

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

MATEMATIKA

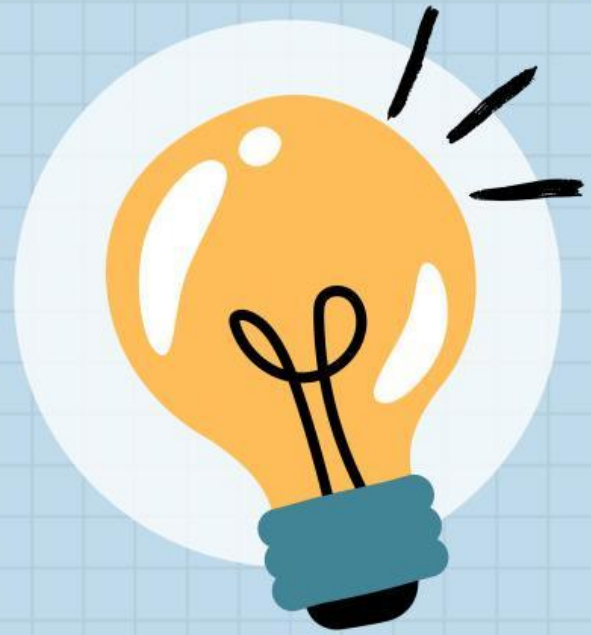
INTEGRAL TENTU



Nama :

Kelas :

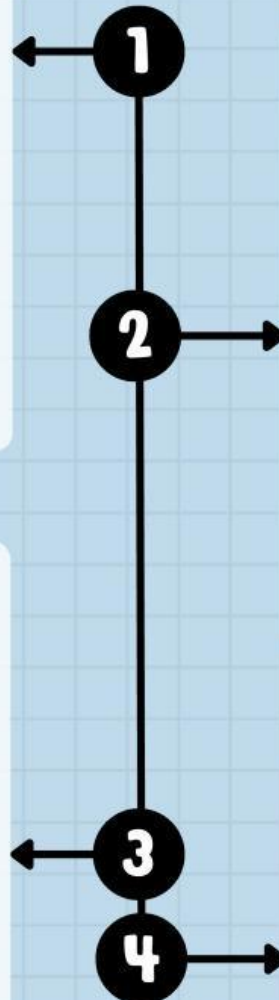
SEDIKIT PENGANTAR



TENTANG

Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) ini disusun dengan menggunakan beberapa prinsip **Universal Design for Learning (UDL)**, **High Order Thinking Skills (HOTS)** dan juga metode **storytelling**.

LKPD ini dapat digunakan **langsung** secara fisik (dicetak) maupun secara daring melalui teknologi Flipbook. Sehingga, diharapkan bisa membantu siswa belajar di mana saja.



LKPD DARING

LKPD ini juga dapat dikerjakan secara daring (dalam jaringan/online) dengan memindai kode QR berikut:

SCAN ME



AUDIO BOOK

LKPD ini juga dilengkapi dengan versi audio yang dapat diakses melalui kode QR berikut:

SCAN ME



PENILAIAN

Penilaian menggunakan asesmen formatif yang ditunjukkan dengan pertanyaan-pertanyaan yang akan membantu siswa menuju tujuan pembelajaran yang telah dirancang.

CAPAIAN DAN TUJUAN PEMBELEJARAN

01

Capaian Pembelajaran



Peserta didik dapat memahami **integral**, baik sebagai **proses** yang merupakan **kebalikan dari derivatif** (turunan) dan juga sebagai **cara menghitung luas**. Mereka memahami teorema dasar kalkulus sebagai penghubung antara derivatif (turunan) dan integral.

02

Tujuan Pembelajaran



PC3 (Applying the procedure): peserta didik dapat **menentukan penyelesaian** dari sebuah permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan integral tentu

PC4 (Analyzing the procedure): peserta didik dapat **mengoreksi kesalahan** dalam prosedur penyelesaian integral tentu

Kesepakatan Kelas

Aturan Kelas (Do's and Dont's)

Penilaian

BAGIAN 1



Pada lembar kerja ini, **kalian akan diajak mengingat kembali mengenai beberapa pelajaran yang telah dipelajari sebelumnya.**

1. Pastikan kalian mengikuti instruksi yang disediakan/diberikan guru
2. Baca dengan seksama, kemudian isilah titik-titik yang ada dengan jawabanmu
3. Tidak perlu khawatir, semua akan baik-baik saja

Situasi

Perkenalkan ini Geral, seorang Siswa Kelas 12 SMA Galaxy 48. Hari ini ia baru saja menerima hasil Ulangan Harian Matematika, sayangnya iya mendapat nilai di bawah standar minimum sehingga ia harus mengulang.

