

LKPD - B
POLINOMIAL
FASE F LANJUT - XI SMA
OPERASI ALJABAR PADA POLINOMIAL
PENYUSUN : BRIGITA WAHYU MINARNI, S.PD.



ANGGOTA KELOMPOK

Kelas

Nama

No

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$$

$$x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

Aktivitas 1: Mari menyimak video!

Mari menyimak video konsep polinom berikut ini! Kamu boleh tidak perlu menyimak video bila lebih paham belajar dengan membaca dari Buku Sekolah Elektronik/ buku paket atau sudah memahami bentuk umum polinomial.



Sumber video : <https://youtu.be/MTPTVeF9T2Y?si=fVdKOWxYCLclzkWK>

Berdasar video di atas, Kamu menjadi tahu bahwa Polinomial adalah bentuk aljabar yang berupa monomial atau penjumlahan dari dua atau lebih monomial.

Dengan bentuk umum polinomial :

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$$

$n = \dots$

$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, a_1 \in \mathbb{R}$ disebut ... polinomial

$a_0 \in \mathbb{R}$ disebut ...

Lengkapilah tabel berikut!

Polinom	Derajat Polinom	Koefisien x^3	Koefisien x^2	Koefisien x	Konstanta
$P(x) = 2x^4 + x^5 + 5x^6 - 2x^3 - 9$					
$P(x) = -2x^3 + 2x^2 - 10$					
$P(x) = 3x^3 + 6x^4 - 11x^2 - x$					
$P(x) = x + 7x^3 + 8$					

Aktivitas 2: Mari Mengidentifikasi Polinomial!

Kelompokkan bentuk aljabar berikut merupakan polinomial atau bukan dengan menggeser pada **Tabel Pengelompokan** yang tersedia, kemudian tuliskan alasannya!

Bentuk aljabar:

$$2x^3 - 5x + \frac{1}{3x^2}$$

$$x^2 - 2\sqrt{x}$$

$$3x^2y - 10y - 4$$

$$(x-1)(x+1)$$

Tabel Pengelompokan

Polinom	Alasan	Bukan Polinom	Alasan

Aktivitas 3: Mari Berlatih menjumlah, mengurang, dan mengali Polinomial!

Diketahui suatu polinom $F(x) = 2x^3 + 2x^2 - 7x - 9$, $G(x) = 3x^2 - 2x - 3$ dan $H(x) = 2x - 1$.

Pasangkan operasi aljabar dengan jawaban yang tepat dengan cara menarik garis lurus kolom operasi aljabar dengan kolom jawaban.

Derajat Polinom

Operasi Aljabar

Hasil Operasi Aljabar

$$F(x) + G(x)$$

$$3x^2 - 4x - 2$$

$$F(x) - G(x)$$

$$2x^3 - x^2 - 5x - 6$$

$$G(x) - H(x)$$

$$2x^3 + 5x^2 - 9x - 12$$

$$G(x).H(x)$$

$$4x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 11x + 9$$

$$F(x).H(x)$$

$$6x^3 - 7x^2 - 4x + 3$$

Aktivitas 4 : Mari Berlatih Persamaan Polinomial!

Diketahui suatu polinom $P(x) = Q(x).H(x) + S(x)$. Apabila $P(x) = 6x^3 + 23x^2 - x + 1$, sementara $Q(x) = Ax + B$, sedangkan $H(x) = (x+4)(2x-1)$, dan $S(x) = 4x + 5$. Dengan cara perkalian dan penjumlahan, maka tentukan nilai A dan B, tentukan juga derajat polinom $P(x)$, $Q(x)$, dan $H(x)$!

