

EKSPONEN



TUJUAN PEMBELAJARAN	1. Peserta Didik dapat memahami definisi bilangan berpangkat. 2. Peserta Didik dapat menerapkan sifat eksponen dan operasi pada eksponen untuk menyelesaikan masalah kontekstual berkaitan dengan eksponen.
PETUNJUK	1. Peserta Didik dapat mempelajari materi eksponen pada modul ini dengan membaca materi atau melihat dan mendengarkan video pembelajaran (sesuai gaya belajar masing-masing) yang sudah di sajikan. 2. Setelah mempelajari materi, Peserta Didik dapat mengerjakan evaluasi yang disajikan dengan cara mengklik tepat satu jawaban yang benar. 3. Skor hasil evaluasi bisa dilihat dengan cara melihat di pojok kiri atas setelah peserta didik mengklik finish.
Timeline Mempelajari Materi:	Aug 17, 2024 to Aug 19, 2024
Timeline Mengerjakan Evaluasi:	Aug 17, 2024 to Aug 19, 2024
Alokasi Pembelajaran:	2 x 45 Menit

ANGKA PENULARAN COVID-18 MENINGKAT SECARA EKSPONENSIAL

Angka penularan COVID-19 di Indonesia berpotensi bertambah secara eksponensial mengikuti deret ukur yang jumlahnya berangsur membesar dan kemudian tak terkendali. Jika tidak ada upaya segera mengurangi laju penyebaran dengan menghilangkan faktor-faktor penting yang dapat memperluas wabah penyakit ini.



Laju kenaikan kasus dalam ilmu epidemiologi menyatakan seberapa besar kasus tersebut meningkat dalam suatu periode waktu tertentu. Misalnya, jumlah kasus baru meningkat dua kali lipat dalam waktu satu minggu (waktu penggandaan, *doubling time*). Tanpa adanya pembatasan yang ketat, pertumbuhan jumlah pasien karena penularan virus naik secara eksponensial. Artinya untuk tiap periode waktu yang sama terlewatkan, jumlah pasien menjadi 2 kali jumlah pasien sebelumnya. Misalnya, jika jumlah pasien meningkat 2 kali setiap hari atau dengan kata lain setiap satu pasien menularkan ke dua orang, maka jumlah pasien pada hari pertama hingga hari ke- 7 adalah 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64. Berikut disajikan tren kasus kumulatif Covid-19 di Indonesia tanggal Maret-Juli 2020.

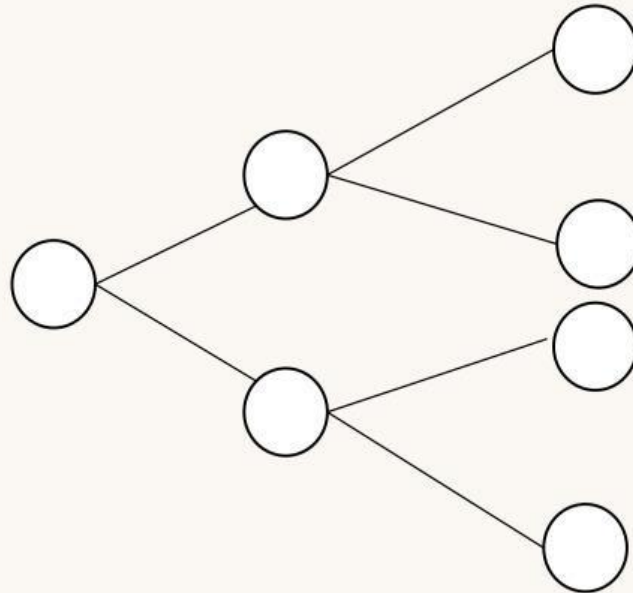


Permasalahan di atas merupakan salah satu kasus yang dapat dipecahkan dengan Matematika terutama jika kita memahami tentang Eksponen dan Logaritma. Dengan mempelajari materi tersebut, Anda dapat memodelkan permasalahan sehari-hari dengan grafik fungsi eksponensial. Beberapa permasalahan sehari-hari tersebut akan Anda temukan di bab ini.