Ia memerlukan bantuan untuk belajar matematika, MAUKAH KAMU MEMBANTU GERAL BELAJAR KEMBALI?



Kegiatan 1

Mari kita mulai!

Geral tidak lulus di materi mengenai Integral Tentu. Untuk membantunya belajar, kita akan mulai dari **mengingat kembali** pelajaran mengenai Luas Bangun Datar.

Tentukan **luas dari masing-masing** bangun berikut!

1



.....

.....

.....

.....

.....

.....

2



Diketahui:
alas = 6 cm
tinggi = 7 cm

.....

.....

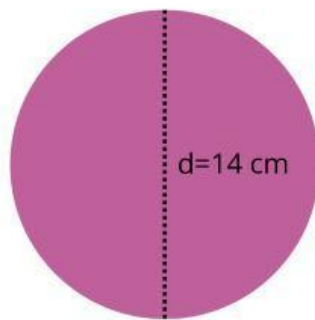
.....

.....

.....

.....

3



.....

.....

.....

.....

.....

5

Sebuah jajar genjang dengan alas 10 cm dan tinggi 12 cm.



.....

.....

.....

.....

.....

7

Segitiga siku-siku di samping memiliki alas 10 cm dengan tinggi 12 cm.



.....

.....

.....

.....

.....

4

Diketahui bahwa bangun di bawah ini adalah setengah lingkaran yang memiliki diameter 21 cm.



.....

.....

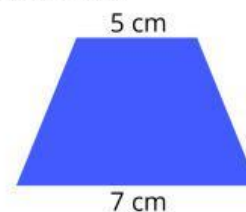
.....

.....

.....

6

Sebuah trapesium sama kaki dengan tinggi 12 cm dan sisi yang diketahui seperti berikut.



.....

.....

.....

.....

.....

Fun Words!

Tahukah kalian dalam Bahasa Inggris **Segiempat** disebut **Quadrilateral**, digunakan untuk menyebut bangun datar yang memiliki 4 sisi, 4 sudut, dan 4 titik sudut?

Situasi

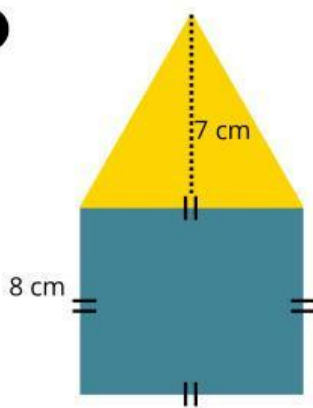


Baiklah!

Kini Geral sudah mengingat bagaimana **cara menghitung luas** dari sebuah bangun datar. Tapi, ternyata ada masalah lainnya. Geral lupa **bagaimana menyelesaikan permasalahan berikut** ini.

Tentukanlah luas dari **gabungan** bangun berikut ini!

1



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

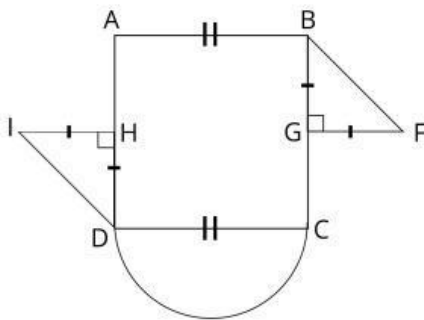
.....

.....

.....

2

Diketahui panjang AB adalah 14 cm dan panjang BG setengah panjang AB.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Apa yang kamu lakukan untuk dapat menentukan luas bangun yang **terlihat rumit** itu?? Ceritakan langkah yang kamu ambil kepada Geral!

.....

.....

.....

.....

