Bahan Ajar Teks

Aplikasi Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

Mata Pelajaran Matematika

SMP/MTs Kelas VIII

Penyusun:

Elsa Adetia, S.Pd.

LIVEWORKSHEETS

APLIKASI SISTEM PERSAMAAN LINIER DUA VARIABEL

A. Pengertian Sistem Persamaan Linier Dua Variabel

Sistem Persamaan Linier Dua Variabel (SPLDV) merupakan kumpulan dari dua atau lebih persamaan linier yang di dalamnya terdiri atas dua variabel (seperti x dan y ataupun variabel lainnya) yang memiliki penyelesaian yang sama. SPLDV dapat digunakan sebagai cara untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dalam kehidupan sehari-hari, seperti menentukan harga barang, menghitung jumlah produksi di suatu pabrik, dan lain-lain.

B. Bentuk Umum

Persamaan linier dua variabel memiliki bentuk umum sebagai berikut.

$$ax + by = x$$

Dengan $a \neq 0, b \neq 0$ serta x dan y adalah variabel.

Sementara itu, bentuk umum untuk SPLDV biasanya terdiri dari minimal dua persamaan dengan nilai penyelesaian yang sama yaitu sebagai berikut.

$$ax + by = x \quad \text{... (1)}$$

$$px + qy = r \quad \text{... (2)}$$

C. Cara Menyelesaikan SPLDV

Ada beberapa metode untuk menyelesaikan SPLDV, diantaranya dengan menggunakan metode eliminasi, metode substitusi, metode campuran, dan metode grafik. Misalnya, diketahui dua buah persamaan linier dua variabel sebagai berikut.

$$3x - 2y = 11 \quad \text{... (1)}$$

$$2x + y = 12 \quad \text{... (2)}$$

Cara untuk mencari penyelesaian berupa nilai x dan y diantaranya yaitu sebagai berikut.

1. Metode Eliminasi

Metode eliminasi digunakan dengan cara menghilangkan atau mengeliminasi salah satu variabel untuk mencari nilai dari variabel lainnya. Misalnya, kita terlebih dahulu akan melakukan eliminasi terhadap variabel x. Oleh karena itu, kita harus menyamakan terlebih dahulu koefisien dari variabel x yaitu sebagai berikut.

$$3x - 2y = 11 \ |\times 2| \quad 6x - 4y = 22$$

$$2x + y = 12 \ |\times 3| \quad \underline{6x + 3y = 36 \ -}$$

$$-7y = -14$$

$$y = \frac{-14}{-7}$$

$$y = 2$$

LIVEWORKSHEETS

Sehingga, didapatkan nilai $y = 2$. Untuk mencari nilai x, maka kita akan melakukan hal yang sama, tetapi dengan mengeliminasi variabel y.

$3x - 2y = 11 \ |\times 1| \ \ 3x - 2y = 11$

$2x + y \ = 12 \ |\times 2| \ \ \underline{4x + 2y = 24 +}$

$7x \quad = 35$

$x = \frac{35}{7}$

$x = 5$

Maka, didapatkan penyelesaian dari SPLDV tersebut yaitu $x = 5$ dan $y = 2$

2. Metode Substitusi

Metode substitusi digunakan dengan cara mengganti atau mensubstitusi salah satu variabel dengan menggunakan bentuk variabel yang lain. Misalnya, kita akan menggunakan metode substitusi untuk mencari penyelesaian pada persamaan linier (1) dan (2) sebagai berikut.

Ambil persamaan (2)

$2x + y = 12$

$y = 12 - 2x \quad \ldots (3)$

Kemudian, substitusikan persamaan (3) tersebut ke persamaan (1)

$3x - 2y = 11$

$3x - 2(12 - 2x) = 11$ (substitusi $y = 12 - 2x$)

$3x - 24 + 4x = 11$

$7x - 24 = 11$

$7x = 11 + 24$

$7x = 35$

$x = \frac{35}{7}$

$x = 5$

Sehingga, didapat nilai $x = 5$. Nilai x ini selanjutnya disubstitusikan ke persamaan (3).

