

NAMA:

KELAS/NO:



Bab 3

Relasi dan Fungsi



Sumber: mtsraudlatul-hasanah.blogspot.co.id

Perhatikan gambar sekelompok siswa yang sedang belajar di kelas. Setiap siswa menempati kursinya masing-masing. Tidak ada seorang siswa menempati lebih dari satu kursi. Akan tetapi satu kursi panjang dapat ditempati oleh lebih dari satu siswa. Dengan demikian, ada keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati. Menurut kalian, apakah hal ini termasuk relasi atau mungkin sudah merupakan fungsi?

Kalian akan mengetahui keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati apabila kalian mempelajari konsep relasi dan fungsi ini, karena pada konsep relasi dan fungsi ini akan disajikan tentang hubungan antara dua himpunan. Selamat melakukan aktivitas pembelajaran.

MATEMATIKA



Kata Kunci

- *Himpunan*
- *Relasi*
- *Diagram panah*
- *Tabel*
- *Fungsi*
- *Grafik*
- *Himpunan pasangan berurutan*
- *Korespondensi satu-satu*



Tujuan Pembelajaran

Peserta didik dapat memahami konsep relasi dan fungsi (domain, kodomain, range) dan menyajikan relasi dalam bentuk diagram panah



Pengalaman Belajar

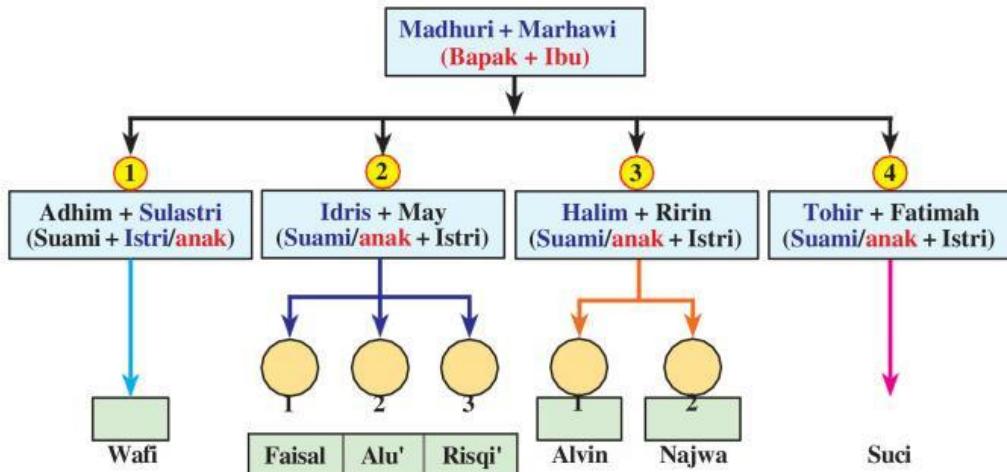
1. *Menjelaskan dengan kata-kata dan menyatakan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan relasi dan fungsi.*
2. *Mendefinisikan relasi dan fungsi.*
3. *Memahami perbedaan antara relasi dan bukan relasi.*
4. *Mengamati fungsi dan bukan fungsi.*
5. *Memahami bentuk penyajian relasi dan fungsi.*
6. *Menggambar grafik fungsi pada koordinat Kartesius.*





Memahami Relasi

Bisakah kalian memahami bagan silsilah keluarga berikut?



Gambar 3.1 Bagan silsilah keluarga

Gambar 3.1 menunjukkan silsilah keluarga Bapak Madhuri dan Ibu Marhawi. Tanda panah menunjukkan hubungan “mempunyai anak”. Empat anak Pak Madhuri dan Bu Marhawi adalah Sulastri, Idris, Halim, dan Tohir.