Jawab:

$$P(x) = Q(x).H(x) + S(x)$$

$$6x^3 + 23x^2 - x + 1 = (Ax + B)(x + 4)(2x - 1) + (4x + 5)$$

$$\Leftrightarrow 6x^3 + 23x^2 - x + 1 = \dots x^3 + (\dots + \dots)x^2 - (\dots - \dots - 4)x - 4\dots + 5$$

Perhatikan koefisien x^3 di ruas kanan sama dengan koefisien x^3 di ruas kiri!

$$\dots A = 6$$

$$\Leftrightarrow A = \dots$$

Perhatikan konstanta di ruas kanan sama dengan konstanta di ruas kiri!

$$-4\dots + 5 = 1$$

$$\Leftrightarrow B = \dots$$

Aktivitas 5: Berpikir Kritis

Panjang sebuah kolam renang berbentuk persegi panjang adalah 2 meter lebih panjang dari 2 kali lebarnya. Luas kolam renang tersebut adalah 144 m^2 . Panjang kolam tersebut adalah ...

Jawab:

Misalkan: Panjang lebar kolam = $x \Rightarrow$ Panjang kolam = ...

Persamaan yang muncul saat menentukan luas:

$$\dots = 144$$

$$\Leftrightarrow \dots x^2 + \dots - \dots = 0$$

$$(x \dots)(x \dots) = 0$$

Lebar kolam yang memenuhi adalah ... m.

$\therefore$ Panjang kolamnya adalah ... m.

Aktivitas 6: Mari Mengamati Pola Pembagian Bilangan

Sebelum mempelajari bagaimana melakukan pembagian pada polinomial, kalian akan diajak untuk mengamati pembagian pada bilangan. Cermati bentuk-bentuk pembagian berikut dan isilah titik-titik pada tabel sesuai dengan pola yang kalian temukan.

$\frac{7}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$7 = 4 \cdot 1 + 3$
$\frac{13}{5}$	$2\frac{3}{5}$	$13 = 5 \cdot 2 + 3$
$\frac{23}{6}$	$3\frac{5}{6}$	...
...	$4\frac{3}{8}$	...
$\frac{57}{10}$	...	...

Kegiatan eksplorasi yang telah kalian lakukan tersebut menunjukkan beberapa cara menuliskan pembagian bilangan. Misalnya, jika 7 dibagi dengan 4, mendapatkan hasil 1 dan sisa 3. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4} \text{ atau } \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} \text{ atau}$$

bilangan yang dibagi

Hasil bagi

$$7 = 4 \cdot 1 + 3$$

Sisa

Pembagi

Algoritma Pembagian Polinomial

Jika $P(x)$ dan $Q(x)$ adalah polinomial, dengan $Q(x) \neq 0$, maka ada polinomial-polinomial $H(x)$ dan $S(x)$ yang masing-masing tunggal, dengan $S(x)$ adalah 0 atau polinomial berderajat kurang dari $Q(x)$, sedemikian sehingga

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = H(x) + \frac{S(x)}{Q(x)} \quad \text{atau} \quad P(x) = Q(x) \cdot H(x) + S(x)$$

Polinomial $Q(x)$ disebut dengan **pembagi**, $H(x)$ adalah **hasil bagi**, dan $S(x)$ adalah **sisa**.

Mari menyimak video konsep pembagian polinom dengan cara bersusun! Kamu boleh tidak perlu menyimak video bila lebih paham belajar dengan membaca dari Buku Sekolah Elektronik atau buku paket.



https://youtu.be/g1W6Zdi9Yuw?si=h_Agl6esd9jdTsk

Setelah mengamati video di aktivitas 6.a, Kamu bisa mengetahui bahwa salah satu cara membagi polinom adalah dengan cara bersusun! Dengan cara yang sama seperti di video aktivitas 4, kerjakan soal berikut!

Tentukan hasil bagi yang dilambangkan dengan $H(x)$ dan sisa yang dilambangkan dengan $S(x)$ dari polinom $P(x) = x^4 - x^2 + x - 13$ dibagi oleh $Q(x) = x^2 + 3$ menggunakan **cara bersusun!**

$$\begin{array}{r} x^2 - \dots \\ x^2 + 3 \overline{) x^4 - x^2 + x - 13} \\ \underline{x^4 + \dots x^2} \\ 0 \dots x^2 + x - \dots \\ \underline{ \dots x^2} \\ \dots \end{array}$$

Kesimpulan:

$$H(x) = x^2 - \dots$$

$$S(x) = \dots$$

Sehingga apabila $P(x) = Q(x)H(x) + S(x)$ maka: $x^4 - x^2 + x - 13 = (x^2 + \dots)(x^2 + \dots) + \dots$

$P(x)$ polinom berderajat ...