$y = 12 - 2x$

$y = 12 - 2(5)$

$y = 12 - 10$

$y = 2$

Maka, didapatkan penyelesaian dari SPLDV tersebut yaitu $x = 5$ dan $y = 2$.

LIVEWORKSHEETS

3. Metode campuran

Metode campuran merupakan gabungan antara metode eliminasi dan substitusi. Pada metode ini, terlebih dahulu dilakukan eliminasi terhadap salah satu variabel untuk mencari nilai variabel lain. Selanjutnya, setelah didapatkan, nilai variabel yang telah diketahui tersebut disubstitusikan ke salah satu persamaan untuk mencari nilai variabel yang sebelumnya dieliminasi. Misalnya, kita akan menggunakan metode campuran untuk mencari penyelesaian pada persamaan linier (1) dan (2).

Pertama, kita akan lakukan eliminasi terhadap salah satu variabel. Pada contoh kali ini, variabel yang dieliminasi adalah variabel *x*.

$3x - 2y = 11 \ |\times 2| \ \ 6x - 4y = 22$

$2x + y \ = 12 \ \ |\times 3| \ \ \underline{6x + 3y = 36 \ -}$

$-7y = -14$

$y = \frac{-14}{-7}$

$y = 2$

Selanjutnya, kita substitusi nilai $y = 2$ pada salah satu persamaan, misalnya persamaan (2).

$2x + y = 12$

$2x + 2 = 12$

$2x \quad = 12 - 2$

$2x \quad = 10$

$x \quad = \frac{10}{2}$

$x \quad = 5$

Maka, didapatkan penyelesaian dari SPLDV tersebut yaitu $x = 5$ dan $y = 2$.