Jika anak-anak Pak Madhuri dan Bu Marhawi dikelompokkan menjadi satu dalam himpunan A , maka anggota himpunan A adalah Sulastri, Idris, Halim, dan Tohir.

$$A = \{ \text{Sulastri, Idris, Halim, Tohir} \}$$

Sedangkan cucu-cucu dari Pak Madhuri dan Bu Marhawi dapat dikelompokkan dalam himpunan B , maka anggota himpunan B adalah Wafi, Faisal, Alu', Risqi', Alvin, Najwa, dan Suci.

$$B = \{ \text{Wafi, Faisal, Alu', Risqi', Alvin, Najwa, Suci} \}$$

Hubungan anggota himpunan B ke anggota himpunan A memiliki hubungan keluarga (relasi) “anak dari”. Sedangkan hubungan anggota himpunan B dengan Pak Madhuri dan Bu Marhawi memiliki relasi “cucu dari”.

Kedua bentuk hubungan yang telah diuraikan, merupakan salah satu bentuk hubungan yang dapat dibuat. Coba sekarang kalian temukan bentuk-bentuk hubungan yang mungkin dari silsilah keluarga dari **Gambar 3.1**.

Untuk mengetahui hubungan atau relasi antara dua himpunan, lakukan kegiatan berikut.



Kegiatan 3.1

Memahami Bentuk Penyajian Relasi



Masalah 3.1

Perhatikan sekelompok siswa yang sedang menerima pelajaran di suatu kelas. Setiap siswa menempati kursinya masing-masing. Tidak ada seorang siswa menempati lebih dari satu kursi. Akan tetapi satu kursi panjang dapat ditempati oleh lebih dari satu siswa. Dengan demikian, ada keterkaitan antara siswa dengan kursi yang ditempati. Menurut kalian, apakah hal ini termasuk relasi atau fungsi?



Masalah 3.2

Abdur sedang berulang tahun yang ke-13. Ia mengajak teman-temannya yaitu Ahmad, Rahmat, Herman, dan Zaini pergi ke rumah makan “Pak As’ari”.

Menu yang disediakan oleh rumah makan “Pak As’ari” adalah soto, rawon, bakso, nasi goreng, rujak cingur, dan sate.



Sumber: mtsraudlatul-hasannah.blogspot.co.id/
Gambar 3.2 Sekelompok siswa di kelas



Sumber: Kemdikbud
Gambar 3.3 Menu Rumah Makan

Dari menu tersebut ternyata tiap-tiap anak tidak sama menu favoritnya.

- a. Abdur suka “soto dan rawon”, tetapi kali ini ia memesan rawon.
- b. Ahmad suka “bakso, rujak cingur, dan sate”, tetapi kali ini ia memesan rujak cingur.
- c. Rahmat suka “sate dan nasi goreng” tetapi makanan yang dipesannya adalah nasi goreng.
- d. Herman memesan bakso, walaupun sebenarnya ia suka “bakso, soto dan rawon”.
- e. Zaini suka “soto dan nasi goreng”, tetapi kali ini ia memesan soto

Bentuk hubungan apa sajakah yang dapat dibuat?

Bagaimana cara mengetahui dengan pasti bentuk hubungan tersebut?



Sumber: Kemdikbud

Gambar 3.4 Siswa sedang bermain basket



Masalah 3.3

Pak Azid sedang mendampingi siswanya untuk bermain basket di halaman sekolah. Di antara siswa yang didampingi ada lima siswa yang mempunyai kegemaran berolahraga berbeda-beda, yaitu Abdur, Ahmad, Rahmat, Herman, dan Zaini. Abdur gemar berolahraga basket. Ahmad

gemar berolahraga basket dan karate. Rahmat gemar berolahraga badminton dan renang. Sedangkan Herman dan Zaini mempunyai kegemaran berolahraga yang sama yaitu basket dan badminton.

Bagaimakah cara menyajikan **Masalah 3.3** ini?