EKSPONEN (BILANGAN BERPANGKAT)

Manfaat Eksponen

- Bidang Biologi



(Proses Pembelahan Sel)

- Bidang Fisika

3×10^8 meter/detik

(Kecepatan Cahaya)

Definisi Eksponen

Pangkat Bulat Positif

Jika a adalah anggota bilangan real dan n adalah bilangan bulat positif maka

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{Sebanyak } n \text{ faktor}}$$

Sebanyak n faktor

a = Bilangan pokok/basis

n = pangkat/eksponen

SIFAT-SIFAT EKSPONEN



1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$

Contoh : Sederhanakanlah bentuk pangkat berikut ini!

a. $2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$

b. $4^p \times 4^q \times 4^r = 2^{p+q+r}$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Contoh : Sederhanakanlah bentuk pangkat berikut ini !

a. $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$

b. $\frac{10^{x+2}}{10^{x-2}} = 10^{(x+2)-(x-2)} = 10^{x+2-x+2} = 10^4$

c. $\frac{2^6 \times 5^3}{2^3 \times 5} = 2^{6-3} \times 5^{3-1} = 2^3 \times 5^2$

3. $(a^m)^n = a^{m \times n}$

Contoh : Sederhanakanlah bentuk pangkat berikut ini !

a. $(6^4)^2 = 6^{4 \times 2} = 6^8$

b. $(p^2)^{x+1} = p^{2x(x+1)} = p^{2x+2}$

4. $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

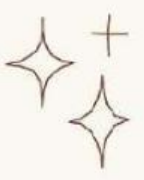
Contoh :

a. $(5 \times 3)^2 = 5^2 \times 3^2$

b. $(2x^2y^3)^3 = 2^3x^{2 \cdot 3}y^{3 \cdot 3}$
 $= 2^3x^6y^9$


$$5. \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Contoh:


$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$$

DEFINISI POLINOMIAL

Pangkat Nol

$$a^0 = 1 \text{ untuk } a \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

Bukti : $\frac{a^n}{a^n} = 1$

$$: a^{n-n} = 1$$

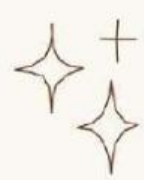
$$: a^0 = 1$$

Pangkat Bulat Negatif

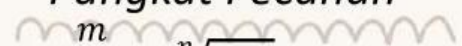
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ untuk } a \in \mathbb{R}, a \neq 0 \text{ dan } n \in \mathbb{Z}$$

Bukti : $\frac{a^m}{a^{m+n}} = a^{m-(m+n)}$

$$: \frac{a^m}{a^m \cdot a^n} = a^{-n}$$

$$: \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$


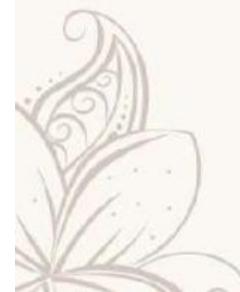
Pangkat Pecahan


$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

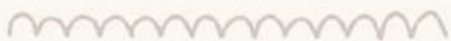
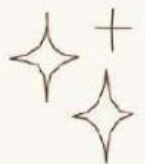
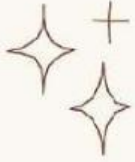
, dengan m dan n bilangan bulat dan $n > 0$

Misalkan a bilangan real tidak nol dan n bilangan

bulat positif, maka : $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$



Jika a bilangan real tidak nol, m bilangan bulat,
dan n bilangan asli ≥ 2 , maka $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$



ELEMEN BILANGAN

EKSPONEN



- DEFINISI BILANGAN BERPANGKAT
- SIFAT-SIFAT BILANGAN BERPANGKAT

Bagian 1



Kurikulum
Merdeka

 LIVEWORKSHEETS

Eksponen

A.1 Pangkat Bulat Positif

Jika a adalah anggota bilangan real dan n adalah bilangan bulat positif maka

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{Sebanyak } n \text{ faktor}}$$

$$\text{Contoh: } 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

a = Bilangan pokok/basis
 n = pangkat/eksponen

A.2 Pangkat Nol

Jika a adalah anggota bilangan real maka

$$\text{Contoh: } 2^0 = 1$$

$$a^0 = 1 \text{ untuk } a \in R, a \neq 0$$

A.3 Pangkat Bulat Negatif

Jika a adalah anggota bilangan real dan n adalah bilangan bulat positif maka

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ untuk } a \in R, a \neq 0 \text{ dan } n \in Z$$

$$\text{Contoh: } 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{32}$$

A.4 Pangkat Pecahan

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \text{ dengan } m \text{ dan } n \text{ bilangan bulat dan } n > 0$$

$$\text{Contoh: } 2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$$

Misalkan a bilangan real tidak nol dan n bilangan bulat positif, maka : $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Eksponen

$$1. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Contoh : Sederhanakanlah bentuk pangkat berikut ini!

