

Determina la inversa de las siguientes matrices teniendo en cuenta los métodos vistos en clase y completa los espacios faltantes.

1. Determina la matriz inversa de una matriz 2x2 por el método de eliminación:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{recuerda que } A \cdot A^{-1} = I$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & b \\ d & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

del producto de estas matrices se obtienen las siguientes ecuaciones

$$\begin{array}{rcl} + & = & 1 \\ a - & = & 0 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 3b + & = & \\ - & 4d & = \end{array}$$

Ahora resolveremos cada uno de los sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{rcl} + 5c & = & 1 \\ a - & = & 0 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} + 5d & = & 0 \\ b - & = & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} (-3) \\ (-3) \end{array}$$

Multiplicamos por -3 las ecuaciones 2.

Obtenemos lo siguiente:

$$\begin{array}{rcl} 3a + 5c & = & 1 \\ + & = & \\ \hline c & = & \\ c & = & \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 3b + 5d & = & 0 \\ + & = & \\ \hline d & = & \\ d & = & \end{array}$$

Reemplazamos los resultados de c y d respectivamente en la segunda ecuación de cada uno de los dos sistemas.

$$\begin{array}{l} a - 4c = 0 \\ a - 4(\text{---}) = 0 \\ a - \text{---} = 0 \\ a = 0 + \text{---} \\ a = \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{l} b - 4d = 1 \\ b - 4(\text{---}) = 1 \\ b + \text{---} = 1 \\ b = 1 - \text{---} \\ b = \text{---} \end{array}$$

Por lo tanto, la matriz inversa de la matriz A es:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} \end{bmatrix}$$

2. Determina la matriz inversa de una matriz 3x3 por el método de Gauss Jordan:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Escribimos la matriz aumentada con la identidad de orden 3. Y realice las operaciones indicadas.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] F_2 \rightarrow \frac{1}{5} F_2$$

Y obtenemos:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & - & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] F_3 \rightarrow \frac{1}{3} F_3$$

Y tenemos como resultado:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & - & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} F_1 \rightarrow F_1 - 3F_3 \\ F_2 \rightarrow F_2 + \frac{1}{5}F_3 \end{array}$$

Para llegar a:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Entonces la matriz inversa de A es:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$