$Q(x)$ polinom berderajat ...

$H(x)$ polinom berderajat ...

$S(x)$ polinom berderajat ...



Aktivitas 6.c : Mari Membagi Polinom dengan Cara Pembagian Bersusun (Porogapit)

Dengan cara pembagian bersusun, polinom $P(x) = x^4 - x^2 + x - 13$ bila dibagi

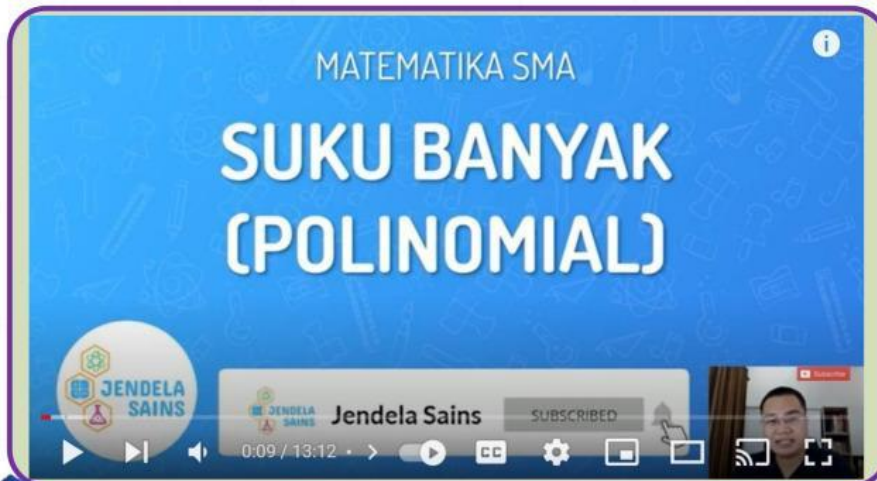
$Q(x) = x - 2$ maka memiliki hasil bagi dan sisa

(gunakan tanda ^ untuk menyatakan pangkat, contoh x^2 ditulis x^2)



Aktivitas 7.a : Mari Mengamati Video Pembagian Polinom dengan Cara Skema Horner bila pembagiannya $(x + k)$!

Mari menyimak video konsep pembagian polinom dengan cara skema horner! Kamu boleh tidak perlu menyimak video bila lebih paham belajar dengan membaca dari Buku Sekolah Elektronik atau buku paket



Sumber video : <https://youtu.be/IQnLx-SwQZk?si=qr2MIsE5sC5WqwFI>

Setelah mengamati video di aktivitas 7.a, Kamu bisa mengetahui bahwa cara lain membagi polinom selain dengan pembagian bersusun adalah dengan cara skema horner. Pada aktivitas 7.a, pembagiannya adalah bentuk $(x + k)$ di mana koefisien tertinggi pembagi polinomnya adalah satu. Mari kita pelajari bagaimana membagi polinom dengan praktik langsung mengerjakan soal berikut!

Aktivitas 7.b: Mari Membagi Polinom dengan Cara Skema Horner dengan pembagi $(x + k)$

Pembagian polinomial oleh $(x + k)$

Tentukan hasil bagi yang dilambangkan dengan $H(x)$ dan sisa yang dilambangkan dengan $S(x)$ dari polinom $P(x) = x^4 - x^2 + x - 13$ dibagi oleh $Q(x) = x - 2$ menggunakan **cara Skema Horner!**

Jawab:

