

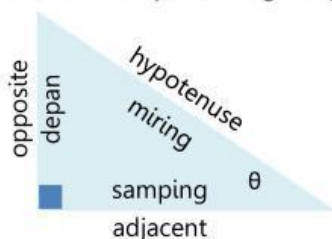
Trigonometri Dasar

A. PENDAHULUAN

- Trigonometri** adalah ilmu matematika yang mempelajari tentang segitiga siku-siku.
- Pada **segitiga siku-siku** berlaku teorema Pythagoras dan nilai perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku.

B. NILAI PERBANDINGAN TRIGONOMETRI

- Nilai perbandingan trigonometri** adalah nilai perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku.
- Macam** definisi dari nilai perbandingan trigonometri:



sinus $\sin \theta = \frac{\text{depan}}{\text{miring}}$	cosecan $\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{\text{miring}}{\text{depan}}$
cosinus $\cos \theta = \frac{\text{samping}}{\text{miring}}$	secan $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{\text{miring}}{\text{samping}}$
tangen $\tan \theta = \frac{\text{depan}}{\text{samping}}$ $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$	cotangen $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\text{samping}}{\text{depan}}$ $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

C. SATUAN SUDUT

- Sudut** dapat dinyatakan dalam berbagai macam satuan, yaitu:

1) Derajat (°)

Satu derajat didefinisikan sebagai 1/360 putaran penuh satu lingkaran.

$$1^\circ = \frac{1}{360} \text{ putaran penuh lingkaran}$$

2) Menit (')

Satu menit didefinisikan sebagai 1/60 derajat, sehingga 1° bernilai $60'$.

$$1' = \frac{1}{60}^\circ \quad 1^\circ = 60'$$

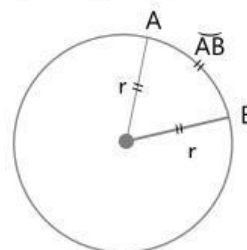
3) Detik (")

Satu detik didefinisikan sebagai 1/60 menit atau 1/3600 derajat, sehingga 1° bernilai $3600''$ dan $1'$ bernilai $60''$.

$$1'' = \frac{1}{60}' = \frac{1}{3600}^\circ \quad 1^\circ = 3600''$$

4) Radian (rad)

Satu radian didefinisikan sebagai ukuran sudut yang dibentuk oleh suatu juring lingkaran yang busurnya bernilai sama dengan jari-jari lingkaran.

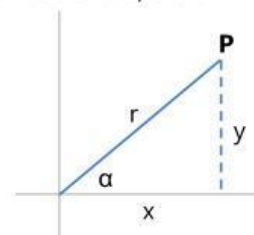


Nilai satu radian adalah:

$$1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi}^\circ \quad 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

D. KOORDINAT KARTESIUS DAN POLAR

- Suatu sudut** dapat dinyatakan dalam koordinat kartesius dan koordinat polar.



Koordinat kartesius

$$P = (x, y)$$

Koordinat polar

$$P = (r, \alpha^\circ)$$

- Hubungan** koordinat polar dengan kartesius:

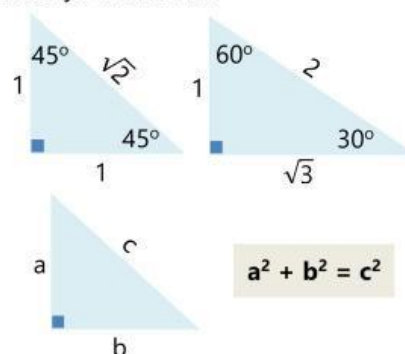
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \tan \alpha = \frac{y}{x}$$

- Hubungan** koordinat kartesius dengan polar:

$$x = r \cos \alpha \quad y = r \sin \alpha$$

E. SUDUT ISTIMEWA

- Perbandingan** nilai sisi-sisi segitiga istimewa dan sudutnya antara lain:

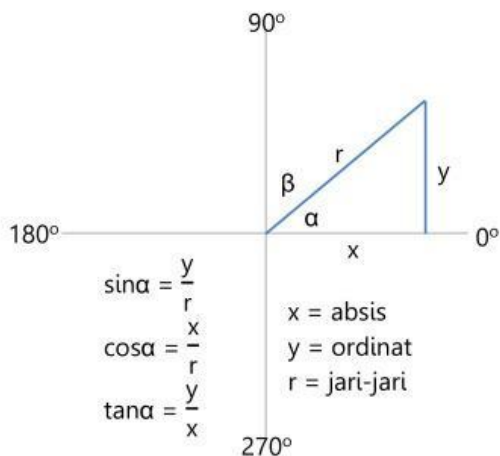


- Nilai perbandingan trigonometri pada sudut-sudut istimewa:

	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
csc	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	1
sec	1	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞
cot	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	0

F. KUADRAN KOORDINAT KARTESIUS

- Nilai perbandingan trigonometri suatu sudut yang besarnya $< 90^\circ$ dapat dijelaskan melalui kuadran koordinat kartesius.



- Tanda nilai perbandingan trigonometri berbeda di masing-masing kuadrannya.