a. $2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$
b. $4^p \times 4^q \times 4^r = 2^{p+q+r}$

$$2. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Contoh : Sederhanakanlah bentuk pangkat berikut ini !

a. $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$
b. $\frac{10^{x+2}}{10^{x-2}} = 10^{(x+2)-(x-2)} = 10^{x+2-x+2} = 10^4$
c. $\frac{2^6 \times 5^3}{2^3 \times 5} = 2^{6-3} \times 5^{3-1} = 2^3 \times 5^2$

$$3. (a^m)^n = a^{m \times n}$$

Contoh : Sederhanakanlah bentuk pangkat berikut ini !

a. $(6^4)^2 = 6^{4 \times 2} = 6^8$
b. $(p^2)^{x+1} = p^{2x(x+1)} = p^{2x+2}$

$$4. (a \times b)^m = a^m \times b^m$$

Contoh : Sederhanakanlah bentuk pangkat berikut ini !

a. $(5 \times 3)^2 = 5^2 \times 3^2$
b. $(2x^2y^3)^3 = 2^3x^{2 \cdot 3}y^{3 \cdot 3}$
 $= 2^3x^6y^9$

$$5. \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Contoh: Sederhanakanlah bentuk pangkat berikut ini !

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$$



Pembuktian Pangkat nol, Pangkat Bulat Negatif & Pangkat Pecahan

Pangkat Nol

$a^0 = 1$ untuk $a \in R, a \neq 0$

Bukti :

$$\frac{a^n}{a^n} = 1$$

$$a^{n-n} = 1$$

$$a^0 = 1$$

Pangkat Bulat Negatif

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ untuk $a \in R, a \neq 0$ dan $n \in Z$

Bukti :

$$\frac{a^m}{a^{m+n}} = a^{m-(m+n)}$$

$$\frac{a^m}{a^m \cdot a^n} = a^{-n}$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

Pangkat Pecahan

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, dengan m dan n bilangan bulat dan $n > 0$

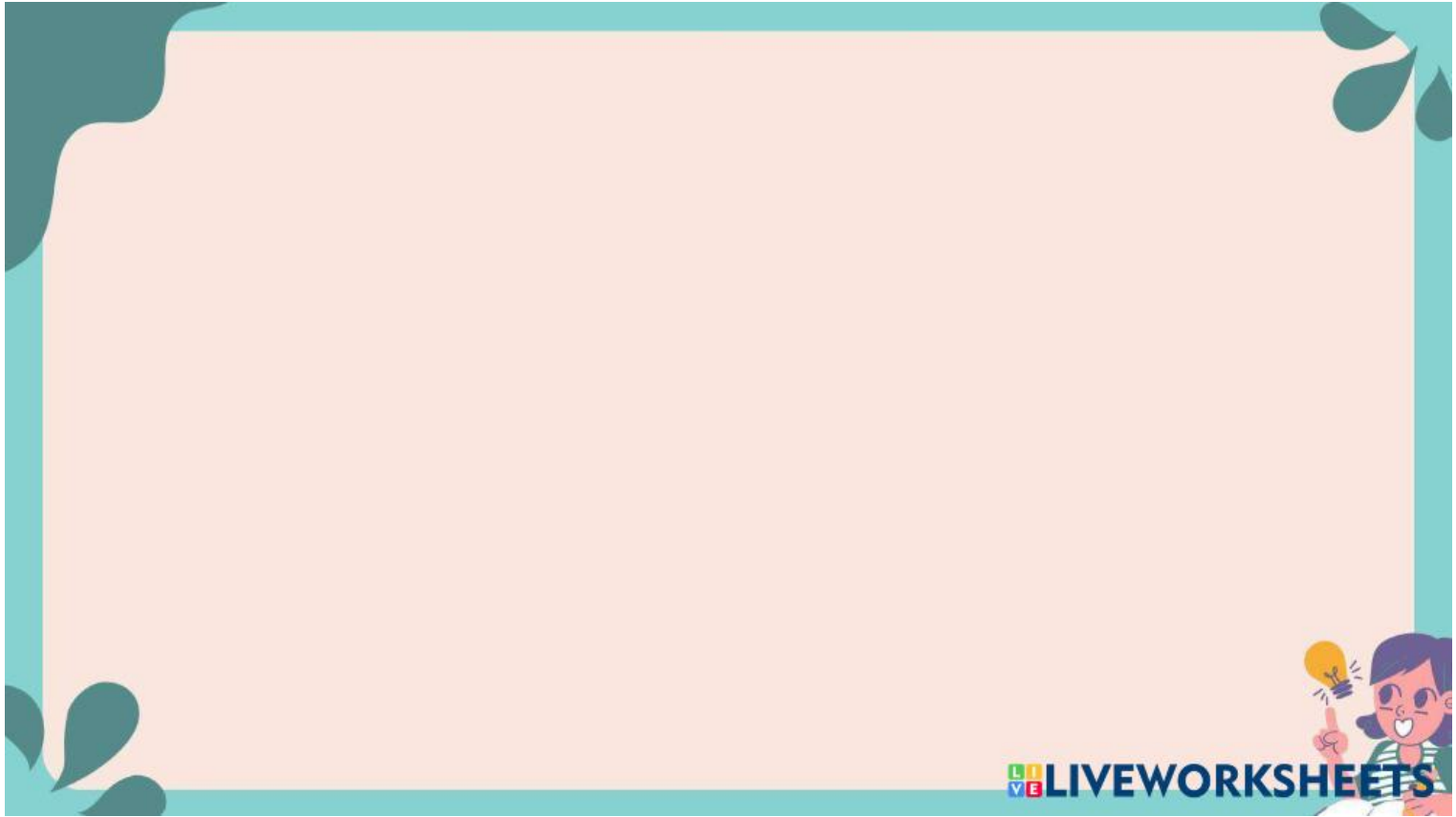
Misalkan a bilangan real tidak nol dan n bilangan bulat positif,

