Matematika Tingkat Lanjut Kelas XI

# LKPD BAB 2 FUNGSI POLINOMIAL

Nama :.............................................

No :.............................................

Kelas :.............................................

Oleh: Hafis Dri Sayoga

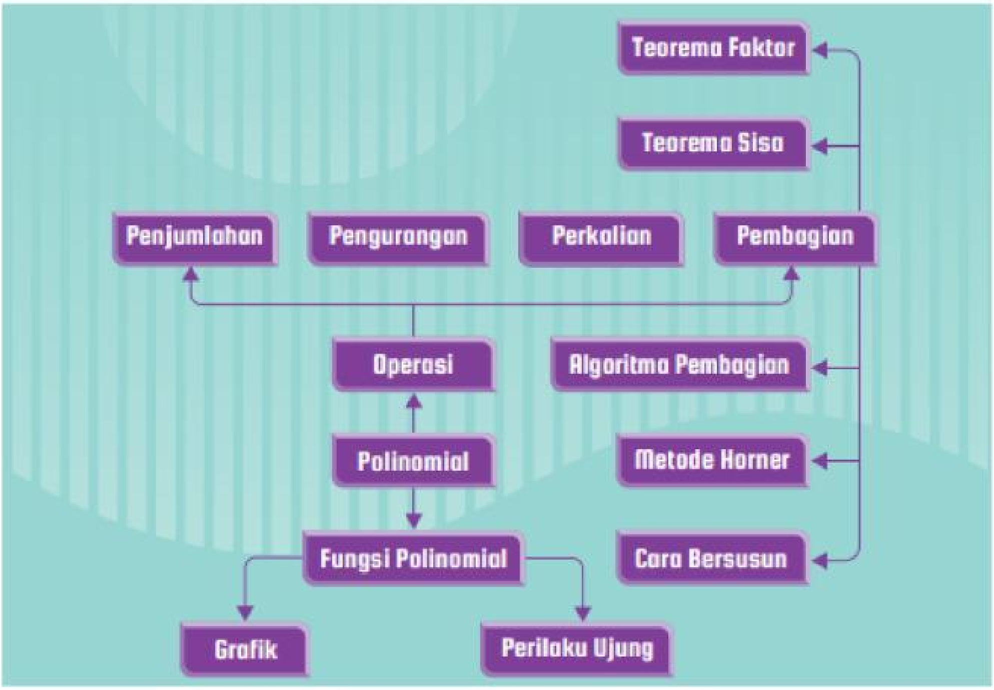
# Bab 2: Fungsi Polinomial

## Tujuan Pembelajaran:

Setelah proses pembelajaran, peserta didik diharapkan dapat:

1. menentukan operasi aritmetika pada polinomial (suku banyak);
2. menentukan pembagian polinomial dan menggunakan Teorema Sisa;
3. menentukan faktor polinomial;
4. menggunakan identitas polinomial untuk menyelesaikan masalah.

## Peta konsep:




## Kata kunci:

Polinomial, Operasi pada Polinomial, Algoritma Pembagian, Teorema Sisa, Teorema Faktor, Metode Horner, Fungsi Polinomial, Grafik Fungsi Polinomial, Perilaku Ujung.

# Menjelajah Banyak Hal dengan Polinomial

Polinomial sering muncul dalam berbagai situasi kehidupan sehari-hari, terutama ketika kita berurusan dengan perhitungan yang melibatkan perubahan atau pertumbuhan. Berikut adalah beberapa contohnya:

