siswa belum memenuhi indikator pengenalan pola, yaitu siswa belum mampu memahami pola-pola yang ada kemudian dikaitkan dengan pola-pola yang sudah dipelajari sebelumnya. Sehingga kemampuan berpikir komputasional masih rendah. Berdasarkan masalah diatas maka solusi alternatifnya dengan inovasi pembelajaran yaitu mengembangkan bahan ajar dengan model LAPS - Heuristic Berbantuan Liveworksheet untuk meningkatkan Kemampuan berpikir Komputasional pada materi aljabar khususnya pada SPLTV.

Capaian Pembelajaran

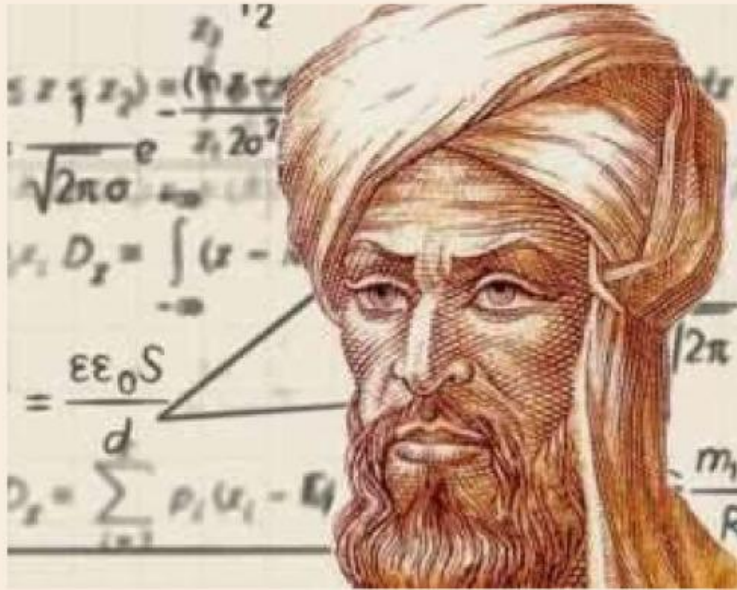
Pada fase E, peserta didik dapat mengidentifikasi unsur – unsur aljabar. Peserta didik dapat menggunakan unsur – unsur tersebut untuk membuat persamaan linier tiga variabel. Peserta didik dapat menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel.

Tujuan Pembelajaran

1. Mempresentasikan ide dalam mengidentifikasi unsur-unsur aljabar dalam persamaan.
2. Mengetahui dan memahami konsep strategi penyelesaian terhadap permasalahan yang berkaitan dengan unsur – unsur aljabar.
3. Menentukan dan melakukan strategi penyelesaian terhadap permasalahan yang berkaitan dengan sistem persamaan linier tiga variabel



Tokoh Aljabar



Muhammad bin Mūsā al-Khwārizmī al-majousī al-katarbalī 780 - 850 M

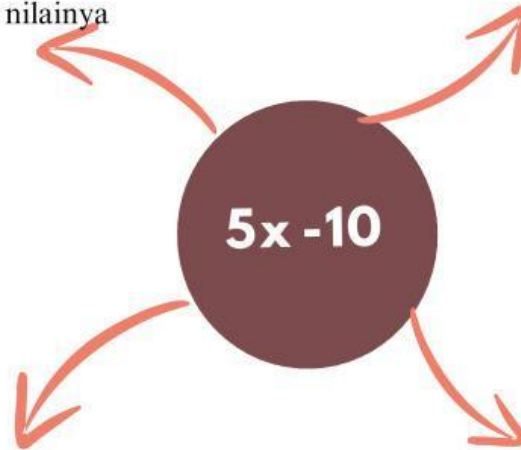
Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala (Arab: الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة atau Kitab yang Merangkum Perhitungan Pelengkapan dan Penyeimbangan) adalah buku matematika yang ditulis pada tahun 830. Kitab ini merangkum definisi aljabar.

Al-jabr adalah proses memindahkan unit negatif, akar dan kuadrat dari notasi dengan menggunakan nilai yang sama di kedua sisi. Contohnya, $3b = 40c - 4b$ disederhanakan menjadi $7b = 40c$. Al-muqābala adalah proses memberikan kuantitas dari tipe yang sama ke sisi notasi. Contohnya, $a + 14 = b + 5$ disederhanakan ke $a + 9 = b$

Unsur - Unsur Aljabar

Variabel : x
lambang pengganti suatu bilangan
yang belum diketahui nilainya
dengan jelas.