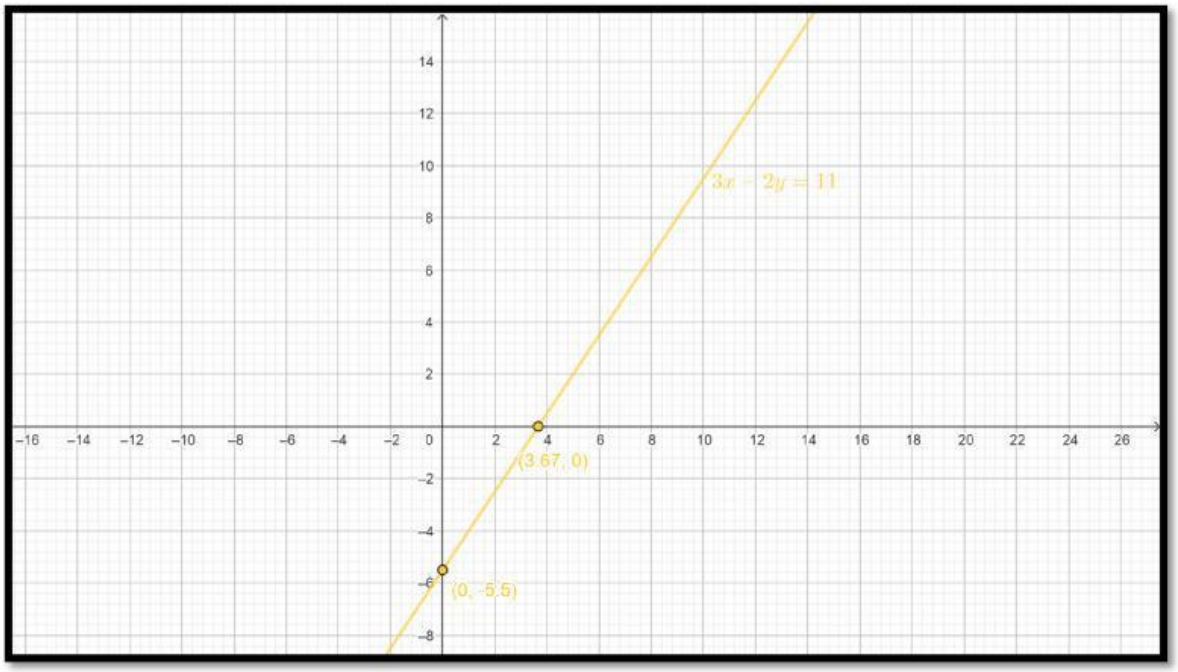
4. Metode grafik

Metode grafik merupakan metode untuk mencari penyelesaian SPLDV dengan cara menggambarkan persamaan linier dua variabel yang diketahui sebagai garis lurus. Penyelesaian dari SPLDV ini berupa titik potong antara dua persamaan yang diketahui. Misalnya, kita akan menggunakan metode grafik untuk mencari penyelesaian pada persamaan linier (1) dan (2).

LIVEWORKSHEETS

Ambil persamaan (1), lalu tentukan titik potong persamaan (1) dengan sumbu x dan sumbu y.

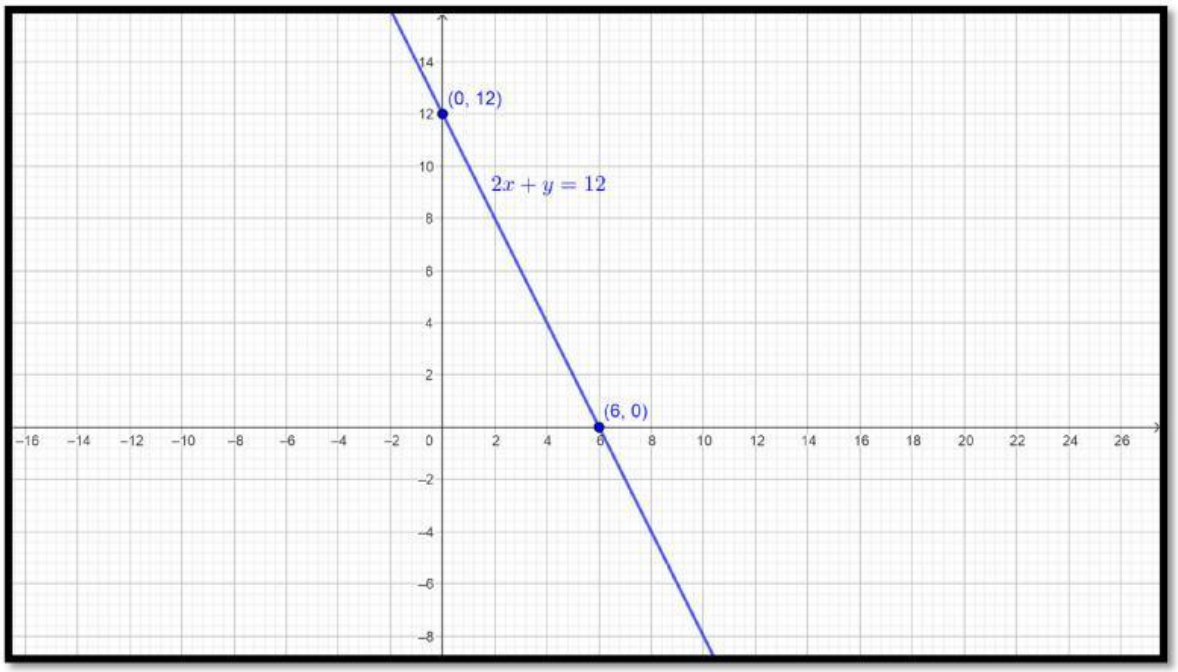
Titik potong dengan sumbu x $(y = 0)$	Titik potong dengan sumbu y $(x = 0)$
$3x - 2y = 11$	$3x - 2y = 11$
$3x - 2(0) = 11$	$3(0) - 2y = 11$
$3x - 0 = 11$	$0 - 2y = 11$
$3x = 11$	$-2y = 11$
$x = \frac{11}{3}$	$y = -\frac{11}{2}$
$\left(\frac{11}{3}, 0\right) \approx (3.67, 0)$	$\left(0, -\frac{11}{2}\right) = (0, -5.5)$



