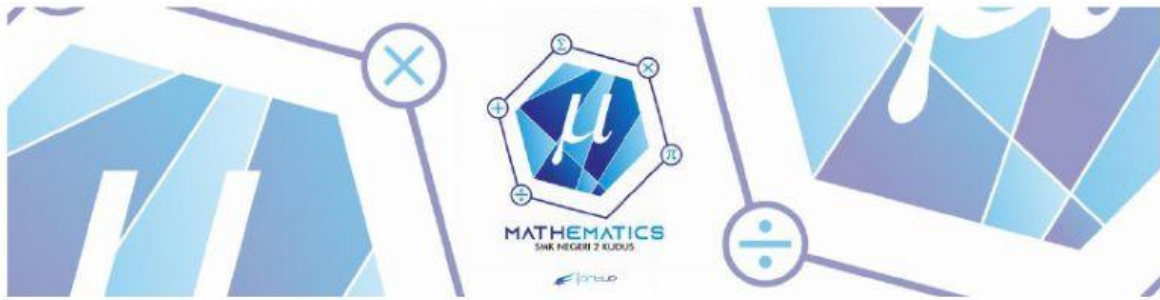




### 3. Menentukan Luas Daerah

#### Petunjuk Pembelajaran

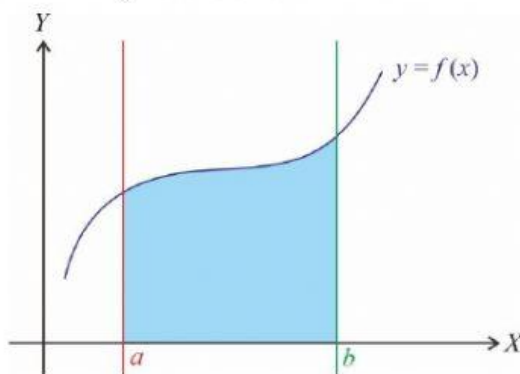
- Pahami dan catat kembali materi pada modul interaktif ini.
- Lengkapi kotak  yang tersedia pada contoh soal dengan menggunakan bilangan bulat atau variabel atau operasi keduanya.

Contoh:

- Setelah selesai klik [Finish](#) kemudian [Email my answer to my teacher](#).

#### 3.1. Luas Daerah di Bawah Kurva

Jika akan dihitung luas daerah di bawah kurva  $f(x)$  pada interval  $a < x < b$ , maka dapat digunakan integral dari  $f(x)$  terhadap  $x$  pada interval  $(a, b)$ . Untuk lebih memahaminya, perhatikan gambar berikut.



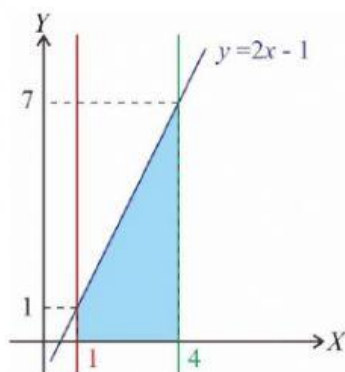
Luas daerah ( $L$ ) antara kurva  $y = f(x)$ , sumbu  $X$ , garis  $x = a$ , dan garis  $x = b$  dirumuskan sebagai berikut:

$$L = \int_a^b f(x) dx$$

#### Contoh 1:

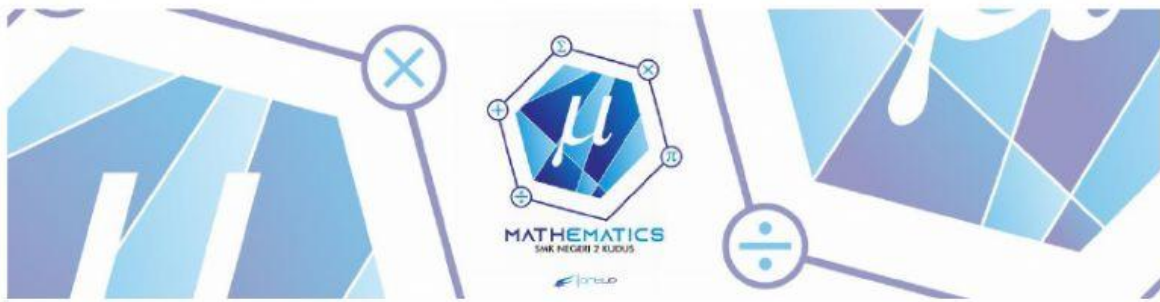
Tentukan luas daerah yang dibatasi kurva  $y = 2x - 1$ , garis  $x = 1$ , garis  $x = 4$ , dan sumbu  $X$ .