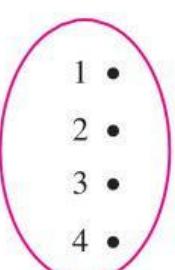
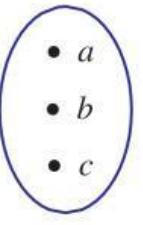
Ketiga masalah tersebut dapat disajikan dalam bentuk relasi. Sedangkan relasi dapat dinyatakan dengan tiga cara, yaitu diagram panah, diagram Kartesius, dan himpunan pasangan berurutan. Sebelum menyajikan ketiga cara tersebut, sebaiknya terlebih dulu kita lakukan kegiatan berikut ini.



Diketahui himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan himpunan $B = \{a, b, c\}$. Pada **Tabel 3.1** ditunjukkan hubungan dari himpunan A ke himpunan B yang dinyatakan dalam bentuk diagram dan himpunan pasangan berurutan. Kedua bentuk itu merupakan relasi.

Tabel 3.1 Memahami Relasi

No.	Diagram Panah	Himpunan Pasangan Berurutan
1.	<p style="text-align: center;">A</p> <p style="text-align: center;">B</p>	$\{(1, a),$ $(2, \dots),$ $(\dots, \dots),$ $(\dots, \dots)\}$
2.	<p style="text-align: center;">A</p> <p style="text-align: center;">B</p>	$\{(\dots, \dots),$ $(\dots, \dots),$ $(\dots, \dots)\}$
3.	<p style="text-align: center;">A</p> <p style="text-align: center;">B</p>	$\{(\dots, \dots)$ $(\dots, \dots)\}$

No.	Diagram Panah	Himpunan Pasangan Berurutan
4.	<p style="text-align: center;"><i>A</i></p>  <p style="text-align: center;"><i>B</i></p> 	$\{ \}$



Terkait dengan fokus perhatian pada **Tabel 3.1**, coba buatlah pertanyaan yang memuat kata-kata berikut: “aturan” atau “relasi”

Contoh pertanyaan :

1. Mengapa semua contoh pada **Tabel 3.1** dikatakan relasi?
2. Apakah ada contoh yang bukan merupakan relasi?



Marilah kita perhatikan cara-cara menyajikan relasi yang biasa digunakan di dalam Matematika.

Hasil pengambilan data mengenai pelajaran yang disukai oleh lima siswa kelas VIII diperoleh seperti pada tabel berikut.

Tabel 3.2 Data pelajaran yang disukai siswa kelas VIII

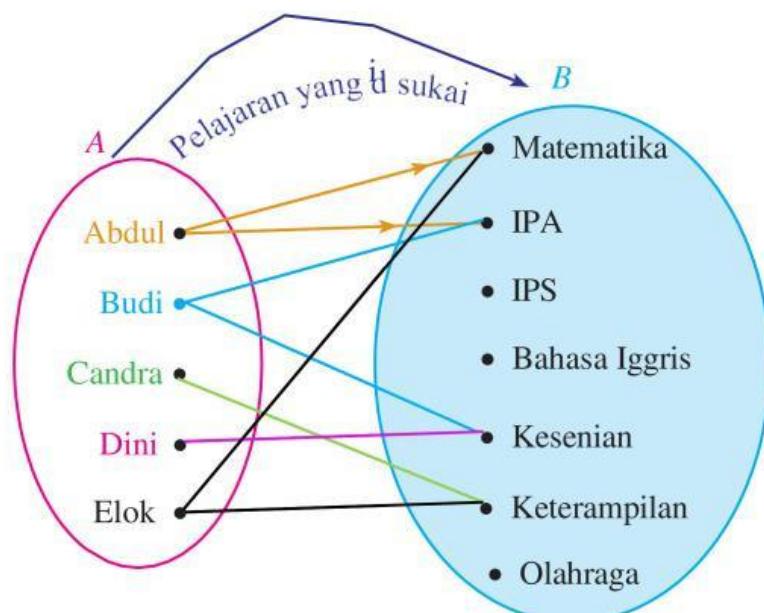
Nama Siswa	Pelajaran yang Disukai
Abdul	Matematika, IPA
Budi	IPA, IPS, Kesenian
Candra	Olahraga, Keterampilan
Dini	Kesenian, Bahasa Inggris
Elok	Matematika, IPA, Keterampilan

Permasalahan pada **Tabel 3.1** di atas dapat dinyatakan dengan diagram panah, diagram Kartesius, dan himpunan pasangan berurutan seperti berikut ini.