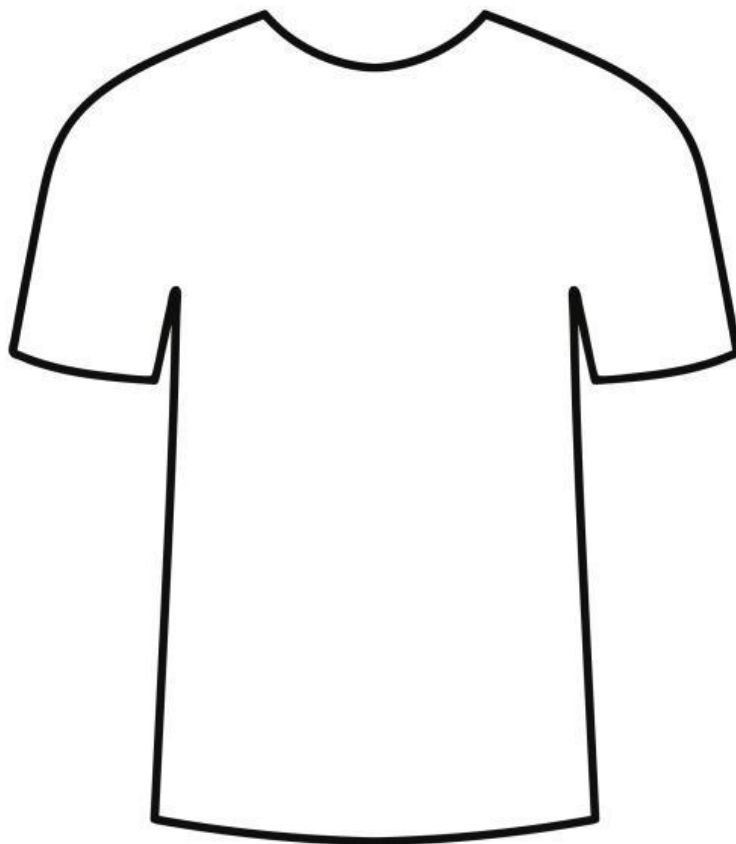
.....

Kalau ini?

"Ternyata mudah juga ya," ucap Geral.

Sekarang, ada **tantangan lebih besar** lagi!
Bagaimana menentukan **luas dari bangun yang tidak beraturan** seperti gambar di bawah ini?

Apakah kamu bisa menghitungnya?



Apa yang kamu lakukan untuk dapat menentukan luas bangun yang **terlihat rumit** itu?? Ceritakan langkah yang kamu ambil kepada Geral!

.....

.....

.....

.....

.....

Mari Mencoba!

Untuk memudahkan perhitungan, kita akan melakukan kegiatan berikut.

1. Buatlah kelompok kecil beranggotakan 2-3 orang
2. Guru akan membagikan alat dan bahan yang dapat kalian gunakan:
 - o Kertas berbentuk baju
 - o Gunting
 - o Lem
 - o Penggaris
3. Kalian dapat menggunakan rumus bangun datar apa saja yang kalian ketahui untuk menentukan luas baju tersebut.
4. Kalian juga bebas untuk melakukan apa saja pada baju tersebut.
5. Tuliskan laporan kegiatan dan hasil yang kalian temukan pada percobaan tersebut pada kolom di bawah ini.

Apa langkah yang kalian lakukan untuk menentukan luas bangun tersebut?

.....

.....

.....

.....

.....

Mengapa kalian menggunakan cara tersebut?

.....

.....

.....

.....

.....

Apakah ada bagian baju yang tidak bisa kalian hitung luasnya? Mengapa?

.....

.....

.....

.....

.....

KESIMPULAN

PERMASALAHAN DI ATAS DAPAT DIATASI MENGGUNAKAN KONSEP INTEGRAL TENTU

Cara yang paling tepat untuk menghitung luas daerah dari baju tersebut adalah dengan membagi daerah tersebut menjadi **bentuk persegi panjang dengan lebar yang sama sebanyak mungkin** dan ukuran sekecil mungkin mendekati titik 0.

Sehingga, sisa potongan yang dihasilkan akan semakin kecil dan sedikit. Tentu luas yang dapat dihitung juga lebih mendekati kebenaran.

PENERAPAN INTEGRAL TENTU

Pada Pembelajaran ini kalian akan menemui Geral untuk belajar bersama **membahas topik berikut:**

1. Pengertian Integral Tentu
2. Rumus dan Sifatnya
3. Penerapan/aplikasi Integral Tentu

BAGIAN 2

Situasi

Setelah mengetahui salah satu aplikasi Integral Tentu, kini Geral semakin bersemangat untuk belajar **materi Integral Tentu**.

Geral **mengajak kalian** berdiskusi.

Geral: "Sebelumnya kita juga sudah mempelajari Integral kan ya? Kok kita belajar Integral lagi kali ini? Apa bedanya?"