Diketahui :

$$P(x) = x^4 - x^2 + x - 13$$

$$Q(x) = x - 2$$

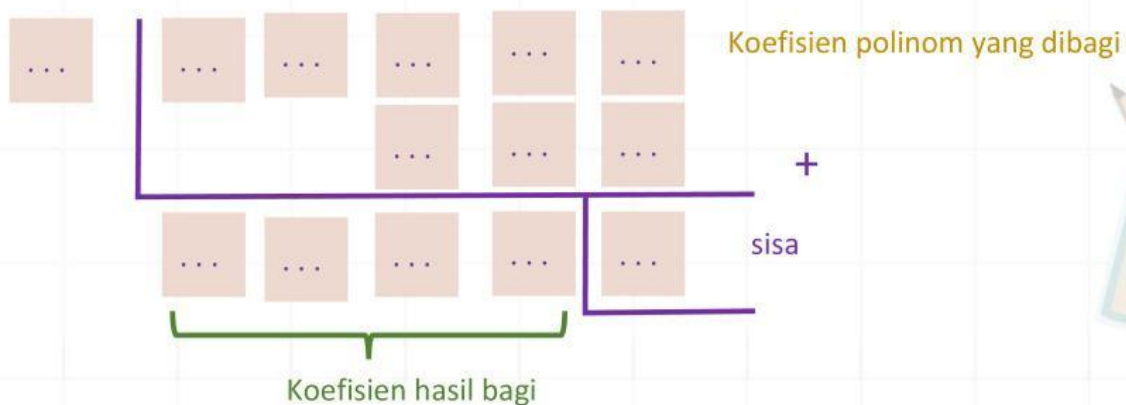
Ditanya :

$$H(x)$$

$$S(x)$$

Pembuat nol pembagi:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = \dots$$



Kesimpulan:

Berdasarkan kegiatan tersebut diperoleh :



(gunakan tanda ^ untuk menyatakan pangkat, contoh x^2 ditulis x^2)

$$H(x) = x^3 + \dots x^2 + \dots x + \dots$$

$$S(x) = \dots$$

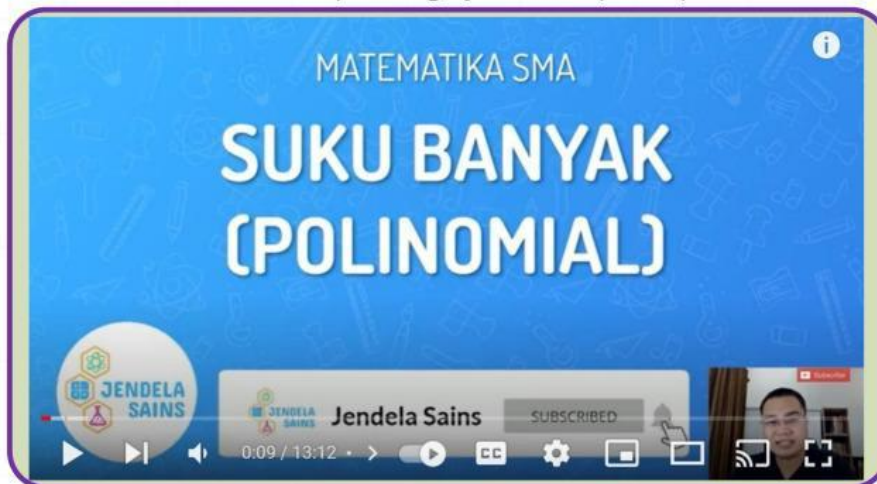
Apakah pembagian polinom di atas pada skema horner menghasilkan hasil dan sisa yang sama dengan cara pembagian bersusun?

Jawab:

Aktivitas 8.a : Mari Mengamati Video Pembagian Polinom dengan Cara Skema Horner bila pembagiya $(ax + b)$!

Pembagian polinomial oleh $(ax + b)$

Kalau Kamu sudah belajar skema horner dengan pembagi $(x + k)$, mari kita belajar menggunakan skema horner bila pembagiya adalah $(ax + b)$. Simak video berikut ini!



Sumber video :

https://youtu.be/4oCzzC8Dm_k?si=WVBOT0kS29Pn4

Aktivitas 8.b : Mari Berlatih Pembagian Polinom dengan Cara Skema Horner bila pembagiya $(ax + b)$!