Koefisien : 5
Bilangan yang melekat pada
variabel



Konstanta : -10
berupa bilangan dan tidak memuat
variabel

Suku: $5x$ dan -10
variabel beserta koefisiennya atau
konstanta pada bentuk aljabar.

Tentukan variabel, konstanta dan koefisien dari bentuk aljabar berikut dengan meletakkannya
kedalam keranjang !

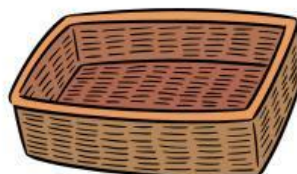
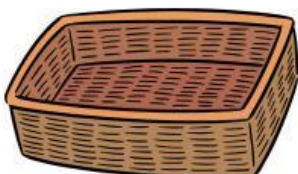
$$4x + 2y - 3z = 75$$

$$8p + 3x^3 + 6a = 90$$

Variabel

Koefisien

Konstanta





Di SMP kalian telah mempelajari sistem persamaan linear dengan dua variabel. Sistem persamaan linear adalah kumpulan beberapa persamaan linear yang saling terkait. Penyelesaian dari sistem persamaan linear adalah nilai-nilai yang memenuhi semua persamaan tersebut.



Tahapan memahami masalah

Masalah 1



Seorang petani memiliki tiga jenis pupuk, yaitu Pupuk A, Pupuk B, dan Pupuk C. Ia ingin menggunakan ketiga pupuk tersebut untuk tanaman sayurnya. Berikut adalah beberapa informasi terkait kebutuhan pupuk untuk tiga jenis tanaman yang berbeda.

- Untuk tanaman sayur bayam, ia membutuhkan 2 kg Pupuk A, 1 kg Pupuk B, dan 3 kg Pupuk C.
- Untuk tanaman sayur kangkung, ia membutuhkan 3 kg Pupuk A, 2 kg Pupuk B, dan 1 kg Pupuk C.
- Untuk tanaman sayur sawi, ia membutuhkan 1 kg Pupuk A, 2 kg Pupuk B, dan 2 kg Pupuk C.

Jika petani memiliki total 27 kg Pupuk A, 18 kg Pupuk B, dan 20 kg Pupuk C.

Bagaimana model matematika dari permasalahan tersebut.

Ayo selesaikan

Diketahui :

- Tanaman sayur bayam : 2 kg Pupuk A, 1 kg Pupuk B, dan 3 kg Pupuk C.
- Tanaman sayur kangkung : 3 kg Pupuk A, 2 kg Pupuk B, dan 1 kg Pupuk C.
- Tanaman sayur sawi : 1 kg Pupuk A, 2 kg Pupuk B, dan 2 kg Pupuk C.
- Total pupuk A : 27 kg
- Total pupuk B : 18 kg
- Total Pupuk C : 20 kg

Ditanya: Model Matematika?

Jawab :

Misalkan

x = sayur bayam

y = sayur kangkung

z = sayur sawi

	x	y	z	Total
Pupuk A	2	3	1	27
Pupuk B	1	2	2	18
Pupuk C	3	1	2	20

- Maka model matematikanya

$$2x + 3y + z = 27$$

$$x + 2y + 2z = 18$$

$$3x + y + 2z = 20$$



Noted

Membuat model matematika dari permasalahan yang disajikan pada materi sistem persamaan linear tiga variabel dapat memudahkan kita untuk mencari nilai dari masing-masing variabel. Sehingga ketika kamu dapat membuat pemodelan matematika dari suatu permasalahan artinya kamu memiliki literasi matematika yang baik

Evaluasi

Dari permasalahan sebelumnya, bagian mana yang belum kamu pahami ? Apa yang membuat kamu sulit memahami ? Apa yang kamu lakukan untuk memahaminya?

AYO BERLATIH

- 1 Sebuah kios menjual bermacam-macam cemilan diantaranya makaroni, stik keju, dan kerupuk. Seseorang yang membeli 1 bungkus makaroni, 3 bungkus stik keju, dan 2 bungkus kerupuk harus membayar Rp33.000,00. Orang yang membeli 2 bungkus makaroni, 1 bungkus stik keju, dan 1 bungkus kerupuk harus membayar Rp23.500,00. Orang yang membeli 2 bungkus makaroni, 1 bungkus stik keju, dan 1 bungkus kerupuk harus membayar Rp23.500,00. Buatlah model matematika dari permasalahan tersebut.