Kegiatan 1

Bisakah kalian menjawab pertanyaan Geral di atas?

Untuk mempermudah kalian dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut ini!

1 Apa saja jenis integral yang kalian ketahui?

.....

.....

.....

2 Apakah kalian ketahui mengenai **integral tersebut**? (Pengertian, sifat, dan lainnya)

.....

.....

.....

.....

.....

3 Tuliskan rumus umum dari **integral tak tentu**! Serta beri keterangan setiap elemennya.

.....

.....

.....

.....

.....

Apa yang berbeda ya?

Coba bandingkan kedua rumus Integral yang kamu ketahui tersebut!

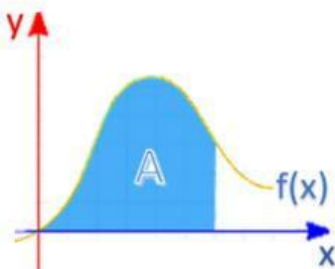
Tuliskan rumusnya pada kotak di bawah ini.

Integral Tak Tentu

Integral Tentu

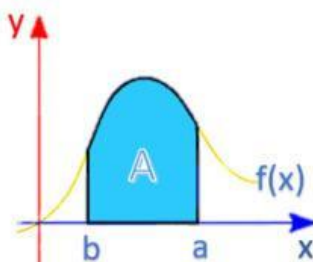
Hint!

Grafik Integral Tak Tentu



Gambar grafik integral tak tentu (Arsip Zenius)

Grafik Integral Tentu



Gambar grafik integral tentu sudah diketahui batas atas dan bawahnya. (Arsip Zenius)

- 1 Tuliskan **perbedaan** yang kalian dapatkan dari mengamati kedua rumus tersebut!

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 2 Tuliskan **persamaan** yang kalian dapatkan dari mengamati kedua rumus tersebut!

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Apa kesimpulan yang dapat kamu ambil dari kedua pertanyaan di atas?

Integral Tentu adalah

.....

.....

Gera
"Kalia
meny

Geral:

1 $\int (12x^2 - 4x + 1) \, dx = \dots$

1 $\int (12x^2 - 4x + 1) \, dx = \dots$

[illegible]

2 Hasil dari $\int (x - 2) (x^2 - 4x + 3)^5 dx$ adalah....

[illegible]

Kalau soalnya begini?

$$\int_1^2 6x^2 dx = \dots$$



Soal matematik di atas dapat kita selesaikan dengan menggunakan konsep integral tentu.

Step 1

Integrasikan fungsi $f(x)$ pada soal tersebut, layaknya kita mengerjakan soal integral tak tentu.

$$\begin{aligned}\int 6x^2 dx &= \frac{6}{2+1}x^{2+1} + C \\ &= \frac{6}{3}x^3 + C \\ &= 2x^3 + C\end{aligned}$$

Ingat!

$$\int ax^n dx = \frac{a}{n+1}x^{n+1} + C$$

Namun, untuk **integral tentu** kita tidak perlu melibatkan C .

Step 2

Substitusikan **batas atas dan batas bawah** integral tersebut!

Dari soal di atas diketahui bahwa:

$$\text{Batas atas} = 2 \rightarrow F(2) = 2(2)^3 = 2(8) = 16$$

$$\text{Batas bawah} = 1 \rightarrow F(1) = 2(1)^3 = 2(1) = 2$$

Step 3

Substitusikan hasil tersebut ke rumus integral tentu!

$$\int_1^2 6x^2 dx = F(2) - F(1) = 16 - 2 = 14$$

Sehingga, hasilnya adalah 14.

Ingat!

$$\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$$

a = batas bawah

b = batas atas

F(x) = nilai integral dari $f(x)$

Ayo berlatih!

Tuliskan jawaban dengan menuliskan detail (memberi keterangan) langkah penyelesaian yang dilakukan.

$$\textcircled{1} \quad \int_3^6 8x^3 dx = \dots$$

This image shows a full page of primary-ruled notebook paper. It features ten horizontal rows. Each row is defined by two parallel horizontal dashed lines. Vertical dotted lines are placed at regular intervals along the top and bottom edges of each row, creating narrow margins on both sides. The entire page is white, and there is no handwriting or other markings present.

2 Hasil dari $\int_0^3 (12x^5 + 5x^4 + x) dx$ adalah....

[illegible]