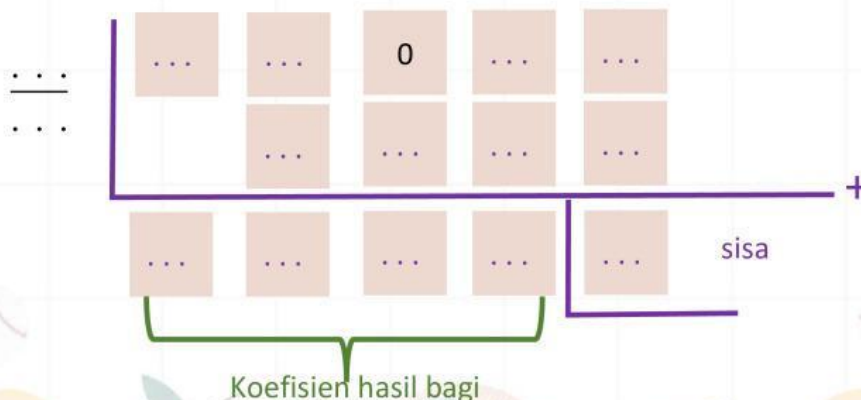
Mari kita terapkan cara tersebut pada soal berikut:

Tentukan hasil bagi yang dilambangkan dengan $H(x)$ dan sisa yang dilambangkan dengan $S(x)$ dari polinom $P(x) = 2x^4 + 5x^3 - 3x - 3$ dibagi oleh $Q(x) = 2x + 1$ menggunakan **cara Skema Horner**!

Jawab:

Pembuat nol pembagi:

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$



Berdasarkan algoritma polinom pada skema horner, maka $P(x) = Q(x).H(x) + S(x)$.

$$\begin{aligned}\text{Sehingga } P(x) &= \left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot (\dots x^3 + \dots x^2 - \dots x - \dots) - \dots \\ &= 2\left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot (\dots x^3 + \dots x^2 - \dots x - \dots) - \dots \\ &= (2x + 1) \cdot (\dots x^3 + \dots x^2 - \dots x - \dots) - \dots\end{aligned}$$

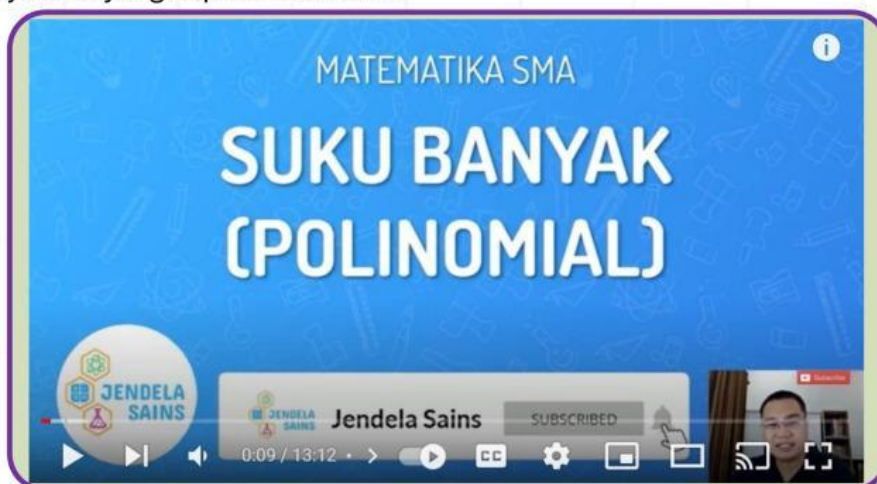
Berdasarkan kegiatan tersebut diperoleh :


$$\begin{aligned}H(x) &= \dots x^3 + \dots x^2 - \dots x - \dots \\ S(x) &= \dots\end{aligned}$$

Aktivitas 9.a : Mari Mengamati Video Pembagian Polinom dengan Cara Skema Horner Bersusun bila pembagiya $(ax^2 + bx + c)$ yang bisa difaktorkan.

Pembagian polinomial oleh $(ax^2 + bx + c)$

Kali ini kita akan menyimak pembagian polinomial yang pembagiya adalah polinom berderajat dua yang dapat difaktorkan.