1. Polinomial dalam Pertumbuhan Populasi:Misalkan populasi suatu kota mengalami pertumbuhan setiap tahun. Jika pertumbuhan populasi tahun pertama adalah 100 orang, tahun kedua meningkat menjadi 200 orang, dan tahun ketiga meningkat menjadi 300 orang, maka model pertumbuhan populasi tersebut bisa dijelaskan dengan polinomial. Misalnya:
$$P(t) = 100t^2 + 50t + 1000$$
di mana $t$ adalah jumlah tahun sejak awal pertumbuhan yang diukur.
2. Polinomial dalam Penghasilan:
Misalkan penghasilan seseorang meningkat setiap tahun, dan peningkatan ini dapat dimodelkan dengan persamaan polinomial. Misalnya:
$$G(t) = 500t^3 + 200t^2 + 1000t + 3000$$
di mana $t$ adalah jumlah tahun bekerja, dan $G(t)$ adalah penghasilan setelah $t$ tahun.
3. Polinomial dalam Perhitungan Jarak:
Ketika seseorang mengendarai mobil dan kecepatannya meningkat setiap jam, total jarak yang ditempuh dapat dimodelkan dengan polinomial. Misalnya:
$$D(t) = 5t^3 + 2t^2 + 10t$$
di mana $D(t)$ adalah jarak yang ditempuh dalam kilometer setelah $t$ jam.

Polinomial digunakan untuk menggambarkan banyak fenomena di dunia nyata yang melibatkan hubungan antara variabel yang berbeda dalam berbagai konteks seperti pertumbuhan, pendapatan, jarak, dan lain sebagainya.

## Mengenal Monomial

Kelompokkan bentuk-bentuk aljabar berikut menjadi dua bagian

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sqrt[3]{p}$ | $2x^2y$ | $-8$ | $\frac{2}{m}$ | $1{,}24k^4$ | $5a^{-6}$ |

| Kelompok 1 | Kelompok 2 |
|---|---|
| | |
| | |
| | |

Menurutmu, apa itu monomial, konstanta, dan koefisien

**Monomial**

**Konstanta**

**Koefisien**

**Definisi 2.1**

**Definisi Polinomial**

Polinomial adalah bentuk aljabar yang berupa monomial atau penjumlahan dari dua atau lebih monomia

## Derajat Suatu Polinomial

Jodohkan pasangan monomial dan derajatnya berikut

| Monomial | derajat |
|---|---|
| $4x^5$ | 1 |
| $\frac{3}{4}x^2y^2$ | 5 |
| $0{,}12x$ | 9 |
| $2{,}17x^3yz^3$ | 7 |

Dari menjodohkan diatas, bagaimana cara menentukan derajat monomial?

Jodohkan pasangan polinomial dan derajatnya berikut

| Polinomial | derajat |
|---|---|
| $2x^3$ | 4 |
| $x - 5$ | 11 |
| $5x^4y^2 + xy^2 - 2x^5y^6$ | 3 |
| $0{,}1x^4 + 1{,}5x^2 - 2{,}2x$ | 1 |

Dari menjodohkan diatas, bagaimana cara menentukan derajat monomial?

**Definisi 2.2**

**Derajat Monomial**

Jika a adalah koefisien yang tak nol, derajat monomial $ax^n$ adalah n. Derajat suatu monomial yang terdiri dari beberapa variabel adalah jumlah dari eksponen semua variabel tersebut.

**Definisi 2.3**

**Derajat Polinomial**

Derajat suatu polinomial adalah derajat dari sukunya yang berderajat tertinggi.

Tentukan derajat polinomial berikut

Derajat: ……….

Derajat: ……….

$$8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$$

Derajat: ……….

Derajat: ……….

## Fungsi Polinom dan Grafiknya

Bentuk polinomial dapat digunakan untuk mendefinisikan suatu fungsi. Untuk mengetahui pengertian fungsi polinomial secara lebih jelas, perhatikan definisi berikut ini.

**Definisi 2.4**

### Fungsi Polinomial

Fungsi Polinomial Fungsi polinomial dalam variabel x adalah fungsi yang memiliki bentuk umum

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0$$

dengan koefisien-koefisiennya, yaitu

- $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots a_1$, dan $a_n$, adalah bilangan-bilangan real,
- $a_n \neq 0$, dan $n$ adalah bilangan cacah.

