



พหุนามตัวแปรเดียว

ความหมายของพหุนาม

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นจำนวนลบ

และ $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริง

เรียก $p(x)$ ว่า พหุนามดีกรี n เรียก n ว่า

ดีกรี ของ $p(x)$ และเรียก $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ ว่า สัมประสิทธิ์ ของ $p(x)$

เรียก a_n ว่า สัมประสิทธิ์นำ

เช่น $q(x) = 3x^2 + 4x + 5$ เป็นพหุนามที่มีดีกรี 2 มีสัมประสิทธิ์ เป็น 3, 4 และ 5

และมีสัมประสิทธิ์นำ เป็น 3

การดำเนินการของพหุนาม

ตัวอย่างที่ 1

ให้ $p(x) = x - 2$ และ $q(x) = 2x - 1$ จงหา $p(x) + q(x)$, $p(x) - q(x)$ และ $p(x)q(x)$

วิธีทำ จาก $p(x) = x - 2$ และ $q(x) = 2x - 1$

จะได้

- $p(x) + q(x) = (x - 2) + (2x - 1) = x + 2x - 2 - 1 = 3x - 3$
- $p(x) - q(x) = (x - 2) - (2x - 1) = x - 2x - 2 + 1 = -x - 2$
- $p(x)q(x) = (x - 2)(2x - 1)$

$$\begin{aligned} &= x(2x) + (x)(-1) + (-2)(2x) + (-2)(-1) \\ &= 2x^2 - 5x + 2 \end{aligned}$$

ขั้นตอนวิธีการหารสำหรับพหุนาม

หลังจากที่เราได้ขั้นตอนการบวก ลบ และคูณพหุนามแล้ว คราวนี้เรามาทำความเข้าใจกับการหารพหุนามกันบ้างว่ามีวิธีทำอย่างไร ขั้นตอนสั้นๆ ที่จะมาบอก ง่ายๆ มาดูกันดีกว่า

กฎขงู้นก จินตอนวิธีการหารสำหรับพหุนาม

ถ้าหารพหุนาม $p(x)$ ด้วยพหุนาม $q(x)$ โดยที่ $q(x) \neq 0$ แล้วจะมีพหุนาม $a(x)$ และ $r(x)$ ที่สอดคล้องกันดังนี้

$$p(x) = q(x)a(x) + r(x)$$

โดย $r(x) = 0$ หรือ ดีกรีของ $r(x)$ มีค่าน้อยกว่าดีกรีของ $q(x)$

จากกฎขงู้นกข้างบนนี้สรุปได้ว่า

$$\text{ตัวตั้ง} = (\text{ตัวหาร})(\text{ผลหาร}) + \text{เศษเหลือ}$$

การหารยาว

การหารพหุนามนี้ใช้คล้ายวิธีสั้น วิธีการหารยาว วิธีสั้นคือใช้สัมประสิทธิ์ วิธีการหารยาวคือใช้ตัวประกอบของพหุนาม

ตัวอย่างที่ 2

จงหาผลหารและเศษเหลือจากการหาร $p(x) = x^2 - 3x + 2$

ด้วย $q(x) = x - 4$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} x-4 \overline{) x^2 - 3x + 2} \\ \underline{x^2 - 4x} \\ 3x + 2 \end{array}$$

1. จัดตัวประกอบของ ตัวตั้ง และ ตัวหารเพื่อเตรียมการหารยาวตามขั้นตอน
2. หาตัวที่คูณกับ x แล้วได้ x^2 นั่นก็คือ x
3. หาผลคูณของ $x(x - 4)$
4. เอาผลคูณที่ได้จากข้อ 3 ไปลบออกจากตัวตั้ง
5. ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$\begin{array}{r} x+1 \overline{) x^2 - 3x + 2} \\ \underline{x^2 + x} \\ -4x + 2 \end{array}$$

6. หาตัวที่คูณกับ x แล้วได้ $-4x$ นั่นก็คือ -4

7. เอาผลคูณของ $(1)(x - 4)$ ไปลบออกจากตัวตั้ง

ดังนั้นผลหารคือ $x + 1$ และเศษเหลือคือ 6

ตัวอย่างที่ 3

จงหาผลหารและเศษเหลือจากการหารพหุนาม $3x^2 + 8$ ด้วย $x - 2$

เทคนิค : ในการหารยาวของพหุนามตามหลักข้างบนนี้ ถ้าตัวหารมีดีกรีมากกว่าตัวตั้ง

ก็อย่าลืมเอาตัวตั้งไปคูณ

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 3x+6 \overline{) 3x^2 + 0x + 8} \\ \underline{3x^2 - 6x} \\ 6x + 8 \end{array}$$

ดังนั้น ผลหารคือ $3x + 6$ และเศษเหลือคือ 20