Misalkan $A = \{\text{Abdul, Budi, Candra, Dini, Elok}\}$, $B = \{\text{Matematika, IPA, IPS, Bahasa Inggris, Kesenian, Keterampilan, Olahraga}\}$, dan “pelajaran yang disukai” adalah relasi yang menghubungkan himpunan A ke himpunan B .

Cara 1: Diagram Panah

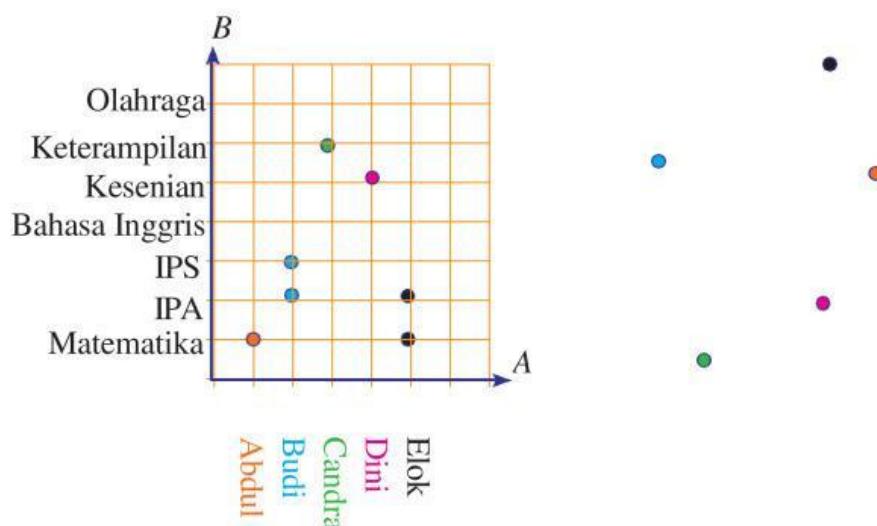
Gambar 3.5 menunjukkan relasi “pelajaran yang disukai” dari himpunan A ke himpunan B . Arah panah menunjukkan anggota-anggota himpunan A yang berelasi dengan anggota-anggota tertentu pada himpunan B . Lengkapilah panah yang belum terisi



Gambar 3.5 Diagram panah kesukaan

Cara 2: Diagram Kartesius

Cara yang kedua untuk menyatakan relasi antara himpunan A dan B adalah menggunakan diagram Kartesius. Anggota-anggota himpunan A berada pada sumbu mendatar dan anggota-anggota himpunan B berada pada sumbu tegak. Setiap pasangan anggota himpunan A yang berelasi dengan anggota himpunan B dinyatakan dengan titik atau noktah. **Gambar 3.6** menunjukkan diagram Kartesius dari relasi “pelajaran yang disukai” dari data pada tabel 3.2.



Gambar 3.6 Diagram Kartesius kesukaan

Cara 3: Himpunan Pasangan Berurutan

Apabila data pada **Tabel 3.2** dinyatakan dengan pasangan berurutan, maka dapat ditulis sebagai berikut.

Himpunan pasangan berurutan dari himpunan A ke himpunan B adalah

$\{(Abdul, \boxed{}), (Abdul, \boxed{}),$

$(Budi, IPA), (Budi, IPS), (Budi, \boxed{}), (Candra, \boxed{}),$

$(Candra, Olahraga), (Dini, \boxed{}), (Dini, Kesenian),$

$(Elok, \boxed{}), (Elok, \boxed{}), (Elok, \boxed{})\}$

- a. Kemudian, bandingkan kedelapan contoh relasi tersebut dengan kedelapan contoh bukan relasi yang ditunjukkan pada **Tabel 3.3** berikut.