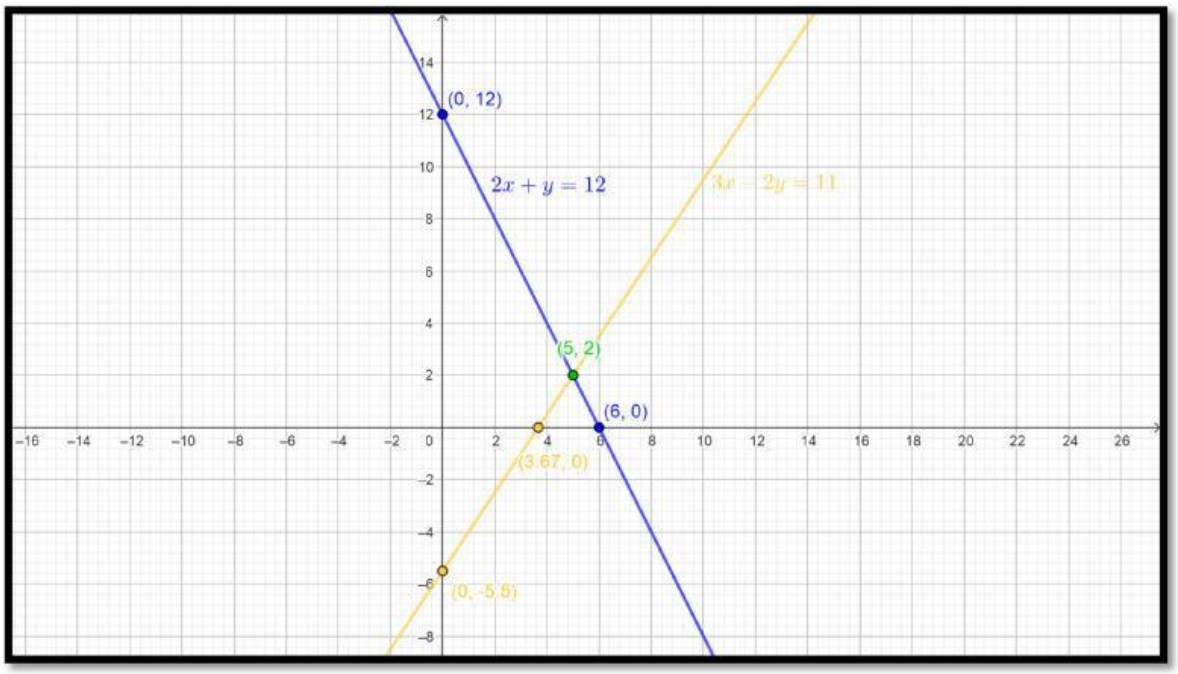
Selanjutnya, ambil persamaan (2) lalu lakukan hal yang sama untuk mencari titik potong dengan sumbu x dan sumbu y.

Titik potong dengan sumbu x $(y = 0)$	Titik potong dengan sumbu y $(x = 0)$
$2x + y = 12$	$2x + y = 12$
$2x + 0 = 12$	$2(0) + y = 12$
$2x = 12$	$0 + y = 12$
$x = \frac{12}{2}$	$y = 12$
$x = 6$	$(0,12)$
$(6,0)$	

LIVEWORKSHEETS



Selanjutnya, gambarkan kedua garis tersebut ke dalam koordinat kartesius yang sama untuk mendapatkan titik potong.



Kedua garis tersebut berpotongan di titik (5,2) yang merupakan penyelesaian dari sistem persamaan linier dua variabel tersebut. Oleh karena itu, didapatkan penyelesaian SPLDV yaitu $x = 5$ dan $y = 2$.