Diketahui

Ditanya

Jawab

- 2 Rina membeli 5 kg telur, 2 kg daging, dan 1 kg udang dengan harga Rp305.000,00. Rani membeli 3 kg telur dan 1 kg daging dengan harga Rp131.000,00. Niar membeli 3 kg daging dan 2 kg udang dengan harga Rp360.000,00. Buatlah model matematika dari permasalahan tersebut.

Diketahui

Ditanya

Jawab

- 3 Keliling sebuah segitiga sembarang adalah 55 cm. Panjang sisi terpendek adalah 8 cm kurangnya dari sisi tengah. Panjang sisi terpanjang adalah 1 cm kurangnya jumlah dari dua sisi lain. Buatlah model matematika dari permasalahan tersebut.

Diketahui

Ditanya

Jawab



Masalah 2



Dalam olahraga basket, ada tiga jenis poin yang bisa didapatkan: lemparan bebas yang berhasil bernilai 1 poin, lemparan dari dalam area bernilai 2 poin, dan lemparan dari luar area bernilai 3 poin. Dalam sebuah pertandingan, Wijaya mencetak total 27 poin dengan memasukkan bola ke dalam keranjang sebanyak 16 kali, di mana 6 di antaranya adalah lemparan bebas. Tentukan berapa kali Wijaya mencetak masing-masing jenis poin.

Informasi apa saja yang kalian dapatkan



Diketahui

Ditanya

Bagaimana Model Matematikanya yah





Tahapan Perencanaan penyelesaian



Salah satu strategi yang dapat kalian gunakan adalah tebak dan perbaiki. Tebak, hitung nilainya. Jika bukan 27, perbaiki tebakan kalian.

1 angka	2 angka	3 angka	nilai

Terdapat solusi lain yang dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut yaitu.

1. Metode Substitusi
2. Metode Eliminasi
3. Metode Gabungan (Substitusi dan Eliminasi)
4. Determinan

Flowchart adalah penggambaran secara grafik dari langkah-langkah dan urutan-urutan prosedur. Berikut ini adalah keterangan untuk pembuatan flowchart dalam menyelesaikan sistem persamaan linier tiga variabel.

No.	Simbol Flowchart	Nama	Arti Simbol Flowchart
1		<i>Terminator</i>	Awal atau akhir konsep (prosedur)
2		<i>Process</i>	Proses operasional
3		<i>Document</i>	Dokumen atau laporan berupa <i>print out</i>
4		<i>Decision</i>	Keputusan atau sub-point. Garis yang terhubung dengan bentuk <i>decision</i> merujuk pada situasi-situasi yang berbeda sesuai dengan keputusan yang digambarkan
5		<i>Data</i>	Inout dan Output
6		<i>On-Page Reference/Connector</i>	Penghubung alur dalam halaman yang sama
7		<i>Off-Page Reference/Off-Page Connector</i>	Penghubung alur dalam halaman yang berbeda
8		<i>Flow</i>	Arah alur dalam konsep (prosedur)

Tahapan Penyelesaian Masalah



Apa Itu Metode Substitusi?