Serupa dengan bentuk polinomial, fungsi polinomial juga memiliki derajat. Derajat dari fungsi polinomial yang disebutkan dalam definisi tersebut adalah n. Suku dari fungsi polinomial yang memiliki derajat tertinggi disebut dengan **suku utama**. Koefisien dari suku utama tersebut dinamakan **koefisien utama**.

**Contoh 2.3**

### Menggambar Grafik Polinomial

Gambarlah grafik dari fungsi polinomial berikut:

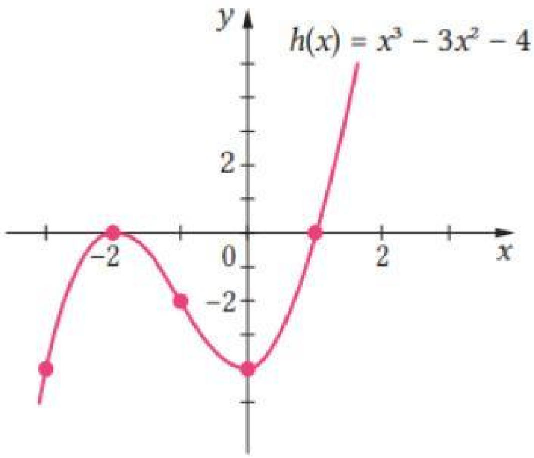
$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$$

**Alternatif Penyelesaian**

Grafik fungsi f dapat digambar dengan terlebih dahulu menentukan beberapa nilai fungsinya kemudian menuliskannya ke dalam tabel beserta dengan pasangan-pasangan berurutan yang diperoleh

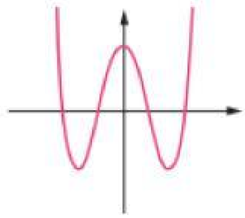
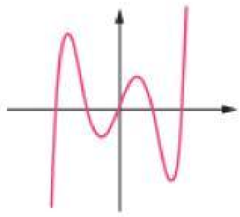
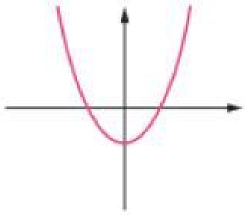
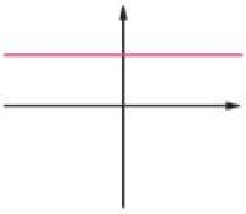
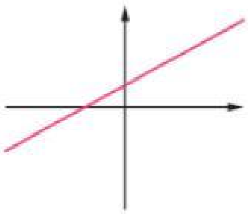
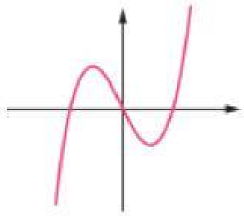
| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = f(x)$ | | | | | | | |
| $(x, y)$ | | | | | | | |

Selanjutnya, gambar titik-titik $(x, y)$ pada bidang koordinat untuk kemudian dihubungkan dengan kurva halus. Grafik fungsi $f$ ditunjukkan pada Gambar berikut.



Bentuk umum grafik polinomial

Untuk mengetahui bentuk umu suatu grafik polinomial, pasangkan grafik dengan dengan derajatnya dengan tepat.