#### Alternatif Penyelesaian:



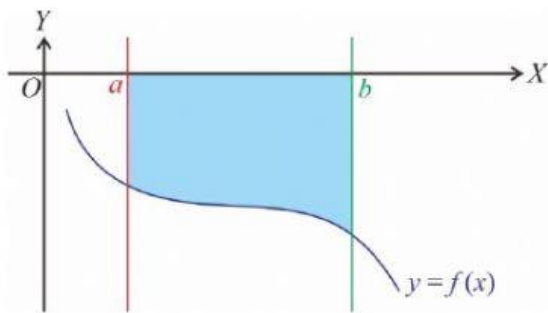
$$\begin{aligned} L &= \int_1^4 (2x - 1) dx \\ &= [x^2 - x]_1^4 \\ &= (4^2 - 4) - (1^2 - 1) \\ &= (16 - 4) - (1 - 1) \\ &= 12 \end{aligned}$$

Jadi, luas daerah yang dimaksud adalah  satuan luas.



### 3.2. Luas Daerah di Bawah Sumbu $X$

Perhatikan gambar berikut.



Luas daerah ( $L$ ) antara kurva  $y = f(x)$ , sumbu  $X$ , garis  $x = a$ , dan garis  $x = b$  dirumuskan sebagai berikut:

$$L = - \int_a^b f(x) dx$$

#### Contoh 2:

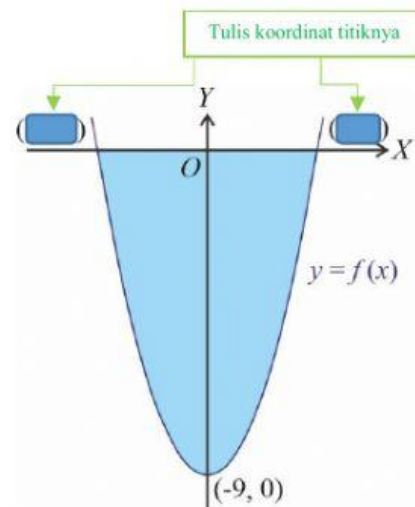
Tentukan luas daerah yang dibatasi kurva  $y = x^2 - 9$  dan sumbu  $X$ .

#### Alternatif Penyelesaian:

Untuk mencari batas atas dan batas bawah, tentukan dahulu titik potong kurva pada sumbu  $X$ , yaitu  $y = 0$ .

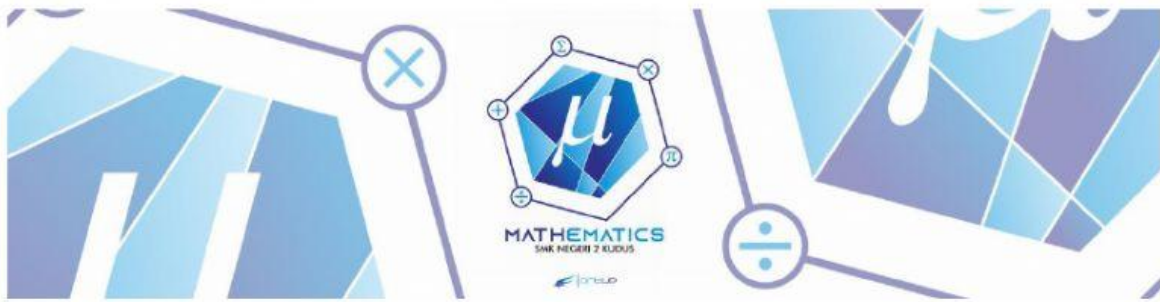
$$\begin{aligned} y &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 9 &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - \boxed{\phantom{00}})(x + \boxed{\phantom{00}}) &= 0 \\ \Leftrightarrow x_1 = \boxed{\phantom{00}} \text{ atau } x_2 = \boxed{\phantom{00}} \end{aligned}$$

Jadi, kurva  $y = x^2 - 9$  memotong sumbu  $X$  di titik  $(\boxed{\phantom{00}}, 0)$  dan  $(\boxed{\phantom{00}}, 0)$ .