LIVEWORKSHEETS

D. Menyelesaikan Masalah Kontekstual

1. Contoh Masalah 1

Siti dan Made berkunjung ke toko untuk membeli aneka jajanan kue basah. Siti membeli 3 buah kelepon dan 2 buah lemper ayam dengan total harga Rp. 8.500,00. Sementara, Made membeli 2 buah kelepon dan 5 buah lemper ayam dengan total harga Rp. 13.000,00. Berapakah harga yang harus dibayar untuk membeli kelepon dan lemper sebanyak masing-masing 1 buah?

Jawab:

Kita dapat memisalkan harga sebuah kelepon sebagai x dan harga sebuah lemper ayam sebagai y. Sehingga, kalimat matematika dari soal adalah sebagai berikut.

3 kelepon dan 2 lemper ayam seharga Rp. 8.500,00 $\Leftrightarrow$ $3x + 2y = 8500$ ... (1)

2 kelepon dan 5 lemper ayam seharga Rp. 13.000,00 $\Leftrightarrow$ $2x + 5y = 13000$ ... (2)

Selanjutnya, kita dapat mencari penyelesaian dari masalah tersebut dengan metode yang telah dibahas pada bagian C. Sebagai contoh, kita akan menggunakan metode campuran yaitu sebagai berikut.

$$3x + 2y = 8500 \quad |\times 2| \quad 6x + 4y = 17000$$
$$2x + 5y = 13000 \quad |\times 3| \quad \underline{6x + 15y = 39000 \; -}$$
$$-11y = -22000$$
$$y = \frac{-22000}{-11}$$
$$y = 2000$$

Sehingga, didapat nilai y atau harga sebuah lemper ayam adalah Rp. 2.000,00.

Selanjutnya, kita substitusikan $y = 2000$ ke persamaan (1).

$$3x + 2y = 8500$$
$$3x + 2(2000) = 8500$$
$$3x + 4000 = 8500$$
$$3x = 8500 - 4000$$
$$3x = 4500$$
$$x = \frac{4500}{3}$$
$$x = 1500$$

Sehingga, didapat nilai x atau harga sebuah kelepon adalah Rp. 1.500,00.

Jumlah harga sebuah kelepon dan sebuah lemper ayam yaitu Rp.2.000,00 + Rp.1.500,00 = Rp.3.500,00.

LIVEWORKSHEETS

2. Contoh Masalah 2

Joko dan Sulistyo adalah kakak beradik. Mereka hidup rukun di sebuah desa di Kota Semarang. Suatu hari mereka bermain tebak-tebakan bersama teman-temannya. Joko, sang kakak, mengatakan jumlah umur mereka sama dengan 37. Lalu, Sulistyo sang adik, mengatakan selisih umur mereka adalah 7 tahun. Bantulah teman-teman Joko dan Anwar untuk menebak umur dari Joko dan Sulistyo masing-masing.

Jawab:

Kita dapat memisalkan umur Joko sebagai a dan umur Sulistyo sebagai b. Kemudian, kita ubah hal yang diketahui ke dalam kalimat matematika.

Jumlah umur mereka sama dengan 37 tahun $\Leftrightarrow$ $a + b = 37$ ... (1)

Selisih umur mereka adalah 7 tahun $\Leftrightarrow$ $a - b = 7$ ... (2)

Selanjutnya, kita dapat mencari penyelesaiannya menggunakan metode yang telah dibahas pada bagian C. Sebagai contoh, kita akan menggunakan metode eliminasi yaitu sebagai berikut.

Misalnya, pertama-tama, kita akan mengeliminasi a

$$\begin{array}{r} a + b = 37 \\ \underline{a - b = \ 7 \ -} \\ 2b = 30 \\ b = \frac{30}{2} \\ b = 15 \end{array}$$

Sehingga, didapatkan nilai b atau umur Sulistyo adalah 15 tahun.