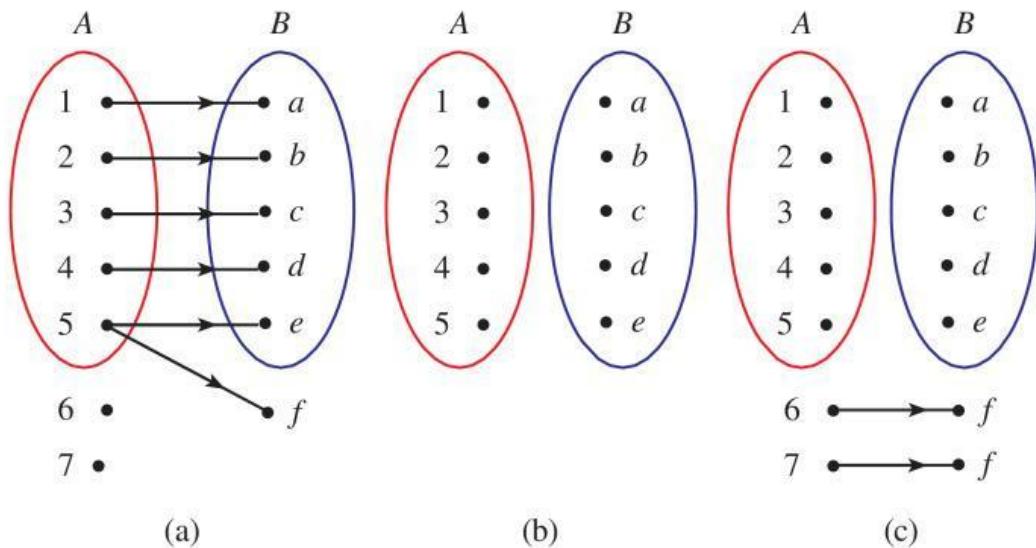
Tabel 3.3 Contoh relasi dan bukan relasi

Contoh Relasi	Contoh Bukan Relasi
1. $\{(1, a); (2, a); (3, a); (4, a)\}$	1. $\{(1, d); (2, 2)\}$
2. $\{(1, a); (1, b); (1, c)\}$	2. $\{(5, a)\}$
3. $\{(1, a); (2, c)\}$	3. $\{(1, 1); (2, 2); (3, 3); (4, 4)\}$
4. $\{(3, b); (3, c); (4, c)\}$	4. $\{(a, a); (b, b); (c, a); (c, c)\}$
5. $\{(2, c); (3, c); (4, b); (4, c)\}$	5. $\{(1, 2); (3, 4); (4, 5)\}$
6. $\{(4, a); (4, b); (4, c)\}$	6. $\{(a, 1); (b, 1); (c, 3); (d, 4)\}$
7. $\{(2, b)\}$	7. $\{(5, a); (6, b); (7, b); (8, c); (9, c)\}$
8. $\{ \}$	8. $\{(1, d); (2, e); (3, f)\}$

Coba kita pusatkan perhatian kita kepada empat hal berikut.

- a. Apakah anggota himpunan A selalu dipasangkan dengan anggota himpunan B?
- b. Perhatikan contoh relasi nomor 8. Mengapa nomor 8 termasuk contoh relasi? Jelaskan.
- c. Perhatikan contoh bukan relasi. Mengapa semua contoh tersebut bukan termasuk relasi? Jelaskan.
- d. Simpulkan apa yang dimaksud dengan relasi?
2. Setelah kalian melakukan kegiatan pengamatan pada **Tabel 3.1** dan telah mendiskusikan masalah nomor 1 di atas, coba sekarang terapkan pemahaman kalian terhadap kasus berikut.

Perhatikan ketiga diagram berikut ini.



Gambar 3.7 Diagram dari himpunan A ke himpunan B

Apakah ketiga diagram itu termasuk relasi? Jelaskan.