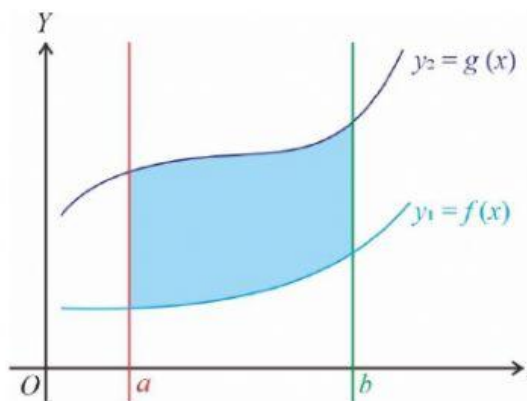
$$\begin{aligned} L &= - \int_{\boxed{-3}}^{\boxed{3}} (x^2 - 9) dx \\ &= - \left[ \frac{\boxed{1}}{\boxed{3}} x^{\boxed{3}} - \boxed{9} x \right]_{\boxed{-3}}^{\boxed{3}} \\ &= - \left( \left( \frac{\boxed{1}}{\boxed{3}} \cdot \boxed{3}^{\boxed{3}} - \boxed{9} \cdot \boxed{3} \right) - \left( \frac{\boxed{1}}{\boxed{3}} \cdot (\boxed{-3})^{\boxed{3}} - \boxed{9} \cdot (\boxed{-3}) \right) \right) \\ &= - \left( (\boxed{9} - \boxed{27}) - (\boxed{-9} + \boxed{27}) \right) \\ &= - (-\boxed{18} - \boxed{18}) = \boxed{36} \end{aligned}$$

Jadi, luas daerah yang dimaksud adalah  $\boxed{36}$  satuan luas.



### 3.3. Luas Daerah Antara Dua Kurva

Perhatikan gambar berikut.



Luas daerah ( $L$ ) yang dibatasi oleh kurva  $y_1 = f(x)$ ,  $y_2 = g(x)$ , garis  $x = a$ , dan garis  $x = b$  dirumuskan sebagai berikut:

$$L = \int_a^b (y_2 - y_1) dx = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$$

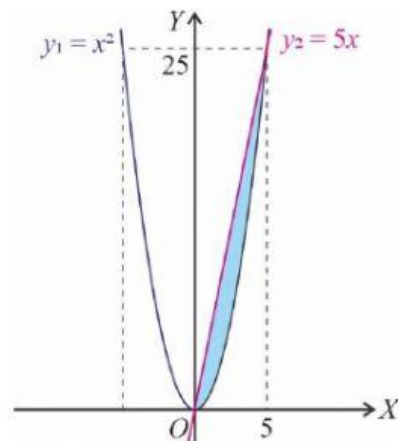
#### Contoh 2:

Tentukan luas daerah yang dibatasi kurva  $y = x^2$  dan  $y = 5x$ .

#### Alternatif Penyelesaian:

Misal  $y_1 = x^2$  dan  $y_2 = 5x$ , titik potong kedua kurva:

$$\begin{aligned} y_1 &= y_2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 5x \\ \Leftrightarrow x^2 - 5x &= 0 \\ \Leftrightarrow x \cdot (x - 5) &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 0 \text{ atau } x = 5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} L &= \int_a^b (y_2 - y_1) dx \\ &= \int_0^5 (5x - x^2) dx = \left[ \frac{5}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^5 \\ &= \left( \frac{5}{2} \cdot 5^2 - \frac{1}{3} \cdot 5^3 \right) - \left( \frac{5}{2} \cdot 0^2 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 \right) \\ &= \left( \frac{125}{2} - \frac{125}{3} \right) - (0 - 0) = \frac{125}{6} \end{aligned}$$

Jadi, luas daerah yang dimaksud adalah  $\frac{125}{6}$  satuan luas.