Sumber video :

<https://youtu.be/RZ9hakgJEWU?si=s7WvblomWVilVG>

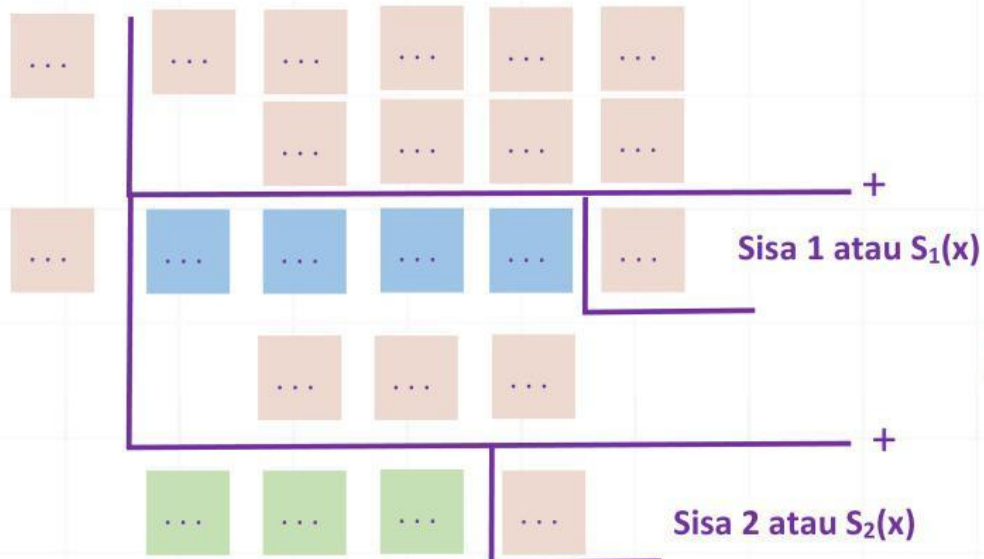
Mari kita terapkan cara tersebut pada soal berikut:

Tentukan hasil bagi yang dilambangkan dengan $H(x)$ dan sisa yang dilambangkan dengan $S(x)$ dari polinom $F(x) = 2x^4 + 5x^3 - 3x - 3$ dibagi oleh $P(x) = x^2 + 3x + 2$ menggunakan **cara Skema Horner Bersusun!**

Jawab: Memfaktorkan pembagi dan menentukan pembuat nol:

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

pembuat nol: $x_1 = -1$ atau $x_2 = -2$



$$F(x) = P(x).H(x) + S(x)$$

$$F(x) = P(x).H_1(x) + S_1(x)$$

substitusikan Hasil pertama atau $H_1(x)$ dan $S_1(x)$ menjadi:

$$F(x) = (x+1) \cdot (\dots x^3 + \dots x^2 - \dots x) - \dots$$

substitusikan pembagi, hasil pertama atau $H_2(x)$, dan $S_2(x)$ pada $H_1(x)$ sehingga menjadi:

$$F(x) = (x+1) \cdot \left((x+2)(H_2) + S_2(x) \right) - \dots$$

$$\Leftrightarrow F(x) = (x+1) \cdot \left((x+2) \left(\dots x^2 - \dots x - \dots \right) + \dots \right) - \dots$$

$$\Leftrightarrow F(x) = (x+1).(x+2)(\dots x^2 - \dots x - \dots) + 2.(x+1) - \dots$$

$$\Leftrightarrow F(x) = (x+1).(x+2)(\dots x^2 - \dots x - \dots) + 2x - \dots$$

Berdasarkan kegiatan tersebut diperoleh :

$$H(x) = (\dots x^2 - \dots x - \dots)$$

$$S(x) = 2x - \dots$$



Aktivitas 10 : Mari Membuat Kesimpulan

Berdasarkan video di atas, Kamu bisa tahu untuk membagi suatu polinom dapat menggunakan beberapa cara. Sebutkan apa saja cara yang dapat digunakan untuk membagi polinom!

Adakah kelemahan dan kelebihan membagi dengan cara bersusun? Jelaskan

Adakah kelemahan dan kelebihan membagi dengan skema horner? Jelaskan