Kemudian, lakukan eliminasi pada variabel b

$$\begin{array}{r} a + b = 37 \\ \underline{a - b = \ 7 \ +} \\ 2a = 44 \\ a = \frac{44}{2} \\ a = 22 \end{array}$$

Sehingga, didapatkan nilai a atau umur Joko adalah 22 tahun.

Jadi, umur Joko dan Sulistyo masing-masing adalah 15 tahun dan 22 tahun.

LIVEWORKSHEETS

3. Contoh Masalah 3

Imas memiliki sejumlah kuwuk untuk bermain permainan bola bekel yang terdiri dari kuwuk berwarna cokelat dan kuwuk berwarna putih. Pada mulanya, ia memisahkan kedua jenis kuwuk berbeda warna ke dalam kantong yang berbeda. Namun, ia memutuskan untuk memindahkan 2 buah kuwuk berwarna cokelat untuk dimasukkan ke dalam kantong berisi kuwuk berwarna putih sehingga jumlah masing-masing kuwuk di dalam kantong menjadi sama banyak. Jika jumlah semua kuwuk tersebut adalah 26, berapakah selisih jumlah kedua jenis kuwuk tersebut?

Jawab:

Kita dapat memisalkan kuwuk berwarna cokelat sebagai p dan kuwuk berwarna putih sebagai q. Kemudian, kita akan ubah hal yang diketahui ke dalam kalimat matematika.

a. Memindahkan 2 kuwuk berwarna cokelat artinya mengurangkan 2 kuwuk dari total kuwuk berwarna cokelat semula sehingga kalimat matematikanya adalah $p - 2$
b. Karena 2 kuwuk cokelat tersebut dimasukkan ke dalam kantong berisi kuwuk berwarna putih maka banyak kuwuk di dalam kantong tersebut yaitu banyak kuwuk putih ditambah 2 kuwuk cokelat sehingga kalimat matematikanya adalah $q + 2$
c. Kedua kantong setelah dipindahkan menjadi sama banyak, artinya dapat kita tuliskan $p - 2 = q + 2$ ... (1)
d. Jumlah semua kuwuk adalah 26 sehingga kalimat matematikanya adalah sebagai berikut $p + q = 26$ ...(2)

Kita dapat mencari penyelesaian menggunakan metode yang telah disebutkan pada bagian C. Misalnya, kita akan menggunakan metode substitusi untuk menyelesaikan SPLDV tersebut.

Ambil persamaan (1)

$p - 2 = q + 2$

$p = q + 2 + 2$

$p = q + 4$ ... (3)

LIVEWORKSHEETS

Substitusikan persamaan (3) ke persamaan (2)

$p + q = 26$

$(q + 4) + q = 26$

$2q + 4 = 26$

$2q = 26 - 4$

$2q = 22$

$q = 11$

Sehingga, didapat nilai q atau banyak kuwuk putih sebanyak 11.

Selanjutnya, substitusikan $q = 11$ ke persamaan (3)

$p = q + 4$

$p = 11 + 4$

$p = 15$

Sehingga, didapat nilai p atau banyak kuwuk putih sebanyak 15.

Selisih dari banyak kedua kuwuk jenis tersebut yaitu $15 - 11 = 4$ buah.

Daftar Pustaka

Kurniawan. (2017). *Mandiri Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII* (Taryo (ed.)). Erlangga.

Kurniawan. (2024). *Mandiri Plus Matematika untuk SMP/MTs Kelas IX* (Taryo (ed.)). Erlangga.

Tosho, T. G. (2021). *Buku Pegangan Siswa Matematika Sekolah Menengah Pertama Kelas VIII* (1st ed.). Pusat Perbukuan Badan Standar Kurikulum dan Asesmen Pendidikan Kementrian Pendidikan Kebudayaan, Riset, dan Teknologi.

LIVEWORKSHEETS