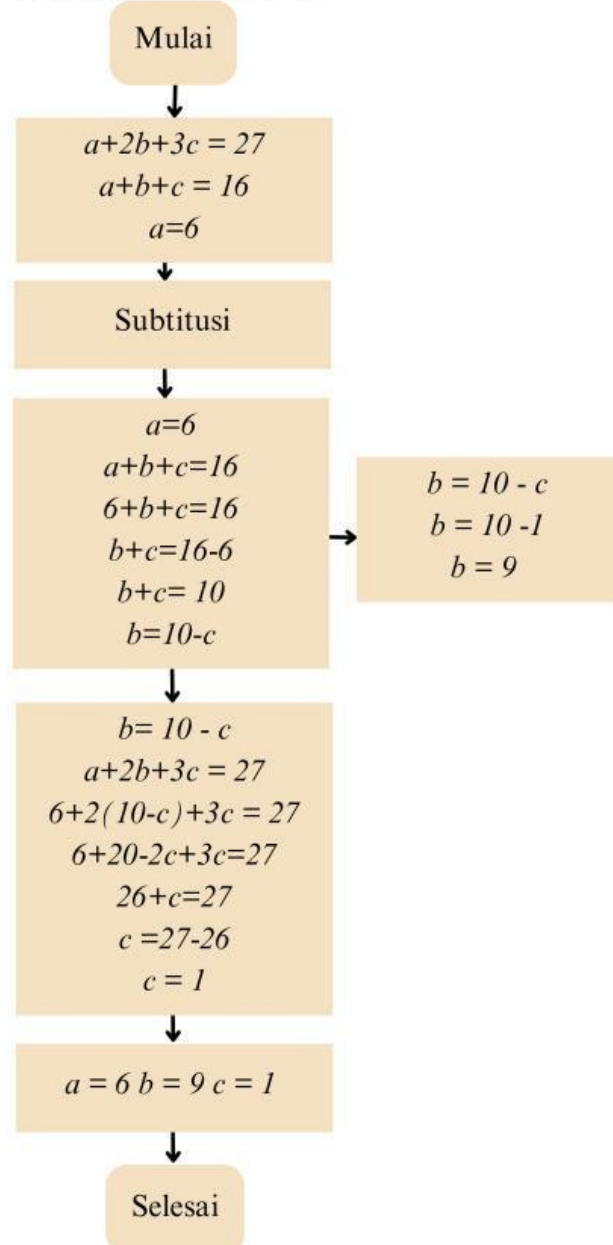


Metode substitusi adalah cara penyelesaian dengan cara mensubstitusikan atau memasukkan salah satu persamaan ke dalam persamaan yang lain

Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode substitusi.

1. Mulai
2. Tuliskan sistem persamaan linier tiga variabel.
3. Pilih metode untuk menyelesaikan permasalahan.
4. Pilih satu persamaan yang sederhana, kemudian nyatakan bentuk x sebagai fungsi y dan z atau y sebagai fungsi x dan z atau z sebagai fungsi x dan y .
5. Substitusikan persamaan yang dibentuk pada langkah a ke dua persamaan yang lain sehingga terbentuk persamaan baru yang memuat dua variabel.
6. Setelah diperoleh dua persamaan dua variabel, selesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan metode substitusi.
7. Substitusikan nilai-nilai dua variabel yang diperoleh dari langkah c ke dalam satu persamaan semula sehingga didapat nilai variabel yang ketiga.
8. Tuliskan kesimpulan dari langkah diatas.
9. Selesai

Dari contoh soal di atas, ayo kita selesaikan dengan metode substitusi!





Apa Itu Metode Eliminasi?

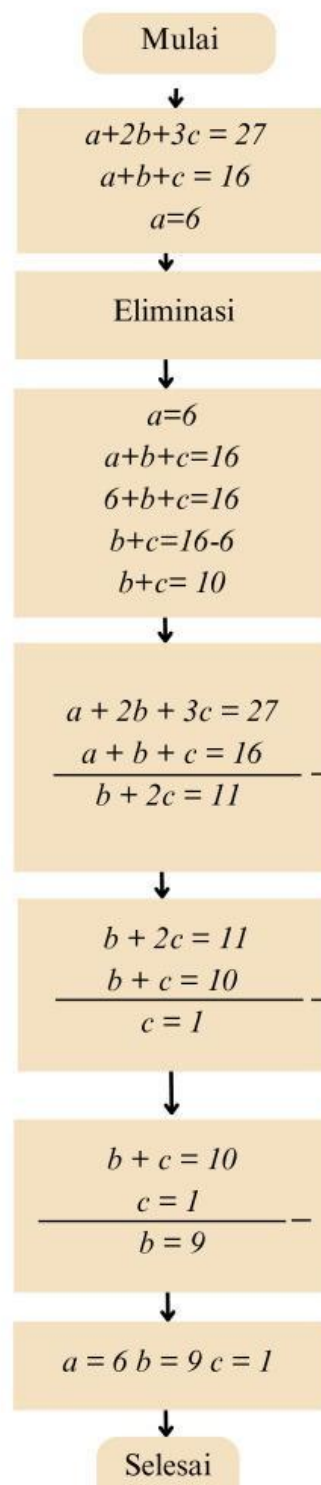
Metode eliminasi adalah cara penyelesaian dengan mengeliminasi atau mengurangi salah satu variabel.

Bagaimana langkah menyelesaikannya?

Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode eliminasi.

1. Mulai
2. Eliminasi sepasang-sepasang persamaan dengan mengalikan masing-masing persamaan dengan bilangan tertentu sehingga koefisien salah satu peubah (x , y atau z) pada kedua persamaan sama.
3. Jumlahkan atau kurangkan persmaan yang satu dengan yang lain sehingga diperoleh sistem persamaan linear dua variabel.
4. Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel yang diperoleh pada langkah b dengan metode eliminasi.
5. Tuliskan himpunan penyelesaiannya. Dari contoh soal di atas, ayo kita selesaikan dengan metode eliminasi!