maka : $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Jika a bilangan real tidak nol, m bilangan bulat, dan n

bilangan asli ≥ 2 , maka $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$





UJI PEMAHAMAN SUB BAB EKSPONEN

A. Pilihlah satu jawaban yang benar

1. Jika $3^{-3} \times 243 = 3^n$, maka nilai n adalah...
 - A. -15
 - B. -2
 - C. 2
 - D. 3
 - E. 4
2. Bilangan yang paling besar dibawah ini adalah...
 - A. $(8^3)^2$
 - B. 4^{32}
 - C. 16^{18}
 - D. $(4^4)^{10}$
 - E. 2^{81}
3. Bentuk $\frac{2^{-\frac{1}{23}} \cdot \frac{2}{3} 6^{-1}}{2^{-\frac{7}{23}} \cdot \frac{11}{3} 6^{-3}}$ dapat disederhanakan menjadi...
 - A. 6^5
 - B. 6^6
 - C. 6^8
 - D. 12^5

E. 12^6

4. Jika diketahui $x = 216$ dan $y = 64$, maka nilai dari $x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{4}{3}} = \dots$

A. $-21\frac{1}{3}$

B. $-7\frac{1}{9}$

C. $\frac{2}{9}$

D. $7\frac{1}{9}$

E. $21\frac{1}{9}$

5. Jika $(\frac{1}{m^2})^4 = m^p$, maka nilai p adalah...

A. -8

B. -2

C. 0

D. 2

E. 8

6. Populasi kelinci pada suatu pulau tiga kali lipat setiap setengah tahun dan fungsinya dapat dimodelkan sebagai $f(x) = 10 \cdot 3^x$, dengan x adalah rasio lamanya waktu terhadap periode setengah tahun. Jumlah kelinci mula-mula adalah...

A. 10

B. 12

C. 14

D. 16

E. 18

7. Populasi kelinci pada suatu pulau tiga kali lipat setiap setengah tahun dan fungsinya dapat dimodelkan sebagai $f(x) = 10 \cdot 3^x$, dengan x adalah rasio lamanya waktu terhadap periode setengah tahun. Jumlah kelinci setelah 3 tahun adalah ...

A. 7.288

B. 7.290

C. 7.292

D. 7.294

E. 7.296

8. Nilai x yang memenuhi persamaan $125^{2-3x} = 5$ adalah...

A. $\frac{4}{9}$

B. $\frac{5}{9}$

C. $\frac{6}{9}$

D. $\frac{7}{9}$

E. $\frac{15}{9}$

9. $(ab^2)^{-1} \times (a^5b^8) = \dots$

A. a^4b^5

B. a^6b^6

C. a^4b^6

D. a^6b^{-6}

E. a^4b^{-6}

10. Bentuk sederhana dari $\frac{36x^2y^2}{15ab} \cdot \frac{5b(ab)^2}{24x^3y^2}$ adalah...

A. $\frac{5a}{2x}$

B. $\frac{ab^2}{2x}$

C. $\frac{ay}{2x}$

D. $\frac{ab}{2y}$

E. $\frac{3b}{2x}$