II	I
$90 \leq \alpha \leq 180$	$0 \leq \alpha \leq 90$
sin + cos - tan -	sin + cos + tan +
cosec + sec - cot -	cosec + sec + cot +
III	IV
$180 \leq \alpha \leq 270$	$270 \leq \alpha \leq 360$
sin - cos - tan +	sin - cos + tan -
cosec - sec - cot +	cosec - sec + cot -

- Hubungan kelipatan sudut dengan sudut lain:

- Sudut 360° atau 2π rad dan kelipatan bilangan bulatnya bernilai 0° atau 0 rad.
- Sudut 180° atau π rad dan kelipatan ganjilnya bernilai 180° atau π rad, sedangkan kelipatan genapnya bernilai 0° atau 0 rad.

- Sudut dapat bernilai negatif jika arah putarannya searah jarum jam. Sudut juga dapat bernilai lebih dari 360° jika melakukan lebih dari satu putaran penuh.

- Untuk mengubah sudut negatif atau besarnya lebih dari 360° , dapat digunakan konsep:

$$\alpha = \alpha \pm k \cdot 360^\circ$$

dengan k merupakan bilangan bulat.

- Nilai perbandingan trigonometri sudut pada kuadran II, III dan IV memiliki suatu hubungan atau relasi dengan kuadran I ($\geq 90^\circ$).

- Sudut berelasi yang dapat dibentuk:

Kuadran	Sudut
I	β atau $90 - \alpha$
II	$90 + \alpha$ atau $180 - \alpha$
III	$180 + \alpha$ atau $270 - \alpha$
IV	$270 + \alpha$ atau $360 - \alpha$

- Nilai-nilai sudut berelasi:

$\sin(90 - \alpha) = \cos \alpha$	$\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$
$\cos(90 - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(180 - \alpha) = -\cos \alpha$
$\tan(90 - \alpha) = \cot \alpha$	$\tan(180 - \alpha) = -\tan \alpha$
$\csc(90 - \alpha) = \sec \alpha$	$\csc(180 - \alpha) = \csc \alpha$
$\sec(90 - \alpha) = \csc \alpha$	$\sec(180 - \alpha) = -\sec \alpha$
$\cot(90 - \alpha) = \tan \alpha$	$\cot(180 - \alpha) = -\cot \alpha$

$\sin(90 + \alpha) = \cos \alpha$	$\sin(180 + \alpha) = -\sin \alpha$
$\cos(90 + \alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(180 + \alpha) = -\cos \alpha$
$\tan(90 + \alpha) = -\cot \alpha$	$\tan(180 + \alpha) = \tan \alpha$
$\csc(90 + \alpha) = \sec \alpha$	$\csc(180 + \alpha) = -\csc \alpha$
$\sec(90 + \alpha) = -\csc \alpha$	$\sec(180 + \alpha) = -\sec \alpha$
$\cot(90 + \alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(180 + \alpha) = \cot \alpha$

$\sin(270 - \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(360 - \alpha) = -\sin \alpha$
$\cos(270 - \alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(360 - \alpha) = \cos \alpha$
$\tan(270 - \alpha) = \cot \alpha$	$\tan(360 - \alpha) = -\tan \alpha$
$\csc(270 - \alpha) = -\sec \alpha$	$\csc(360 - \alpha) = -\csc \alpha$
$\sec(270 - \alpha) = -\csc \alpha$	$\sec(360 - \alpha) = \sec \alpha$
$\cot(270 - \alpha) = \tan \alpha$	$\cot(360 - \alpha) = -\cot \alpha$

$\sin(270 + \alpha) = -\cos \alpha$	$\sin(360 + \alpha) = \sin \alpha$
$\cos(270 + \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(360 + \alpha) = \cos \alpha$
$\tan(270 + \alpha) = -\cot \alpha$	$\tan(360 + \alpha) = \tan \alpha$
$\csc(270 + \alpha) = -\sec \alpha$	$\csc(360 + \alpha) = \csc \alpha$
$\sec(270 + \alpha) = \csc \alpha$	$\sec(360 + \alpha) = \sec \alpha$
$\cot(270 + \alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(360 + \alpha) = \cot \alpha$

 **Pola** yang dapat diambil:

- 1) Pada sudut $90 \pm \alpha$ dan $270 \pm \alpha$, nama perbandingan **berubah** dengan tanda sesuai kuadran awal.
- 2) Pada sudut $180 \pm \alpha$ dan $360 \pm \alpha$, nama perbandingan **tetap** dengan tanda sesuai kuadran awal.

Contoh:

Tentukan nilai trigonometri sudut-sudut berikut:

1. $\sin(-30^\circ) = -\sin(30) = -1/2$
2. $\cos 150^\circ = -\cos(30) = -1/2\sqrt{3}$
3. $\cos(-300^\circ) = \cos(60) = 1/2$
4. $\tan(\frac{23\pi}{6}) = \tan(4\pi - \frac{\pi}{6}) = \tan(-30)$
 $= -\tan 30 = -1/3\sqrt{3}$
5. $\cot(-\frac{41\pi}{3}) = \cot(-14\pi + \frac{\pi}{3}) = \cot 60 = 1/3\sqrt{3}$
6. $\sec 870^\circ = \sec 510 = \sec 150$
 $= -\sec(30) = -2/3\sqrt{3}$