Coba perhatikan flowchart disamping untuk penyelesaian masalah 2.



Setelah kalian mengetahui pengertian metode substitusi dan Eliminasi coba selesaikan Flowchart tersebut dengan metode Gabungan.



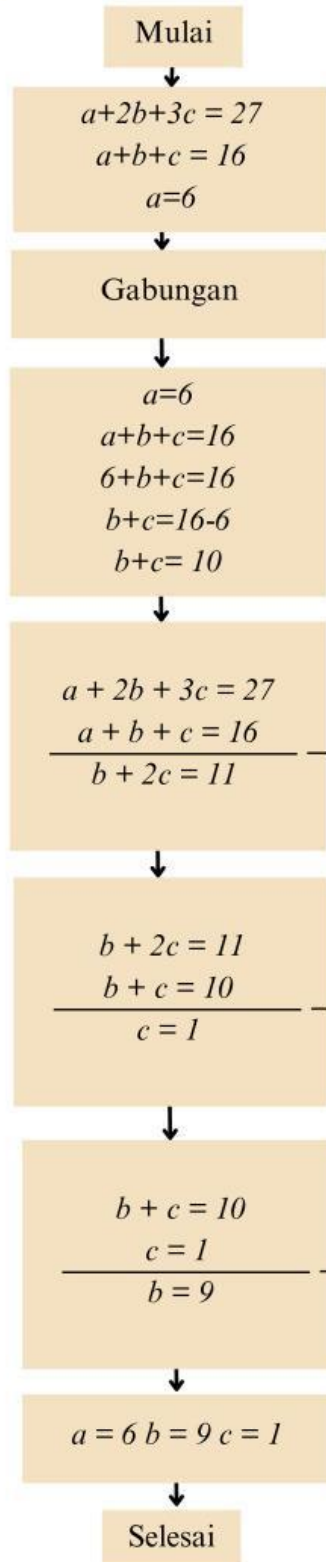
Metode gabungan adalah cara penyelesaian dengan cara menggabungkan metode eliminasi dan substitusi secara bersamaan.

Ayo coba pada Masalah 2!

Bagaimana langkah menyelesaikannya?

Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode gabungan.

1. Mulai
2. Tulis sistem persamaan linier tiga variabel.
3. Pilih Metode penyelesaian
4. Eliminasi sepasang-sepasang persamaan dengan mengalikan masing-masing persamaan dengan bilangan tertentu sehingga koefisien salah satu peubah (x , y atau z) pada kedua persamaan sama.
5. Jumlahkan atau kurangkan persamaan yang satu dengan yang lain sehingga diperoleh sistem persamaan linear dua variabel.
6. Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel yang diperoleh pada langkah b dengan metode gabungan eliminasi dan substitusi sehingga diperoleh nilai dua buah variabel.
7. Substitusi nilai dua buah variabel yang diperoleh pada langkah c ke salah satu persamaan semula sehingga diperoleh nilai variabel ketiga.
8. Tuliskan himpunan penyelesaiannya.
9. Selesai



Apa Itu Metode Determinan?



Metode determinan adalah cara penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel dengan mengalikan elemen-elemen dari sebarang baris atau kolom dengan kofaktornya.

Berikut adalah langkah-langkah untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan metode determinan.

1. Mulai
2. Tuliskan sistem persamaan linier tiga variabel.
3. Pilih metode determinan. P
4. Ubahlah sistem persamaan linear tiga variabel ke dalam bentuk matriks, yaitu sebagai berikut. Misalkan

$$\begin{cases} a_1x_1 + b_1y_1 + c_1z_1 = d_1 \\ a_2x_2 + b_2y_2 + c_2z_2 = d_2 \\ a_3x_3 + b_3y_3 + c_3z_3 = d_3 \end{cases}$$

Ubah persamaan di atas menjadi bentuk

$$A \cdot X = B$$

Dengan

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh bentuk matriks berikut

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$$

5. Tentukan nilai determinan matriks $A(D)$ dengan persamaan berikut

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$D = (a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3) - (a_3b_2c_1 + b_3c_2a_1 + c_3a_2b_1)$$

D adalah determinan dari matriks A

6. Tentukan nilai determinan matriks x dengan persamaan berikut

$$D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (d_1b_2c_3 + b_1c_2d_3 + c_1d_2b_3) - (d_3b_2c_1 + b_3c_2d_1 + c_3d_2b_1)$$

D_x adalah determinan dari matriks A yang kolom pertama diganti dengan elemen-elemen dari matriks B .