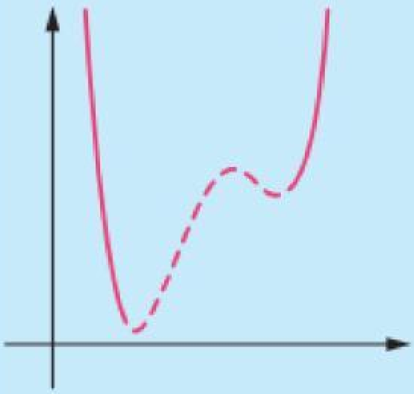
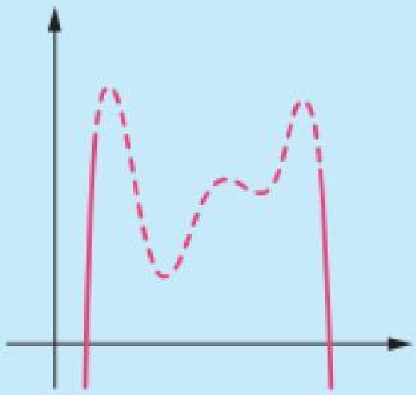
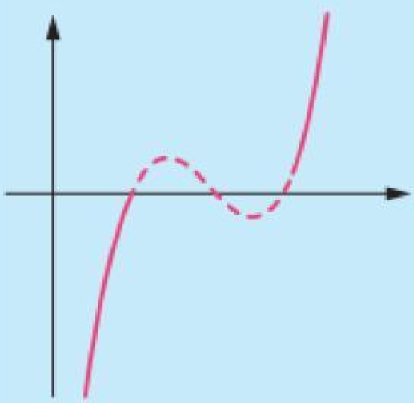
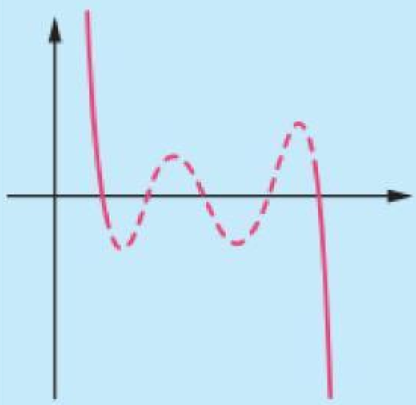
| | |
|---|---|
|  | Derajat 0 |
|  | Derajat 1 |
|  | Derajat 2 |
|  | Derajat 3 |
|  | Derajat 4 |
|  | Derajat 5 |

Salah satu karakteristik yang dapat diamati dari grafik fungsi polinomial adalah perilaku ujungnya. Perilaku ujung adalah perilaku dari suatu grafik ketika x mendekati tak hingga atau negatif tak hingga. Perilaku ujung dari grafik fungsi polinomial ditentukan oleh suku utamanya dan dideskripsikan sebagai berikut.

## Sifat 2.1

### Perilaku Ujung Grafik Fungsi Polinomial

Jika $a_n x^n$ dengan $n > 0$ adalah suku utama dari suatu polinomial, perilaku ujung dari grafiknya dapat dibagi menjadi empat kategori sebagai berikut.

| $n$ | $a_n > 0$ | $a_n < 0$ |
|---|---|---|
| Genap |  Grafiknya mengarah ke kiri atas dan kanan atas (↖, ↗) |  Grafiknya mengarah ke kiri bawah dan kanan bawah (↙, ↘) |
| Ganjil |  Grafiknya mengarah ke kiri bawah dan kanan atas (↙, ↗). |  Grafiknya mengarah ke kiri atas dan kanan bawah (↖, ↘). |

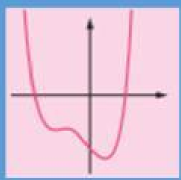
Gambar 2.6 Perilaku Ujung Grafik Fungsi Polinomial

**Contoh 2.4**

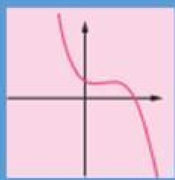
### Menggunakan Perilaku Ujung Grafik Fungsi Polinomial

Dengan mengidentifikasi perilaku ujungnya, pasangkan masing-masing fungsi polinomial berikut dengan salah satu grafik A dan B pada yang paling sesuai

a. $f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x - 3$
b. $g(x) = -x^3 + 2x^2 - x + 1$



A



B

**Alternatif Penyelesaian**

Untuk memasangkan fungsi polinomial dengan grafiknya, kita perlu mengidentifikasi derajat polinomial tersebut dan tanda koefisien utamanya.

| | Suku Utama | Derajat | Tanda Koefisien Utama | Perilaku Ujung | Grafik |
|---|---|---|---|---|---|
| a | | | | | |
| b | | | | | |